TERMODINÁMICA Apunte didáctico

Javier Alejandro Cequeira Luis Antonio Fontana

Cátedra: Termodinámica

Colección: Cuadernos de Cátedra



Facultad de Ciencias Forestales Universidad Nacional de Misiones Editorial Universitaria Universidad Nacional de Misiones

Coronel José Félix Bogado 2160 Tel-Fax: 03764-428601

Correos electrónicos: direccion@editorial.unam.edu.ar Página WEB: www.editorial.unam.edu.ar

Colección: Cuadernos de Cátedra Coordinación de la edición: Nélida González Preparación para la web: Francisco A. Sánchez

Cequeira, Javier Alejandro Termodinámica : apunte didáctico / Javier Alejandro Cequeira ; Luis Antonio Fontana. - 1a ed . - Posadas : Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Forestales, 2019. Libro digital, PDF - (Cuadernos de cátedra)

Archivo Digital: descarga ISBN 978-950-766-141-9

1. Tecnología de la Madera. 2. Física. 3. Calor. I. Fontana, Luis Antonio. II. Título. CDD 620.12

ISBN: 978-950-766-141-9 Impreso en Argentina ©Editorial Universitaria Universidad Nacional de Misiones Posadas, 2019

Prólogo

En este documento se establecen aspectos teóricos, metodológicos y normativos mínimos, para que los estudiantes de la carrera *Ingeniería en Industrias de la Madera* puedan afrontar con éxito la ardua tarea que implica la resolución de los ejercicios que se dictan en este curso. Siendo el objetivo primordial la identificación de los principios fundamentales que enseña la Disciplina *Termodinámica Técnica*.

Sumando los aspectos antes mencionados, se espera que con la lectura activa y comprensiva de este material el alumno tenga las herramientas para resolver *eficientemente* los problemas del campo de la Ingeniería.

Finalmente, este material no es "solamente" un compendio de los temas más importantes tratados en el curso (*no es solamente un copie y pegue*), por el contrario, representa un esfuerzo por parte de los autores quienes han tomado con criterio la información más clara y concisa del estado del arte, han homogeneizado las unidades de medida (tan heterogéneas según el autor que se cite) y han marcado los lineamientos generales para la comprensión de los temas y resolución de las problemáticas presentadas.

Lo que el lector debe saber

Escritura basada en el sistema internacional de unidades

En el cuerpo principal del documento se utilizan solamente las unidades del sistema internacional, SI, con lo cual no se especifican explícitamente las unidades de todas las magnitudes que aparecen en una ecuación, solo se consigna la unidad de la magnitud principal. En el Anexo 10.2 se listan las unidades fundamentales y derivadas del sistema métrico internacional.

Sin embargo, como un reconocimiento al hecho de que las *unidades inglesas* (así como algunas de otros sistemas de unidades) aún se usan ampliamente, el *apunte* no descuida las relaciones o equivalencias entre estas y las unidades del SI y por ello se incorpora la Sección 10.3 de factores de conversión y constantes físicas.

Nomenclatura que se debe conocer

[1]: Indica magnitud adimensional.

H : una magnitud escrita en mayúsculas indica *cantidad total*. Para el ejemplo; entalpía total.

h : una magnitud escrita en minúsculas indica *cantidad por unidad de masa* o *cantidad específica*. Para el ejemplo; entalpía específica.

m: el signo diacrítico indica *cantidad por unidad de tiempo*. Para el ejemplo; flujo másico.

 \overline{h} : el signo diacrítico indica *cantidad por unidad de mol*. Para el ejemplo; entalpía molar.

 \vec{V} : el signo diacrítico indica *magnitud vectorial*. Para el ejemplo; velocidad lineal.

En algunos casos existen excepciones, por ejemplo, M representa la masa molar. También existen casos particulares como s° . En el Anexo 10.6 se listan la nomenclatura utilizada.

Ecuaciones de uso práctico

En *negrita se resalta la numeración* de las ecuaciones que revisten mayor importancia para el alumno dada su aplicación práctica en la resolución de problemas.

Glosario de términos termodinámicos

En el Anexo 10.1 se presenta una lista de términos utilizados comúnmente en Termodinámica. La lista no es extensa, pero tiene conceptos neurálgicos para la comprensión e ilación de conceptos. Se recomienda recurrir a ella en la medida en que se avanza con la lectura del material.

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	8
2. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA	
2.1.1 Transformación abierta	12
2.1.2. Transformación cerrada: ciclo	12
2.1.2. Transformation certada. Ciclo	13
2.2. Sistemas chiertos	13
2.2. Sistemas abientos	13
2.2.1. Conservación de la masa	10
2.2.2. Trabajo y energia de flujo: fluido en movimiento	
2.2.2.2. Energía de un fluido en movimiento	
2.2.3. VC con flujo permanente o estacionario	22
2.2.3.1. Balance de masas	
2.2.3.2. Balance de energía	22
2.2.3.3. Trabajo en VC de flujo estacionario	25
3. SUSTANCIAS PURAS	
3.1. Gases ideales o perfectos	28
3.1.1. Comportamiento del gas a temperatura constante	29
3.1.2. Comportamiento de un gas a presión constante	29
3.1.3. Comportamiento de un gas a volumen constante	29
3.1.4. Ecuación de estado	
3.1.5. Energía interna de un gas perfecto	32
3.1.6. Entalpía de un gas perfecto	
3.1.7. Tabulación de energía interna y entalpía: gases perfectos	34
3.2. Gases reales	35
3.2.1. Factor de compresibilidad	
3.2.1.1. Principio de los estados correspondientes	
3.2.2. Ecuaciones de estado de gases reales	40
3.3. Transformaciones del gas ideal	44
3.3.1. Transformación isométrica/isocórica	45
3.3.2. Transformación isobárica	45

3.3.3. Transformación isotérmica	46
3.3.4. Transformación adiabática	47
3.3.5. Transformación politrópica	50
3.4. Procesos de cambio de fase en sustancias puras	52
3.4.1. Definiciones inherentes a los cambios de fase	53
3.5. Diagramas de propiedades de una sustancia	57
3.5.1. Diagrama <i>T</i> - <i>v</i>	57
3.5.2. Diagrama <i>P</i> - <i>v</i> : Diagrama de Clapeyron	60
3.5.3. Diagrama de Andrews	61
3.5.4. Ampliación de diagramas para incluir la fase sólida	62
3.5.5. Diagrama <i>P</i> - <i>T</i> : diagrama de fases	64
3.5.6. Superficie <i>P</i> - <i>v</i> - <i>T</i> para sustancias reales	65
3.6. Tablas de propiedades de una sustancia	67
3.7. Propiedades termodinámicas del vapor húmedo	70
3.7.1. Título, energía interna y entalpía del vapor húmedo	71
3.8. Calorimetría	73
3.8.1. Calor específico verdadero de sólidos y de líquidos	74
3.8.2. Ecuación fundamental de la calorimetría	75
3.8.3. Temperatura final de una mezcla	76
3.8.4. Calor específico de gases ideales	77
3.8.5. Relaciones de calores específicos de gases ideales	79
4. TRANSMISIÓN DE CALOR	81
4.1. Conducción	81
4.2. Convección	
4.3. Coeficiente de transmisión total	
4.4. Radiación	
5. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA	
5.1. Introduccion	
5.2. Maquinas termicas	
5.2.1. Efficiencia termica: Kendimiento	
5.3. Maquinas trigorificas	
5.5.1. Kerrigeradores	

5.3.1.1. Coeficiente de desempeño	
5.3.2. Bombas de calor	100
5.4. Enunciados clásicos de la Segunda Ley de la Termodinámica	102
5.4.1. Enunciado de Kelvin-Planck	102
5.4.2. Enunciado de Clausius	103
5.4.3. Conclusiones de los enunciados: Principios de Carnot	103
5.5. El ciclo reversible de Carnot	103
5.5.1. Procesos reversibles e irreversibles	104
5.5.2. Ciclo y máquina de Carnot	104
5.5.2.1. Ciclo de Carnot: Máquina térmica	104
5.5.2.2. Eficiencia de la máquina térmica de Carnot	
5.5.2.3. Ciclo inverso de Carnot: Máquina frigorífica	
5.5.2.4. Coeficiente de desempeño en máquina frigorífica de Carnot	
5.6. Entropía	109
5.6.1. Desigualdad y teorema de Clausius: definición de entropía	110
5.6.2. Principio de incremento de la entropía	112
5.6.3. Cambio de entropía de sustancias puras	114
5.6.4. Diagramas de propiedades que involucran a la entropía	115
5.6.4.1. Diagrama <i>h-s</i> : diagrama de Mollier	115
5.6.4.2. Diagrama <i>T</i> - <i>s</i>	117
5.6.5. Cálculo del cambio de entropía de gases ideales	118
6. CICLOS DE VAPOR Y MÁQUINAS TÉRMICAS6.1. Ciclo de vapor: ciclo Rankine	
6.1.1. Ciclo Rankine ideal simple sin sobrecalentamiento	126
6.1.2. Rankine ideal simple con sobrecalentamiento	127
6.1.3. Ciclo Rankine ideal con recalentamiento	130
6.1.4. Ciclo Rankine ideal regenerativo	
6.2. Máquinas térmicas	136
6.2.1. Motores de combustión interna	136
6.2.1.1. Ciclo Otto Ideal: ciclo naftero	
6.2.1.2. Ciclo Diesel Ideal: ciclo gasolero	139
6.2.1.3. Ciclo semi-Diesel Ideal: ciclo mixto de Sabathé	141

7. TERMODINÁMICA APLICADA A COMPRESORES DE GASES	
7.2. Trobaio que requiere el compreser	
7.2. Trabajo que requiere el compresor	
7.3. Compresión en dos en etapas	149
7.4. Compresión en tres etapas	151
7.5. Compresor real: algunas consideraciones	153
7.6. Dimensionamiento del cilindro	154
8. AIRE HÚMEDO	
8.1. Definiciones inherentes en el análisis mezcla aire-vapor de agua	155
8.2. Carta psicrométrica	165
9. BIBLIOGRAFÍA	168
10. ANEXO	169
10.1. Glosario de términos termodinámicos	169
10.2. Sistema internacional de unidades (SI)	172
10.3. Factores de conversión y constantes físicas	175
10.3.1. Observación acerca de los dígitos significativos	176
10.4. Expresiones/conceptos complementarios o ampliatorios	177
10.4.1. Formas de energía	177
10.4.2. Transmisión de calor	
10.4.3. Dispositivos ingenieriles de flujo estacionario	
10.4.4. Calorímetro de mezclas	
10.5. Apéndice de tablas y diagramas	
10.6. Nomenclatura	

1. INTRODUCCIÓN

Una de las más importantes y fundamentales leyes de la naturaleza es el *principio de conservación de la energía*. Este expresa que, durante una interacción, la energía puede cambiar de una forma a otra, pero su cantidad total *E* permanece constante. Es decir, *la energía no se crea ni se destruye*. El cambio en el contenido energético de un cuerpo o de cualquier otro sistema es igual a la diferencia entre la entrada y la salida de energía y el *balance* de esta se expresa como $E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E$.

En este sentido, la *Termodinámica* se puede definir como la *ciencia de la energía*. Aunque todo el mundo tiene idea de lo que es la energía, es difícil definirla de forma precisa. La *energía se puede considerar como la capacidad para causar cambios* (ver formas de energía en el Anexo 10.4.1). Pero, en este punto, se debe hacer un alto y preguntarse: ¿cuáles son los alcances de esta disciplina? Específicamente; ¿Cuál es el enfoque que se ha de analizar en este curso?

Para responder a las interrogantes considere una sustancia, la cual, se sabe, está constituida por un gran número de partículas llamadas *moléculas*, y que las propiedades de dicha sustancia dependen, por supuesto, del comportamiento de estas partículas. Por ejemplo, la presión del gas en un recipiente es el resultado de la transferencia de la cantidad de movimiento entre las moléculas y las paredes del recipiente. Sin embargo, no es necesario conocer el comportamiento de las partículas de gas para determinar la presión en el recipiente, bastaría colocarle un medidor de presión al mismo.

Este *enfoque macroscópico* al estudio de la Termodinámica que no requiere conocer el comportamiento de cada una de las partículas se llama *Termodinámica Clásica* o *Termodinámica Técnica*, y proporciona un modo directo y fácil para la solución de problemas de ingeniería, y es el que se aborda en este documento. Cabe señalar que un *enfoque microscópico* corresponde a la *Termodinámica Química*.

La Termodinámica Técnica, y la Ciencia de la Termodinámica propiamente dicha, se apoyan en dos principios, a saber: el *Primer Principio de la Termodinámica* que es simplemente una expresión del principio de conservación de la energía y, el *Segundo Principio de la Termodinámica* que afirma que la energía tiene *calidad*, así como *cantidad*, y los procesos reales ocurren hacia donde disminuye la calidad de la energía.

Pero, para llevar adelante el estudio es necesario definir un *sistema termodinámico*. Un sistema se define como una *cantidad de materia o una región del espacio elegida para el análisis*. La masa o región fuera del sistema se conoce como *alrededores o medio exterior*. La superficie real o imaginaria que separa al sistema de sus alrededores se llama *frontera* (Ver **Figura 1**).



Figura 1. Sistema, alrededores, frontera y convenio formal de signos, para las interacciones de calor y trabajo entre el sistema y los alrededores (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

La frontera de un sistema puede ser *fija o móvil*. Note que la frontera es la superficie de contacto que comparten sistema y alrededores. En términos matemáticos, la frontera tiene espesor cero y, por lo tanto, no puede contener ninguna masa ni ocupar un volumen en el espacio. Por su parte, los sistemas pueden ser *cerrados o abiertos*, dependiendo si se elige para estudio una masa fija (*masa de control*) o un volumen fijo (*volumen de control*) en el espacio. Como un caso especial, también existen los sistemas *aislados*.

Cualquier característica de un sistema termodinámico se llama *propiedad o parámetro*. Las *propiedades termodinámicas* son magnitudes que caracterizan/definen un *estado*

termodinámico. Son ejemplos de parámetros: la presión P, el volumen específico v, la temperatura T, la entalpía H, la energía interna U, la entropía S, entre otros. Usualmente se los clasifica en *intensivas* o *extensivas*.

Si se considera un sistema que no experimenta ningún cambio: en estas circunstancias, todas las propiedades se pueden medir o calcular en el sistema, lo cual da un conjunto de propiedades que describe por completo la condición o el *estado termodinámico*, del sistema. En un estado específico (*estado de equilibrio*), las propiedades de un sistema tienen valores fijos, y si se cambia el valor de una propiedad, el estado cambia a otro diferente. Al cambio de un sistema cuando pasa de un estado de equilibrio a otro estado de equilibrio se denomina *transformación, proceso* o *evolución*, y son de particular interés en la ingeniería.

Con todo lo expuesto, se puede ajustar los límites de estudio de la Termodinámica Técnica, diciendo: la Termodinámica estudia las transformaciones de la energía, y en particular la del *calor Q en trabajo mecánico W* (FACORRO, 2011). Ello establece la razón de la existencia de las *máquinas térmicas, frigoríficas y de los procesos de acondicionamiento de aire*. Además, al ser el calor y el trabajo *cantidades direccionales* su descripción completa requiere de la especificación de la *magnitud* y la *dirección*. Una forma de hacer esto es adoptar un *convenio de signo formal* como se ilustra en la figura 1.

Advierta que una cantidad transferida hacia o desde un sistema durante una interacción no es una propiedad puesto que la medida de dicha cantidad depende de algo más que solo el estado del sistema. El calor y el trabajo son *mecanismos de transferencia de energía* entre un sistema y el exterior.

Como se explica en el Anexo 10.1, tanto el *calor* como el *trabajo* son función de la trayectoria. Las *funciones de la trayectoria son diferenciales inexactas* que se denotan por el símbolo δ (CENGEL, 2012). Así, una cantidad diferencial de calor o trabajo se representan

mediante δQ o δW , respectivamente, en lugar de dQ o dW. Sin embargo, las propiedades son *funciones de estado* y son *diferenciales exactas* designadas por el símbolo d.

Por ejemplo, un pequeño cambio de volumen se representa por dV, y el cambio de volumen total durante un proceso entre los estados 1 y 2 es: $\int_{1}^{2} dV = V_2 - V_1 = \Delta V$. Es decir, el cambio de volumen entre los estados 1 y 2 es siempre el volumen en el estado 2 menos el volumen en el estado 1, sin importar la trayectoria seguida. Sin embargo, el trabajo total realizado entre 1 y 2 es: $\int_{1}^{2} \delta W = W_{1-2}$ (*no* ΔW). Es decir, el trabajo total se obtiene siguiendo la trayectoria del proceso y sumando las cantidades diferenciales de trabajo (δW) efectuadas a lo largo del trayecto. La integral de δW no es $W_2 - W_1$ (es decir, el trabajo en el estado 2 menos el trabajo en el estado 1), lo cual carecería de sentido puesto que el trabajo no es una propiedad y los sistemas no poseen trabajo en un estado.

2. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

En la introducción se han considerado por separado varias formas de energía, varios conceptos, tales como el calor Q, el trabajo W y la energía total E, y no se ha hecho ningún intento por relacionarlos entre si durante un proceso. *La Primera Ley de la Termodinámica*, conocida también como el *primer principio de la conservación de la energía*, brinda una base sólida para estudiar las relaciones entre las diversas formas de interacción de la energía.

A partir de observaciones experimentales, esta ley (o principio) establece, *que la energía no se puede crear ni destruir durante un proceso, solo puede cambiar de forma* (CENGEL, 2012). Por lo tanto, cada cantidad de energía por pequeña que sea debe justificarse durante un proceso. A continuación, se presentan las expresiones analíticas de este principio *aplicado a distintos sistemas*.

2.1. Sistemas cerrados

Los *sistemas cerrados* o también llamados *masa de control* (MC) son aquellos en los cuales *no existe flujo másico* que cruce las fronteras o límites del sistema termodinámico definido. Solo se verifica el intercambio de energía mecánica *W* o energía calórica *Q* entre el medio y el sistema. Estos sistemas pueden experimentar *procesos o transformaciones abiertas o cerradas* que se analizan a continuación. Los tipos de transformaciones de un sistema gaseoso se abordan en la Sección 3.3, mientras que su concepto se presenta en la Sección 1.

2.1.1. Transformación abierta

Una transformación es el cambio o variación de al menos un parámetro en un estado termodinámico. Si el *estado final* de un proceso *no es coincidente con su estado inicial* decimos que la *transformación es abierta* (Ver **Figura 2**-Sección 2.1.3). En tal caso *la ecuación del primer principio* en estas condiciones está dada por la **Ec. (1**).

$$Q = W_{\rm b} + \Delta U \quad [J] \tag{1}$$

Donde Q representa la transferencia de calor entre el medio y el sistema; W_b es el trabajo de expansión o compresión (se analiza en la Sección 2.1.3) generado por el sistema o aportado al mismo y ΔU es la variación de la energía interna de la sustancia que compone el sistema gaseoso.

2.1.2. Transformación cerrada: ciclo

Si un sistema gaseoso concluye su proceso y se verifica que el *estado final* del sistema es *coincidente* con su *estado inicial*, decimos que la transformación ha realizado un *ciclo* (Ver **Figura 3**-Sección 2.1.3). En estas condiciones no existe variación de U, (ΔU =0) dado a que esta es una *función de punto* (Ver Anexo 10.1). Por lo tanto, el primer principio de la Termodinámica queda expresado según lo indica la **Ec. (2)**.

$$Q = W_{\rm b} + \Delta U \Longrightarrow Q = W_{\rm b} \Longrightarrow Q - W_{\rm b} = 0 \quad [J]$$
⁽²⁾

Las ecuaciones (1) y (2) son muy importantes y de uso frecuente en este curso. Y son *válidas tanto para transformaciones reversibles como irreversibles*, por cuanto al desarrollar este tema no se ha hecho ninguna limitación sobre las características de los mismos (FACORRO, 2011). En ambas ecuaciones se menciona una magnitud, el trabajo *W*, el cual se analiza a continuación.

2.1.3. Trabajo en los sistemas cerrados

En esta sección se analiza el trabajo de frontera móvil (W_b) para *procesos de cuasi equilibrio* (Ver Anexo 10.1). Por lo tanto, se trata de un *trabajo reversible* que puede ser de *expansión* o de *compresión* y es también denominado *trabajo de frontera móvil* o simplemente *trabajo de frontera* y se denota como W_b . Expresado en términos termodinámicos, este se obtiene

partiendo de la definición de trabajo mecánico, generalmente se analiza el recorrido que realiza un pistón en un cilindro, tal como se observa en la **Figura 2**.



Figura 2. El área bajo la curva (representativa de una transformación reversible) en un diagrama *P-V* representa el trabajo (Fuente: CENGEL, 2012).

Por definición el trabajo de una fuerza es: $W_b = \vec{F} \cdot \vec{d}$ donde \vec{F} es la fuerza aplicada al émbolo, \vec{d} la distancia que este recorre (vector desplazamiento) y "• " denota producto escalar. Pero se sabe, por definición de presión que $P \times A = \vec{F}$, donde P es la presión inicial del gas y A el área sobre la que actúa la fuerza, combinando ambas expresiones: $W_b = P \times A \cdot \vec{d} = P \times V$, donde V es el volumen desplazado. Si se trata en términos diferenciales, el trabajo de frontera total realizado durante el proceso completo a medida que se mueve el émbolo está dado por la Ec. (3).

$$\delta W_{\rm b} = P \times dV \Longrightarrow W_{\rm b} = \int_{V1}^{V2} P \times dV \quad [J]$$
(3)

Donde P es la presión absoluta. También, se puede concebir el concepto de trabajo de frontera pensando en que el pistón se desplaza un diferencial de distancia entonces, se obtiene un diferencial de volumen dv desplazado y, por lo tanto, un trabajo realizado. Si el trabajo es de *compresión entonces es negativo*. Y, por el contrario, todo trabajo de *expansión es positivo*.

Advierta que la integral dada por la (3) se puede evaluar solo si se conoce la relación funcional entre *P* y *V* durante el proceso; esto es P = f(V). Luego, en la Sección 3.3, se obtienen las expresiones del trabajo (dada por la Ec. 3) para cada caso particular, es decir, para cada *tipo de transformación* de un sistema gaseoso.

Es menester analizar que ocurre con el *trabajo* de un sistema cerrado cuando la *transformación es cerrada (ciclo)* como se ilustra en la **Figura 3**.



Figura 3. El trabajo neto W_{neto} hecho durante un ciclo es la diferencia entre el trabajo hecho por el sistema y el trabajo hecho sobre el sistema (Fuente: CENGEL, 2012).

Hasta aquí, la atención se ha centrado en aplicar el *primer principio de la Termodinámica* a los *sistemas cerrados*, analizando los tipos de sistemas y el tipo de trabajo que se da en estos. En el inciso siguiente se aborda la *aplicación del primer principio a los sistemas abiertos*.

2.2. Sistemas abiertos

Un *sistema abierto*, o un *volumen de control* (VC), como suele llamarse, es una región elegida apropiadamente en el espacio. Generalmente encierra un dispositivo que tiene que ver con *flujo másico*, como un *compresor, turbina o tobera* entre otros. El flujo por estos dispositivos se estudia mejor si se selecciona la región dentro del dispositivo como el volumen de control. Tanto la masa *m*, como la energía *E*, pueden cruzar la frontera de un VC. Un gran

número de *problemas de ingeniería* tienen que ver con flujo de masa dentro y fuera de un sistema y, por lo tanto, se modelan como VC. En particular nos interesa los sistemas abiertos cuyos procesos evolucionan en *régimen estacionario*.

En las secciones siguientes se inicia con el desarrollo de la relación general de *conservación de la masa* para un VC y se continua con una explicación del *trabajo de flujo* y la *energía de flujo* del fluido en movimiento para, finalmente, introducir el estudio de los procesos que involucran un *flujo (o régimen) estacionario*, a los que ha de darse particular énfasis.

2.2.1. Conservación de la masa

La conservación de la masa es uno de los principios fundamentales de la naturaleza y, al igual que la *energía*, la *masa* es una *propiedad conservada* y que no puede crearse ni destruirse durante un proceso. Sin embargo, la masa *m* y la energía *E* se pueden convertir entre sí según la Ec. (4) bien conocida que propuso Albert Einstein (1879-1955).

$$E = m \times c^2 \tag{4}$$

Donde *c* es la velocidad de la luz en el vacío y tiene valor $c = 2,9979 \times 10^8$ [m/s]. Esta ecuación indica que la masa de un sistema cambia cuando su energía también lo hace. Sin embargo, para todas las interacciones de energía encontradas en la práctica, con excepción de las *reacciones nucleares*, el cambio en la masa es tan pequeño que ni siquiera lo detectan los dispositivos más sensibles (CENGEL, 2012).

Para *sistemas cerrados*, el *principio de conservación* de la masa se usa de modo *implícito* al requerir que la masa de un sistema permanezca contante durante un proceso. Sin embargo, para volúmenes de control, la masa puede cruzar las fronteras, de modo que se debe mantener un registro de la cantidad de masa que entra y sale (Ver **Figura 4**).



Figura 4. Flujo de fluido compresible atravesando un volumen de control VC (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

La figura precedente ejemplifica cómo un *flujo de fluido compresible* $\dot{m}_{entrada}$ de densidad uniforme ρ y con una velocidad promedio \vec{V}_{prom} ingresa al volumen de control VC a través de un área de conducto \vec{A}_i perpendicular al flujo. Dentro del VC la diferencia entre la masa entrante y la saliente del mismo da como resultado un Δm_{VC} , que representa el *principio de conservación de la masa* conocido también como *balance de masa* dada por las Ec. (5) y (6).

$$m_{entrada} - m_{salida} = \Delta m_{\rm VC} \quad [kg] \tag{5}$$

$$\dot{m}_{entrada} - \dot{m}_{salida} = \frac{dm_{\rm VC}}{dt} \quad \left[\frac{\rm kg}{\rm s}\right] \tag{6}$$

Donde $dm_{\rm VC}/dt$ es la rapidez de cambio (tasa) de la masa con respecto al tiempo. En este contexto es de interés detallar dos conceptos inherentes al análisis tratado, son los conceptos de *flujo másico* \dot{m} que representa la cantidad de masa que pasa por una sección transversal en la unidad de tiempo y el *flujo volumétrico o caudal* \dot{V} que representa el volumen del fluido que pasa por una sección transversal por unidad de tiempo, ambos consignados, respectivamente, en las **Ec. (7)** y (**8**).

$$\dot{m} = \rho \times \vec{V}_{\text{prom}} \cdot \vec{A}_{\text{t}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$$
(7)

$$\dot{V} = \vec{V}_{\text{prom}} \cdot \vec{A}_{\text{t}}$$
 Si se adopta $\vec{V} = \vec{V}_{\text{prom}} \Longrightarrow \dot{V} = \vec{V} \cdot \vec{A}_{\text{t}} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right]$ (8)

Donde: \vec{A}_{t} área transversal del conducto perpendicular al flujo, ρ densidad uniforme del fluido, \vec{V} la velocidad promedio del fluido y "• " denota producto escalar. La *relación entre estas dos magnitudes* ($\dot{m} y \dot{V}$) está dado por el volumen específico v, que es la magnitud inversa de la densidad en símbolos: $\rho = 1/v \Rightarrow \dot{m} = \dot{V}/v$. En adelante, en este documento, \vec{V}_{prom} se denota como \vec{V} con el fin de evitar el uso de subíndices.

2.2.2. Trabajo y energía de flujo: fluido en movimiento

2.2.2.1. Trabajo de flujo

A diferencia de los sistemas cerrados, en los VC hay flujo de masa a través de sus fronteras, y se requiere trabajo para introducirla o sacarla del VC. Este trabajo se conoce como *trabajo de flujo* $W_{\rm flujo}$ y se requiere para mantener un flujo continuo a través de un VC. A fin de obtener una relación para el trabajo de flujo considere la **Figura 5**.



Figura 5. Esquema para el trabajo de flujo (Fuente: CENGEL, 2012).

En el mismo se considera un elemento de fluido de volumen *V*. El fluido corriente arriba fuerza inmediatamente a este elemento de fluido a entrar en el VC, por lo tanto, se puede considerar como un émbolo imaginario. Es posible elegir el elemento de fluido lo suficientemente pequeño para que tenga propiedades uniformes en todas partes. Si la presión del fluido es *P* y el área de la sección transversal del elemento es *A*, la fuerza \vec{F} que aplica el émbolo imaginario sobre el elemento de fluido es $\vec{F} = P \times A$. Para empujar todo el elemento de fluido dentro del VC, esta fuerza debe actuar a lo largo de una distancia \vec{L} (vector desplazamiento). Así, el trabajo realizado al empujar el elemento de fluido por la frontera viene dada por las Ec. (9) y (10).

$$W_{\text{flujo}} = \vec{F} \cdot \vec{L} = P \times A \cdot \vec{L} = P \times V \quad [J]$$
(9)

$$w_{\rm flujo} = P \times v \quad \left\lfloor \frac{J}{\rm kg} \right\rfloor \tag{10}$$

Donde la Ec. (10) está referida a la unidad de masa, por lo tanto, la nomenclatura, en los casos que corresponde, es en letra minúscula. Tal es el caso del volumen específico v, y el trabajo de flujo w_{flujo} . Es interesante que, a diferencia de otras formas de trabajo, el trabajo de flujo se exprese en términos de propiedades del fluido, por esta razón algunos lo consideran como una propiedad de combinación (como la entalpía *h* que se analiza en la Sección 3.1.6) y lo llaman *energía de flujo, energía de convección o energía de transportación*. En el apartado siguiente se considera que la energía de flujo es parte de la energía de un fluido en movimiento.

2.2.2.2. Energía de un fluido en movimiento

Esta energía de flujo forma parte de la *energía total de un fluido en movimiento*. La energía total de un *sistema compresible simple* (Ver Anexo 10.1), para un fluido estático, consiste en 3

partes: energía interna *u*, energía cinética *ec* y energía potencial *ep*, en cambio, un fluido en movimiento *consta de 4 partes* como muestra la **Figura 6**.



Figura 6. La energía total está formada por 3 partes para un fluido estático y por 4 partes para un fluido en movimiento. Las magnitudes están expresadas por unidad de masa (Fuente: CENGEL, 2012).

Es decir, que el fluido que entra o sale de un VC posee una *forma adicional de energía*, la energía de flujo. Si se observa la ecuación del lado derecho de la figura anterior, para simplificar y por conveniencia, se suele agrupar las propiedades, P, v y u, resultando en *una nueva propiedad de combinación* denominada *entalpía h* esta se puede ver en la **Ec. (11)**. La Ec. (12) denota la energía total del fluido en movimiento.

$$h = P \times v + u \quad \left\lfloor \frac{J}{kg} \right\rfloor$$
(11)

$$\theta = h \times ec + ep \quad \left[\frac{J}{kg}\right] \tag{12}$$

Donde θ es la energía total, por unidad de masa, del fluido en movimiento, *h* es la entalpía específica, *P* es la presión del fluido y *v* su volumen específico. Si, en lugar de la energía interna,

se usa la *entalpía* para representar la *energía de un fluido en movimiento*, ya no es necesario preocuparse por el trabajo de flujo. La energía relacionada con meter o sacar el fluido del VC se toma en cuenta de modo automático en la entalpía, de hecho, esta es la principal razón para definir la propiedad entalpía.

Finalmente, como θ es la energía total por unidad de masa, la energía total de un fluido en movimiento de masa *m* resulta simplemente de multiplicar a la Ec. (12) por esta, resultando la Ec. (13). También, cuando una corriente de fluido con propiedades uniformes se mueve a un flujo másico de *m*, la tasa de flujo de energía con esa corriente está dada por la Ec. (14).

$$E_{\text{masa}} = m \times \theta = m \times \left(h + \frac{\vec{V}^2}{2} + \vec{g} \cdot \vec{z} \right) \quad [J]$$
(13)

$$\dot{E}_{\text{masa}} = \dot{m} \times \theta = \dot{m} \times \left(h + \frac{\vec{V}^2}{2} + \vec{g} \cdot \vec{z} \right) \quad [W]$$
(14)

Donde: el símbolo "•" denota producto escalar. E_{masa} es la *energía total transportada por la masa* y \dot{E}_{masa} representa la misma energía manifestada a través del tiempo, vale decir, la potencia. En este último caso, es usual en los libros de texto, expresar el cálculo de la *potencia* como la **Ec. (15)**.

$$\dot{E}_{masa} = N = \dot{m} \times \theta \quad [W] \tag{15}$$

Donde *N* es la potencia y θ es la energía total por unidad de masa, la cual está constituida por una, dos o tres partes, en función de la característica del VC, en efecto, en la ecuación (12), y para sistemas estacionarios, se puede omitir la energía cinética o potencial como se ve en la sección siguiente.

2.2.3. VC con flujo permanente o estacionario

2.2.3.1. Balance de masas

Antes de iniciar, es necesario aclarar que para el análisis que sigue se considera que el VC tiene un *único flujo de entrada y un único flujo de salida* (Ver Figura 7-Sección 2.2.3.2). Un VC con flujo permanente o estacionario es aquel en el que la *masa dentro del sistema* permanece *constante* (a diferencia del VC con flujo variable en los que la masa varia). La condición anterior exige que el flujo másico de entrada al VC sea igual al flujo másico de salida del mismo, por lo tanto, el *balance de masas* para este tipo de procesos da: $\dot{m}_{entrada} = \dot{m}_{salida}$ o bien: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ y recordando la expresión para el flujo másico dada por la ecuación (7) se obtiene: $\rho_1 \times \vec{V}_1 \cdot \vec{A}_1 = \rho_2 \times \vec{V}_2 \cdot \vec{A}_2$. La anterior ecuación es para *fluidos compresibles* (que es el caso de los gases), sin embargo, para *fluidos incompresibles*, que es el caso de los líquidos, la anterior se reduce a: $\vec{V}_1 \cdot \vec{A}_1 = \vec{V}_2 \cdot \vec{A}_2$.

Es necesario tener siempre presente que no existe un principio de conservación del volumen, por lo tanto, los flujos volumétricos que entran y salen de un dispositivo de flujo estacionario pueden ser diferentes. El flujo volumétrico en la salida de un compresor de aire, es mucho menor que el de entrada, aunque el flujo másico de aire por el compresor sea constante.

2.2.3.2. Balance de energía

En la Sección 2.2.1 se menciona que tanto la masa como la energía son propiedades conservadas, no se pueden crear ni destruir, por lo tanto, la *energía* que ingresa, en *cualquiera de sus formas (calor, trabajo o masa)*, a un sistema (VC) debes ser igual a la cantidad de energía que sale del mismo. De esta manera, el *balance de energía en términos generales* está dado por

la Ec. (16), pero en vista de que la energía se puede transferir por calor, trabajo y masa solamente, como se dijo, esta se puede escribir explícitamente como lo indica la Ec. (17).

$$E_1 = E_2 \quad [\mathbf{J}] \tag{16}$$

$$\dot{Q}_1 + \dot{W}_1 + \dot{m} \times \theta_1 = \dot{Q}_2 + \dot{W}_2 + \dot{m} \times \theta_2 \quad [W]$$
⁽¹⁷⁾

Donde E es la energía total y los subíndices 1 y 2 indican, respectivamente, las energías entrantes y salientes al VC. Sin embargo, cuando se debe resolver un problema relacionado con la interacción calor-trabajo desconocida, se requiere suponer una dirección para las interacciones de estos, como se muestra en la **Figura 7**.

Es práctica común suponer que se transfiere un flujo de calor \hat{Q} hacia el sistema y que este produce un trabajo, que para los dispositivos de flujo estacionario se denomina *trabajo de circulación* W_c . En la sección siguiente se deduce la expresión general para el cálculo de este trabajo.



Figura 7. Análisis de energía en un VC para un sistema que trabaja con flujo permanente o estacionario (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Entonces, considerando dispositivos de un único flujo de entrada y un único flujo de salida la ecuación (17) queda según se muestra en la **Ec. (18)**. Si se divide la (18) por el \dot{m} resulta la

Ec. (19) y, si además, el fluido experimenta cambios insignificantes en su energía cinética y potencial ($\Delta ec \approx 0, \Delta ep \approx 0$) la ecuación de balance de energía se reduce a como lo indica la Ec. (20).

$$\dot{Q} - \dot{W_{c}} = \dot{m} \left[h_{2} - h_{1} + \frac{1}{2} \times \left(\vec{V}_{2}^{2} - \vec{V}_{1}^{2} \right) + \vec{g} \cdot \left(\vec{z}_{2} - \vec{z}_{1} \right) \right]$$
 [W] (18)

$$q - w_{\rm c} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \times \left(\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2 \right) + \vec{g} \cdot \left(\vec{z}_2 - \vec{z}_1 \right) \quad \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg}} \right]$$
(19)

$$q = \Delta h + w_{\rm c} \quad \left[\frac{\rm J}{\rm kg}\right] \tag{20}$$

Donde \dot{Q} es la *tasa de transferencia de calor entre el volumen de control y sus alrededores*. \dot{W}_c es la *potencia*. Para dispositivos de flujo estacionario el VC es constante, por lo tanto, no hay trabajo de expansión o compresión. El trabajo requerido para meter y sacar masa del VC se toma en cuenta usando las entalpías. Entonces \dot{W}_c representa las formas restantes de trabajo por unidad de tiempo. Muchos dispositivos de flujo estacionario, como turbinas, compresores y bombas, transmiten potencia mediante una flecha y \dot{W}_c se convierte simplemente en el trabajo de flecha para esos dispositivos.

 $\Delta h = h_2 - h_1$ es el cambio de entalpía de un fluido y se determina al leer en las tablas los valores de entalpía en los estados de salida y, de entrada. Para gases ideales, se puede aproximar mediante $\Delta h = c_p \times (T_2 - T_1)$ tal como se describe en la Sección 3.1.6.

 $\Delta ec = 1/2 \times (\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2)$ es la variación de energía cinética en unidades de m^2/s^2 , la cual es equivalente a J/kg. Comúnmente la entalpía se da en kJ/kg, para sumar estas dos cantidades la *ec* se debe expresar en kJ/kg, lo que se lleva a cabo sin dificultad al dividir entre 1000. Una

velocidad de 45 m/s corresponde a una *ec* de solo 1 J/kg un valor muy pequeño comparado con los valores de entalpía encontrados en la práctica. Así, se puede ignorar el termino de *ec* a velocidades bajas. Cuando un dispositivo entra y sale de un dispositivo de flujo estacionario a más o menos la misma velocidad ($\vec{V}_1 \cong \vec{V}_2$) el cambio en la *ec* es cercano a cero sin importar la velocidad. Sin embargo, se debe tener cuidado a altas velocidades, porque cambios pequeños en estas velocidades pueden causar cambios importantes en la *ec*.

 $\Delta ep = \vec{g} \cdot (\vec{z}_2 - \vec{z}_1)$ es la variación de energía potencial, esta se puede argumentar de manera similar. Un cambio de *ep* de 1J/kg se corresponde con una diferencia de elevación de 102 m; la diferencia de elevación entre la entrada y la salida de la mayor parte de los dispositivos industriales como turbinas y compresores está muy debajo de este valor, por lo que para dichos dispositivos se ignora siempre el término de *ep*. La única vez que el termino de *ep* cobra relevancia es cuando en el proceso se necesita bombear el fluido a grandes alturas y se tiene interés en la energía de bombeo requerida.

Finalmente, es importante destacar que muchos *dispositivos de ingeniería* operan en esencia bajo las mismas condiciones durante periodos largos. Por ejemplo, los componentes de una termoeléctrica (turbinas, compresores, intercambiadores de calor y bombas) operan sin parar durante meses antes de detener el sistema para mantenimiento, por lo tanto, pueden ser analizados de manera conveniente como *dispositivos de flujo estacionario*. La aplicación del primer principio de la Termodinámica para algunos de estos dispositivos de interés se puede ver en el Anexo 10.4.3.

2.2.3.3. Trabajo en VC de flujo estacionario

En la Sección 2.1.3 se deduce la expresión del *trabajo termodinámico* (reversible) para sistemas cerrados, de la misma manera es muy deseable poder expresar el trabajo asociado con

los dispositivos de flujo estacionario en términos de las propiedades del fluido. A este *trabajo reversible* se lo designa como *trabajo de circulación* W_c y está dado por las Ec. (21) y (22).

$$w_{\rm c} = -\int_{1}^{2} v \times dP - \Delta ec - \Delta ep \quad \left[\frac{J}{\rm kg}\right]$$
(21)

Si $\Delta ec \approx 0$ y $\Delta ep \approx 0$ entonces: $w_{c} = -\int_{1}^{2} v \times dP \left[\frac{J}{kg}\right]$ (22)

Donde v y P son, respectivamente, el volumen específico y la presión del gas que circula por el VC. Δec y Δep el cambio, entre la entrada y la salida del VC, de la energía cinética y potencial respectivamente. Las ecuaciones (21) y (22) son las relaciones para el *trabajo reversible de salida* asociado con un *proceso internamente reversible* en un dispositivo de flujo estacionario, y da un resultado negativo cuando el trabajo se realiza sobre el sistema.

Claramente, es necesario conocer v como una función de P para el proceso dado y así poder realizar la integración. *Cuando el fluido de trabajo es incompresible*, el volumen específico v permanece constante y puede obtenerse de la integración. Entonces la expresión (21) se simplifica a como lo indica la Ec. (23), y, por lo tanto, también se simplifica la (22) según se muestra en la **Ec. (24)**.

$$w_{\rm c} = -v \times \left(P_2 - P_1\right) - \Delta ec - \Delta ep \quad \left[\frac{J}{\rm kg}\right]$$
(23)

Si $\Delta ec \cong 0$ y $\Delta ep \cong 0$ entonces:

$$w_{\rm c} = -v \times \left(P_2 - P_1\right) \quad \left[\frac{J}{\rm kg}\right] \tag{24}$$

Para el flujo estacionario de un líquido a través de un dispositivo que no involucra interacciones de trabajo (como una tobera o una sección de tubería), el término trabajo es cero y la (23) puede expresarse como, Ec. (25).

$$v \times (P_2 - P_1) + \frac{\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2}{2} + \vec{g} \cdot (\vec{z}_2 - \vec{z}_1) = 0$$
(25)

La anterior es conocida, en Mecánica de Fluidos, como la *expresión de Bernoulli* y se desarrolla para un proceso internamente reversible, por lo tanto, es aplicable a fluidos incompresibles que no incluyen irreversibilidades como fricción u ondas de choque, pero puede ser modificada para incorporar estos efectos.

3. SUSTANCIAS PURAS

Previo al desarrollo de los temas a analizar en esta sección, los cuales refieren a las sustancias puras, es necesario entender que es una sustancia pura. *Una sustancia que tiene una composición química fija en cualquier parte* se llama *sustancia pura*. El agua, el nitrógeno, el helio y el dióxido de carbono, por ejemplo, son sustancias puras.

Una sustancia pura no tiene que estar conformada por un solo elemento o compuesto químico. Una *mezcla* de varios de estos también puede ser una *sustancia pura* siempre y cuando la mezcla sea *homogénea*. El aire, por ejemplo, es una mezcla de varios gases, pero con frecuencia se considera como una sustancia pura porque tiene una composición química uniforme. Sin embargo, la mezcla de aceite y agua no es una sustancia pura, ya que el aceite no es soluble en agua, por lo que se acumula en la superficie y se forman dos regiones químicamente distintas.

3.1. Gases ideales o perfectos

El estudio de las relaciones entre estados termodinámicos se puede abordar con el uso de *diagramas o tablas* tal como se ve en la Secciones 3.5 y 3.6, respectivamente. Sin embargo, estas son voluminosas y vulnerables a errores tipográficos, por lo tanto, un enfoque más práctico y deseable sería tener entre las propiedades algunas relaciones simples que sean suficientemente generales y precisas, tales como las *ecuaciones de los gases perfectos*.

Se denominan gases perfectos a aquellos que cumplen con la *Ley de Boyle-Mariotte* y las *Leyes de Charles-Gay Lussac*, las cuales se resumen con una sola expresión, llamada *ecuación de estado* (Ver Sección 3.1.4). Además, los gases perfectos cumplen con una tercera condición conocida con el nombre de *Ley de Joule* (Ver Sección 3.1.5), la que establece que la energía de ellos depende solamente de su temperatura. Esta ley ha sido comprobada por las experiencias de Joule-Thompson y es confirmada por la teoría cinética del gas perfecto (FACORRO, 2011).

3.1.1. Comportamiento del gas a temperatura constante

La *Ley de Boyle-Mariotte* establece que cuando la temperatura *T* se mantiene constante, el volumen que ocupa una masa gaseosa *m*, varia en forma inversamente proporcional a las presiones aplicadas sobre la misma. En símbolos: $P \propto 1/V$, es decir: $P \times V = CTE$. Y para dos estados de un gas en estas condiciones tenemos la **Ec. (26)**.

$$P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2 = CTE \tag{26}$$

Donde: *CTE* es la constante de proporcionalidad directa para una masa fija de gas y a una temperatura también fija. P_i y V_i indican, respectivamente, la presión y el volumen en un determinado estado termodinámico del gas. La relación (función) señalada, entre las variables, gráficamente responde a una *hipérbola equilátera*.

3.1.2. Comportamiento de un gas a presión constante

La *Ley de Charles*, por su parte, establece que en un proceso a *presión a constante* (proceso isobárico) el volumen de una masa gaseosa es directamente a su temperatura absoluta, en símbolos: $V \propto T$, es decir: $V = CTE \times T$. Y para dos estados de un gas en estas condiciones tenemos la **Ec. (27)**.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = CTE$$
(27)

Donde: *CTE* es la constante de proporcionalidad inversa para una masa fija de gas y una presión también fija. T_i y V_i indican, respectivamente, el volumen y la temperatura absoluta en un determinado estado termodinámico.

3.1.3. Comportamiento de un gas a volumen constante

La *Ley Gay Lussac*, establece que en un proceso a *volumen constante* (proceso isométrico o isocórico) la presión de una masa de gas es directamente proporcional a su temperatura

absoluta, en símbolos: $P \propto T$, es decir: $P = CTE \times T$. Y para dos estados de un gas en estas condiciones tenemos la **Ec. (28)**.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = CTE$$
(28)

Donde: *CTE* es la constante de proporcionalidad inversa para una masa fija de gas y un volumen también fijo. P_i y T_i indican, respectivamente, la presión y la temperatura absoluta en un determinado estado termodinámico.

De las leyes antes analizadas, los científicos arribaron a una conclusión muy importante, que es la definición del *concepto del Cero Absoluto*. Este representa la temperatura a la cual se anula el volumen de una masa gaseosa cuando se disminuye la temperatura absoluta del gas manteniendo la presión constante, o bien, la temperatura a la cual se anula la presión del gas cuando se disminuye su temperatura absoluta manteniendo el volumen constante.

3.1.4. Ecuación de estado

Las leyes para los gases perfectos analizadas en los incisos anteriores se pueden plasmar en una sola ley que se denomina ecuación de estado. Esta ley establece la relación entre los parámetros o variables que definen un estado termodinámico de una sustancia. Hay varias ecuaciones de estado, algunas sencillas y otras muy complejas: la más sencilla y mejor conocida para sustancias en la fase gaseosa es la *ecuación de estado de gas ideal:* **Ec. (29)**.

$$P \times v = R \times T \tag{29}$$

Donde; la constante de proporcionalidad R se denomina *constante particular del gas*, sustancias diferentes tienen distintas constantes (Ver Anexo 8-Sección 10.5), sus unidades surgen de despejarla de la (29). En esta ecuación P es la presión absoluta, v el volumen específico, y T la temperatura absoluta. La ecuación de estado se puede escribir de varias

maneras. En efecto, partiendo de la expresión (29), se obtiene la **Ec. (30)** que representa la *ecuación de estado para una masa cualquiera* de gas.

$$v = \frac{V}{m} \Longrightarrow P \times V = m \times R \times T \tag{30}$$

Advierta que la ecuación (30) se obtiene introduciendo el concepto de volumen específico v, donde m es la masa del gas y V el volumen total del mismo. Si ahora se refiere la ecuación (30) a 1 mol de gas ideal, vale decir, se divide la expresión anterior por 1 mol, resulta la Ec. (31).

$$P \times \overline{V} = M \times R \times T \tag{31}$$

Donde \bar{v} es el volumen molar y *M* es la masa molar (Ver Anexo 8-Sección 10.5). Pero, si se considera la aplicación de la expresión (31) para una masa gaseosa en condiciones normales de presión y temperatura (CNPT.) y recordando la *Ley de Avogadro* que dice que: volúmenes iguales de gases distintos medidos en CNPT tienen el mismo número de moléculas, resulta que el producto $M \times R = CTE$, por lo tanto, se obtiene una nueva constante que se denomina *constante molar universal del gas ideal* o simplemente constante universal R_u que está dada por la **Ec. (32)** y es la misma para todas las sustancias.

$$R_{\rm u} = M \times R \Longrightarrow R = \frac{R_{\rm u}}{M} \tag{32}$$

Donde R_u es la constante molar universal y su valor puede verse en el Anexo 10.3. Algunos autores denominan a la masa molar como masa molecular, puesto que nos estamos refiriendo a una masa de moléculas. Reemplazando el valor de R_u dada por la (32) en la expresión (31) y, considerando la CNPT. (como se dijo) se obtiene la Ec. (33).

$$P \times \overline{V}_{\rm m} = R_{\rm u} \times T \tag{33}$$

Donde \overline{V}_{m} es el volumen molar normal. Si, finalmente en la ecuación (33) se introduce la definición del volumen molar se obtiene la denominada *ecuación general de estado del gas ideal:* Ec. (34).

$$\overline{V}_{\rm m} = \frac{V}{n} \Longrightarrow P \times V = n \times R_{\rm u} \times T \tag{34}$$

Donde n es el número de moles del gas que se trate. Al escribir dos veces la ecuación (30) para una masa fija, las propiedades de un gas ideal en dos estados diferentes se relacionan entre sí por medio de la **Ec. (35)**.

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2}$$
(35)

Un gas ideal es una *sustancia imaginaria* que obedece a la relación $P \times v = R \times T$. Experimentalmente, se ha observado que la relación de gas ideal se aproxima mucho al comportamiento *P-v-T* de los gases reales a bajas densidades: ya que como se ha dicho; a *presiones bajas y temperaturas altas* la densidad de un gas disminuye y se comporta como gas ideal.

Para *intereses prácticos*, muchos gases familiares como el aire, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno, helio, argón, neón, criptón e incluso algunos gases más pesados como el dióxido de carbono, pueden tratarse como gases ideales con un margen de error insignificante (con frecuencia menor al 1 %). Sin embargo, los gases densos, como el vapor de agua en las centrales eléctricas y el vapor de refrigerante en los refrigeradores, no deben considerarse como gases ideales, por lo que es necesario usar *tablas de propiedades*.

3.1.5. Energía interna de un gas perfecto

En la Sección 3.8.4 se aborda el tema de calor específico a presión constante y a volumen constante para los gases. Se considera ahora un gas perfecto que realiza una transformación a

volumen constante (Ver Sección 3.3.1) y al cual se le aplica el Primer Principio de la Termodinámica, para este sistema cerrado se obtiene la **Ec. (36)**.

$$\Delta U = m \times c_{\nu, \text{prom}} \times \Delta T \quad [J]$$
(36)

En la anterior; U es la energía interna, m la masa del gas, $c_{v,prom}$ el calor específico a volumen constante del gas y ΔT es la variación de la temperatura (en grados celsius o kelvin). La (36) da el valor de la energía interna U para una transformación de un gas realizada a volumen constante, sea el *gas perfecto o real*.

Si ahora consideramos una transformación cualquiera en la cual varía el volumen, es evidente que si se trata de un gas real la fórmula (36) se modifica pues existirá variación de energía interna con el volumen; pero si, en cambio, evoluciona un gas perfecto ella continúa siendo válida por cuanto esta función de estado solo depende de la temperatura, es decir, U = f(T). Por lo tanto, la Ec. (36) (que ha sido demostrada experimentalmente por Joule-Thompson y se conoce como *Ley de Joule*), es *aplicable a cualquier transformación de un gas perfecto* (FACORRO, 2011).

3.1.6. Entalpía de un gas perfecto

En el análisis de sistemas abiertos (Ver Sección 2.2) se define la función de estado: entalpía *h* como una propiedad de combinación dada por: $h = u + P \times v$, siendo *u* la energía interna específica, *P* la presión y *v* el volumen específico del fluido. Además, cuando un sistema ya sea abierto o cerrado realiza una transformación reversible a presión constante se verifica que $q_p = h_2 - h_1 = \Delta h$ (Ver Sección 3.3.2) y teniendo en cuenta la ecuación de la calorimetría, para esta transformación podemos escribir: $h_2 - h_1 = c_{p,prom} \times (T_2 - T_1)$. Por ser la entalpía una *función de estado*, la ecuación anterior es *válida* para las *transformaciones reversibles o irreversibles del gas perfecto*, además su valor se mantiene al modificarse la presión, pues siendo la energía interna función de la temperatura, también lo será la entalpía al considerar que: $h = u + P \times v = u + R \times T$, pues $P \times v = R \times T$. Por lo tanto, *para cualquier transformación del gas perfecto* se verifica lo indicado en la **Ec. (37)**.

$$\Delta h = h_2 - h_1 = c_{p,\text{prom}} \times (T_2 - T_1) \quad \left\lfloor \frac{J}{\text{kg}} \right\rfloor$$
(37)

Es conveniente remarcar un criterio importante de las dos secciones precedentes, y es que, cuando se trata de una función de estado, las ecuaciones que a ellas las definen son válidas para cualquier transformación reversible o irreversible del gas perfecto, aunque se hayan deducido considerando una evolución reversible (FACORRO, 2011).

3.1.7. Tabulación de energía interna y entalpía: gases perfectos

La ecuación (36) se obtiene integrando la expresión: $\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) \times dT$. Del mismo modo la (37) se obtiene de la $\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) \times dT$. En ambos casos se considera un calor específico medio y por lo tanto constante, lo que permite realizar la integración.

Estas integraciones son directas, pero toman mucho tiempo, de ahí que resulten imprácticas. Para evitar cálculos laboriosos, los datos de u y h han sido *tabulados* para diversos gases en pequeños intervalos de temperatura. Estas tablas se obtienen eligiendo un punto de referencia arbitrario y llevando a cabo las integrales presentadas en el párrafo anterior con el estado 1 como el de referencia. Y tanto la entalpía como la energía interna tienen asignados valores cero en ese estado.

La elección del *estado de referencia* no tiene efectos sobre los cálculos de Δu o Δh . En el Anexo 32 (Sección 10.5) los datos de u y h para el aire se dan en kJ/kg y a partir del Anexo 33
en kJ/kmol para otros gases. Para el análisis termodinámico de las reacciones químicas la unidad kJ/kmol es muy conveniente.

3.2. Gases reales

La ecuación de estado de un gas ideal (Sección 3.1.4) está basada en la hipótesis de que las interacciones entre las moléculas de un gas a densidad muy baja son despreciables. Además, en estas condiciones, las moléculas que constituyen el gas se consideran partículas puntuales. Por lo tanto, *en el modelo de gas ideal, las sustancias siempre se encuentran en estado gaseoso*.

Sin embargo, el comportamiento de una *sustancia real* es mucho más complejo. Esta puede experimentar lo que se denomina *cambio de fase o cambio de estado*. Tales cambios se explican en las Sección 3.5.3 mediante la construcción del *Diagrama de Andrews*, dejando para esta sección el análisis de otros aspectos de los gases reales.

Para iniciar cabe preguntarse *¿el vapor de agua es un gas ideal?* Esta pregunta no se contesta con un simple si o no. El error en que se incurre al considerar el vapor de agua como un gas ideal se calcula y se representa en la **Figura 8** mediante un diagrama T-v (Ver Sección 3.5.1).

En dicha figura, es claro que a presiones inferiores a 10 kPa el vapor de agua se puede considerar como un gas ideal, sin importar su temperatura, con un error insignificante (menor de 0,1 %). Sin embargo, a presiones superiores suponer que el vapor de agua es un gas ideal produce errores inaceptables, en particular en la vecindad del punto crítico y la línea de vapor saturado (mayores a 100 %).



Figura 8. Porcentaje de error $([|v_{tabla} - v_{ideal}|/v_{tabla}] \times 100)$ en que se incurre al suponer que el vapor es un gas ideal, y la región donde el vapor se puede tratar como un gas ideal con un porcentaje de error menor a 1 % (los valores son para el agua) (Fuente: CENGEL, 2012).

Por lo dicho, para sistemas de aire acondicionado el vapor de agua en el aire se puede tratar como un gas ideal sin ningún error porque la presión del vapor de agua es muy baja. No obstante, las presiones que se manejan en centrales eléctricas son muy altas, así que en tales casos no debe usarse las relaciones de gas ideal. Por lo dicho, para el estudio de gases reales se hace conveniente la introducción de un nuevo concepto el factor de compresibilidad.

3.2.1. Factor de compresibilidad

La ecuación de gas ideal es muy simple, por lo tanto, muy conveniente de usar. Pero como ilustra la Figura 8, los gases se desvían de manera importante del comportamiento de gas ideal en estados cercanos a la región de saturación y el punto crítico. Esta, *desviación a temperatura y presión especificadas*, se toma en cuenta con exactitud mediante la introducción de un *factor de corrección* llamado *factor de compresibilidad Z*. Tal factor es una medida de la desviación del gas real respecto del ideal y, está definido como lo indican las **Ec. (38)** y **(39)**.

$$Z = \frac{P \times v}{R \times T} \quad [1] \quad \text{o bien:} \quad P \times v = Z \times R \times T \tag{38}$$

$$Z = \frac{V_{\text{actual}}}{V_{\text{ideal}}} \quad [1]$$
(39)

Donde $v_{ideal} = R \times T/P$. Es evidente que Z = 1 para gases ideales, mientras que para los gases reales puede ser mayor o menor que la unidad (Ver **Figura 9**). Cuanto más lejos se encuentra Z de la unidad, mayor es la desviación que el gas presenta respecto al comportamiento de gas ideal.



Figura 9. El factor de compresibilidad de los gases reales. $Z > 1 \Rightarrow$ gas real poco compresible $Z = 1 \Rightarrow$ gas ideal, $Z < 1 \Rightarrow$ gas real muy compresible (Fuente: CENGEL, 2012).

Los gases siguen la ecuación de *gas ideal* a bajas presiones y altas temperaturas, pero ¿qué es exactamente lo que constituye baja presión y alta temperatura? ¿Es -100 °C una temperatura baja? Definitivamente lo es para muchas sustancias, pero no para el aire. El aire (o el nitrógeno) puede tratarse como gas ideal a esta temperatura y a la presión atmosférica con un error inferior a 1 %. Esto se debe a que el nitrógeno está por arriba de su temperatura crítica (-147 °C) y lejos de la región de saturación.

Sin embargo, a esta temperatura y presión la mayor parte de las sustancias existirían en la fase sólida. Por consiguiente, *la presión o temperatura de una sustancia es alta o baja en relación con su temperatura crítica* (T_{cr}) *o presión critica* (P_{cr}) .

Teniendo en cuenta el comportamiento de un gas real respecto al ideal, y habiendo introducido el concepto de factor para corregir esto, una forma razonable de ampliar la utilidad de la ecuación de gas ideal es a través del principio (o ley, según el autor) de los estados correspondientes (ROLLE, 2006).

3.2.1.1. Principio de los estados correspondientes

Los gases se comportan de manera diferente a determinadas temperatura y presión, pero se comportan de manera muy parecida a *temperaturas y presiones normalizadas*. Estas temperaturas y presiones normalizadas se definen como lo indican la **Ec. (40)** (CENGEL, 2012).

$$P_{\rm R} = \frac{P}{P_{\rm cr}} \quad \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad T_{\rm R} = \frac{T}{T_{\rm cr}} \quad \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$
(40)

En que P_R es la *presión reducida* y T_R la *temperatura reducida*. Además, P/P_{cr} y T/T_{cr} indican las relaciones entre la presión y la temperatura de un estado cualquiera de un gas real y la magnitud similar correspondiente al punto crítico. Otros autores (FACORRO, 2011) denominan a estos parámetros como *coordenadas reducidas*.

Según FACORRO (2011), de acuerdo con los resultados experimentales obtenidos con distintos gases a diferentes presiones y temperaturas reducidas, estos valores han correspondido perfectamente a curvas que responden a la función $Z = f(P_R, T_R)$ como se ve en la **Figura 10**.

Por lo tanto, *el factor Z para todos los gases es aproximadamente el mismo a iguales presión y temperaturas reducidas*, lo cual recibe el nombre de *principio de estados correspondientes*. Al parecer los gases obedecen bastante bien el principio de los estados correspondientes. Al ajustar los datos se obtiene la *carta de compresibilidad generalizada*, también llamados *diagramas de Nelson y Obert* y que puede emplearse para todos los gases. En los Anexos 22 y 23 de la Sección 10.5 se presentan dos cartas de compresibilidad generalizada para distintos intervalos de temperatura.



Figura 10. Gráfico de $Z = f(P_R, T_R)$. Comparación de factores Z para varios gases, cuyo arreglo deriva en la Carta de compresibilidad generalizada (Fuente: CENGEL, 2012).

De la carta de compresibilidad generalizada se hacen las siguientes *observaciones*: 1- A presiones muy bajas ($P_{\rm R} \ll 1$), los gases se comportan como un gas ideal sin considerar la temperatura. 2- A temperaturas altas ($T_{\rm R} > 2$), es posibles supone con buena precisión el comportamiento de gas ideal, independientemente de la presión (excepto cuando $P_{\rm R} \gg 1$). 3-

La desviación de un gas respecto al comportamiento de gas ideal es mayor cerca del punto crítico.

Cuando se tiene *P* y v o *T* y v en lugar de *P* y *T*, es posible utilizar la carta de compresibilidad generalizada incluso para determinar la tercera propiedad, pero se requeriría el tedioso procedimiento de prueba y error. Por lo tanto, es necesario definir otra propiedad reducida llamada *volumen específico pseudo reducido* $v_{\rm R}$. **Ec. (41)**.

$$v_{\rm R} = \frac{v_{\rm actual}}{R \times T_{\rm cr} / P_{\rm cr}} \quad [1]$$
(41)

Observe que $v_{\rm R}$ se define de modo diferente que $P_{\rm R}$ y $T_{\rm R}$ de ahí su nombre, mientras que un *volumen reducido* consistente con las definiciones de la ecuación (40) sería: $v_{\rm R} = v/v_{\rm cr}$. Las líneas de $v_{\rm R}$ constante se agregan también a la carta de compresibilidad lo cual permite determinar P o T sin tener que recurrir a repetidas *iteraciones*.

3.2.2. Ecuaciones de estado de gases reales

La ecuación de estado de gas ideal (Sección 3.1.4) es muy simple, pero su ámbito de aplicación es limitado. Es deseable tener ecuaciones de estado que representen con precisión y sin limitaciones el comportamiento *P-v-T* de una sustancia en una región más amplia. Para este propósito han sido propuestas varias ecuaciones.

Sin embargo, solo se analizan tres: la *Ecuación de Van der Waals* por ser una de las primeras, la de estado de *Beattie-Bridgeman* porque es una de las más conocidas y razonablemente precisa, y la de *Benedict-Webb-Rubin* por ser una de las más recientes y muy precisa.

Ecuación de Van der Waals: propuesta en 1873, tiene *dos constantes* que se determinan del comportamiento de una sustancia en el punto crítico, y está dada por la **Ec. (42)**.

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right) \times \left(v - b\right) = R \times T \quad por \ unidad \ de \ kg$$
(42)

Donde *P*, *v*, *R* y *T* son, respectivamente, presión absoluta, volumen específico, constante particular y temperatura absoluta del gas. Van der Waals intento mejorar la ecuación de estado de gas ideal al incluir dos de los efectos no considerados en el modelo de gas ideal: *las fuerzas de atracción intermoleculares y el volumen que ocupan las moléculas por sí mismas*. El término a/v^2 toma en cuenta las fuerzas intermoleculares y *b* el volumen que ocupan las moléculas del gas. La (42) se puede expresar también *por unidad de mol* al reemplazar *v* por \bar{v} y la *R* por R_u para obtener la **Ec. (43)**.

$$\left(P + \frac{a}{\overline{v}^2}\right) \times \left(\overline{v} - b\right) = R_{\rm u} \times T \quad por \ unidad \ de \ mol$$
(43)

Donde \overline{v} y R_u son, respectivamente, el volumen por unidad de mol y la constante universal de los gases. La determinación de las dos constantes que aparecen en esta ecuación se basa en la observación de que la isoterma crítica en un diagrama *P*-*v* tiene un punto de inflexión horizontal en el punto crítico. Así, las derivadas primera y segunda de *P* con respecto a *v* en el punto crítico deben ser cero según lo indica la Ec. (44). Al llevar a cabo las derivadas parciales y al eliminar v_{cr} se obtienen las constantes *a* y *b*, dadas por las **Ec. (45)** y (**46**).

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T=T_{\rm cr}=\rm const} = 0 \quad y \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_{T=T_{\rm cr}=\rm const} = 0 \tag{44}$$

$$a = \frac{27 \times R^2 \times T_{\rm cr}^2}{64 \times P_{\rm cr}} \left[\frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{m}^2 \cdot \mathbf{kg}^2} \right] \quad \text{o bien:} \quad a = \frac{27 \times R_{\rm u}^2 \times T_{\rm cr}^2}{64 \times P_{\rm cr}} \left[\frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{m}^2 \cdot \mathbf{mol}^2} \right]$$
(45)

$$b = \frac{R \times T_{\rm cr}}{8 \times P_{\rm cr}} \left[\frac{{\rm m}^3}{{\rm kg}} \right] \quad \text{o bien:} \quad b = \frac{R_{\rm u} \times T_{\rm cr}}{8 \times P_{\rm cr}} \left[\frac{{\rm m}^3}{{\rm mol}} \right]$$
(46)

Para cualquier sustancia, las constantes $a ext{ y } b$ se calculan con los datos del punto crítico que se listan en la Tabla A-1 (Ver Anexo 8-Sección 10.5). Sin embargo, en el Anexo 24, se listan valores de las constantes para varios gases comunes. La exactitud de la ecuación de estado de

Van der Waals suele ser inadecuada, pero se puede mejorar si se usan valores de *a* y *b* basados en el comportamiento real del gas en un intervalo más amplio, en lugar de un solo punto.

Ecuación de Beattie-Bridgeman: propuesta en 1928, es una ecuación de estado basada en *cinco constantes* determinadas de forma experimental. Se expresa, *por unidad de kilogramo*, como lo indican las Ec. (47) y (48).

$$P = \frac{R \times T}{v^2} \times \left(1 - \frac{c}{v \times T^3}\right) \times \left(v + B\right) - \frac{A}{v^2} \quad [Pa] \quad por \ unidad \ de \ kg$$
(47)

$$A = A_0 \times \left(1 - \frac{a}{v}\right) \left[\frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{m}^2 \cdot \mathbf{kg}^2}\right] \quad \mathbf{y} \quad B = B_0 \times \left(1 - \frac{b}{v}\right) \left[\frac{\mathbf{m}^3}{\mathbf{kg}}\right]$$
(48)

Donde *P*, *v*, *R* y *T* son, respectivamente, presión absoluta, volumen específico, constante particular y temperatura absoluta del gas. Las constantes A_0, a, B_0, b y *c* que aparecen en las ecuaciones anteriores se listan, junto con sus unidades en el Anexo 25 de la Sección 10.5 para varias sustancias. Como con la ecuación de Van der Waals también puede expresarse por unidad de mol según se indica en las **Ec. (49)** y (**50**).

$$P = \frac{R_{u} \times T}{\overline{v}^{2}} \times \left(1 - \frac{c}{\overline{v} \times T^{3}}\right) \times \left(\overline{v} + B\right) - \frac{A}{\overline{v}^{2}} \quad [Pa] \quad por \ unidad \ de \ mol$$
(49)

$$A = A_0 \times \left(1 - \frac{a}{\overline{v}}\right) \left[\frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{m}^2 \cdot \mathbf{mol}^2}\right] \quad \mathbf{y} \quad B = B_0 \times \left(1 - \frac{b}{\overline{v}}\right) \left[\frac{\mathbf{m}^3}{\mathbf{mol}}\right]$$
(50)

Donde \overline{v} y R_u son, respectivamente, el volumen por unidad de mol y la constante universal de los gases. También en este caso, en el Anexo 26 de la Sección 10.5 se ofrece las constantes con sus unidades. Se sabe que la ecuación de Beattie-Bridgeman es razonablemente precisa para densidades de hasta $0.8 \times \rho_{cr}$ donde ρ_{cr} es la densidad de la sustancia en el punto crítico.

Ecuación de Benedict-Webb-Rubin: en 1940, Benedict, Webb y Rubin ampliaron la ecuación de Beattie-Bridgeman y consiguieron aumentar el número de *constantes a ocho*. Se expresa como lo indica la Ec. (51).

$$P = \frac{R_u \times T}{\overline{v}} + \left(B_0 \times R_u \times T - A_0 - \frac{C_0}{T^2}\right) \times \frac{1}{\overline{v}^2} + \frac{b \times R_u \times T - a}{\overline{v}^3} + \frac{a \times \alpha}{\overline{v}^6} + \frac{c}{\overline{v}^3 \times T^2} \times \left(1 + \frac{\gamma}{\overline{v}^2}\right) \times e^{-\gamma/\overline{v}^2}$$
(51)

Los valores de las constantes que aparecen en esta ecuación se dan en el Anexo 27 de la Sección 10.5. En el dictado del curso, sin embargo, prácticamente no se hará uso de esta expresión. Esta ecuación puede manejar sustancias a densidades de hasta $2,5 \times \rho_{cr}$. En 1962, **Strobridge** amplia aún más esta ecuación al aumentar el número de *constantes a 16*.

Ecuación de estado Virial o General: aunque las fórmulas anteriores son las más empleadas, resulta muy conveniente, y más satisfactorio desde el punto de vista teórico, establecer una ecuación de estado única que puede expresarse en forma de una serie, como lo indica la Ec. (52).

$$P = \frac{R \times T}{v} + \frac{a(T)}{v^2} + \frac{b(T)}{v^3} + \frac{c(T)}{v^4} + \frac{d(T)}{v^5} + \dots$$
(52)

Donde los coeficientes a(T), b(T), c(T), etc., son funciones únicamente de la temperatura y se denominan *coeficientes viriales*. Estos se determinan en forma experimental o teórica a partir de la mecánica estadística, de donde resulta obvio que a medida que la presión se aproxima a cero, los coeficientes viriales desaparecerán y la ecuación se reducirá a la de estado de gas ideal. Finalmente, en la **Figura 11**, se muestra una comparativa entre las ecuaciones vistas.



Figura 11. Comparativa de exactitud entre las ecuaciones de estado de los gases reales. En un intervalo amplio, las ecuaciones de estado complejas representan con mayor precisión el comportamiento P-v-T de los gases (Fuente: CENGEL, 2012).

Las ecuaciones de estado hasta aquí analizadas son aplicables solo a la fase gaseosa de las sustancias, por lo tanto, no se deben usar para líquidos o vapores húmedos.

3.3. Transformaciones del gas ideal

En esta sección se estudia las *transformaciones reversibles* que pueden realizarse en un sistema constituido por un gas perfecto. Ellas, según las características de su evolución se clasifican en: *isobárica, isométrica, isotérmica, adiabática y politrópica*. En el inciso siguiente se analiza cada una, se aplican la *ecuación del primer principio y la ecuación de la calorimetría* con el fin de deducir las expresiones de interés, es decir, el trabajo *W* y el calor intercambiado *Q*, tanto *para sistemas cerrados* como para *sistemas abiertos*. Se da por entendido, que el lector comprende que a cada una de estas transformaciones se le pueden aplicar las leyes de los gases perfectos analizadas en la Sección 3.1.

3.3.1. Transformación isométrica/isocórica

Esta transformación se caracteriza porque el *volumen* se mantiene *constante*. En el Diagrama de Clapeyron la trayectoria representativa de estas evoluciones es una recta paralela al eje de las presiones. Las *expresiones*: aplicando el primer principio para *sistemas cerrados* (Ec. 1) como $\Delta V = 0$ \therefore $W_{\rm b} = 0$ entonces se obtiene la **Ec. (53)**. Aplicando la ecuación de la calorimetría y considerando la expresión (36) resulta que el calor Q intercambiado con el medio exterior está dado por la **Ec. (54)**. Finalmente, para un *sistema abierto en régimen estacionario*, sin cambios apreciables de energía cinética y potencial resulta la **Ec. (55)**.

$$Q = \Delta U \quad [J] \tag{53}$$

$$Q = \Delta U = m \times c_{\nu,\text{prom}} \times \Delta T \quad [J]$$
(54)

$$Q = \Delta H + W_c = \Delta H + (V \times \Delta P) \quad [J]$$
(55)

Donde W_c es el trabajo de circulación (*solo existe en sistemas abiertos*) y cuya expresión general puede verse en la (22) de la Sección 2.2.3.2. ΔH es la variación de entalpía (*solo existe en sistemas abiertos*), V es el volumen total del gas, $c_{\nu,prom}$ es el calor específico medio a volumen constante (Ver Sección 3.8.4), ΔP es la variación de presión y ΔT es la variación de temperatura, es importante recordar que puede expresarse tanto en grados celsius como en kelvin.

3.3.2. Transformación isobárica

Esta transformación se caracteriza porque la *presión* se mantiene *constante*. En el Diagrama de Clapeyron la trayectoria representativa de estas evoluciones es una recta paralela al eje de los volúmenes. Las *expresiones*: en primer lugar, hay que considerar que es aplicable la

expresión: $\Delta U = m \times c_{v,prom} \times \Delta T$ (FACORRO, 2011), por lo tanto, aplicando el primer principio para *sistemas cerrados* obtenemos la **Ec. (56)**.

$$Q = \overbrace{(m \times c_{\nu, \text{prom}} \times \Delta T)}^{\Delta U} + \overbrace{(P \times \Delta V)}^{W_b} [J]$$
(56)

Y como por *calorimetría* por ser P = CTE se es válido: $Q = m \times c_{p,prom} \times \Delta T$, igualando con la ecuación (56) se obtiene la **Ec. (57)** que es una forma más general para obtener el calor intercambiado.

$$c_{p,\text{prom}} \times \Delta T = c_{v,\text{prom}} \times \Delta T + P \times \Delta v \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(57)

Donde $c_{p,prom}$ y $c_{v,prom}$ son, respectivamente, los calores específicos medios a presión constante y a volumen constante, v es el volumen específico del gas. Además, para un *sistema abierto estacionario*, al ser una evolución de un gas perfecto a presión constante, es aplicable la expresión (que se deduce en la Sección 2.2) presentada en la **Ec. (58-a)**. En lo que refiere al trabajo de circulación advierta que según se muestra en la ecuación (22) dP = 0, por lo tanto, la integral se anula y el trabajo también, esto se indica en la **Ec. (58-b**).

a)
$$q = q_{\rm p} = \Delta h \left[\frac{J}{\rm kg} \right]$$

b) $w_{\rm c} = 0 \left[\frac{J}{\rm kg} \right]$
(58)

La ecuación anterior es aplicable tanto a sistemas cerrados como abiertos en régimen estacionario, donde $\Delta h = h_2 - h_1$ es la variación de entalpía.

3.3.3. Transformación isotérmica

Esta transformación se caracteriza porque la *temperatura* se mantiene *constante*. En el Diagrama de Clapeyron la trayectoria representativa de estas evoluciones sigue la ley de una

hipérbola equilátera. Las *expresiones*: aplicando el primer principio para *sistemas cerrados* como U = f(T) y siendo $\Delta T = 0$ resulta que $\Delta U = 0$ entonces se obtiene la **Ec. (59)**. Por su parte, la **Ec. (60)** permite, efectivamente, calcular el calor (o el trabajo) intercambiado.

$$Q = W_{\rm b} \quad [J] \tag{59}$$

$$Q = W_{\rm b} = R \times T \times \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \times m = R \times T \times \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \times m = R \times T \times \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \times m \quad [J]$$
(60)

Donde Q es el calor intercambiado, W_b es el trabajo de expansión (o compresión), R el constante particular del gas, v_i , P_i y V_i son, respectivamente, el volumen específico, la presión y el volumen del gas en los estados *i*. Para el *trabajo de circulación* W_c (que existe solo en un sistema abierto) se verifica la **Ec. (61)**.

$$W_{\rm c} = W_{\rm b} \quad [J] \tag{61}$$

Por lo tanto, en la transformación isotérmica el trabajo de circulación es igual al trabajo mecánico de expansión o de compresión lo cual se confirma en el Diagrama de Clapeyron.

3.3.4. Transformación adiabática

Las transformaciones *adiabáticas internamente reversibles*¹ son aquellas que se realizan *sin intercambio de calor* con el medio exterior, por lo tanto: $\delta Q = 0 \Rightarrow Q = 0$. La aplicación de la ecuación del *primer principio para sistemas cerrados* da la **Ec. (62)**. En las leyes que se refieren a estas transformaciones aparece la *relación de calores específicos* que se designa como *k* (no debe confundirse con el coeficiente de conductibilidad que se estudia en transmisión de calor), **Ec. (63)**.

¹ Leer la Sección 5.6.5 en la que se introduce el término isentrópico para describir esta transformación.

$$\overbrace{c_{\nu,\text{prom}} \times \Delta T}^{\Delta U} + \overbrace{P \times \Delta \nu}^{W_b} = 0 \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(62)

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad [1] \text{ donde } k > 1 \text{ (dado que } c_p > c_v)$$
(63)

Donde *k* (conocido como *exponente adiabático*) es un coeficiente adimensional y ha sido determinado experimentalmente para distintos gases a una temperatura determinada, es decir, k = f(T), por lo tanto, las fórmulas que a continuación se deducen son aplicables si se considera que *k* permanece constante. Vale aclarar que las fórmulas se modifican cuando los gases alcanzan temperaturas apreciables.

El *exponente adiabático o relación de calores específicos* varia también con la temperatura, pero su variación es muy pequeña. Para gases monoatómicos su valor es en esencia una constante en 1,667. Muchos gases diatómicos, incluso el aire, tienen una relación de calores específicos de alrededor de 1,4 a temperatura ambiente.

También, en esta evolución, otras relaciones útiles se pueden deducir a partir de la ecuación (62) teniendo en cuenta la *ecuación de estado* y la *fórmula de Mayer* (Ver Sección 3.8.5), las mismas se presentan en las **Ec. (64)** y (**65**) y son conocidas como la *Ley de Poisson*.

$$T \times v^{k-1} = CTE$$
 : $T_1 \times v_1^{k-1} = T_2 \times v_2^{k-1}$ (64)

$$P \times v^{k} = CTE \quad \therefore \quad P_{1} \times v_{1}^{k} = P_{2} \times v_{2}^{k}$$
(65)

Donde v_i , P_i y T_i son, respectivamente, el volumen específico, la presión y la temperatura absoluta del gas en los estados *i*. A su vez, las ecuaciones (64) y (65) permite obtener la **Ec.** (66).

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$
(66)

El *trabajo* mecánico (de *expansión o compresión*) se calcula despejando de la ecuación (62) y considerando, en el álgebra, algunas de las relaciones vistas, resultan las siguientes *fórmulas generales* del trabajo en una expansión o compresión adiabática. **Ec. (67)** y **(68)**.

$$w_{\rm b} = \frac{P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k - 1}{k}}\right] = \frac{P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k - 1}\right] \left[\frac{J}{\rm kg}\right]$$
(67)

$$W_{\rm b} = \frac{P_1 \times V_1}{k - 1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 \times V_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k - 1}{k}}\right] = \frac{P_1 \times V_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k - 1}\right] \left[\mathbf{J}\right]$$
(68)

Donde v_i , P_i , V_i y T_i son, respectivamente, el volumen específico, la presión absoluta, el volumen y la temperatura absoluta del gas en los estados *i*. Para calcular el *trabajo de circulación* (solo existe para *sistemas abiertos*) se parte de la expresión $q = \Delta h + w_c = h_2 - h_1 + w_c$ (Ver Sección 2.2.3.2) y como en este caso q=0, resulta la **Ec. (69**).

$$w_{\rm c} = -\Delta h = h_1 - h_2 \left[\frac{J}{\rm kg} \right]$$
(69)

La ecuación anterior expresa que para una transformación adiabática el trabajo de circulación es igual a la variación de entalpía. En una expansión el mismo se realiza a expensas de una caída de entalpía. De acuerdo con la expresión $\Delta h = c_{p,prom} \times \Delta T$ (Ver Sección 3.1.6) donde $c_{p,prom}$ es el calor específico medio a presión constante, se reescribe la ecuación (69) como la **Ec.** (70). También es válido calcular el trabajo de circulación como lo indica la **Ec.** (71).

$$w_{\rm c} = -c_{p,\rm prom} \times (T_2 - T_1) = c_{p,\rm prom} \times (T_1 - T_2) \quad \left[\frac{\rm J}{\rm kg}\right]$$
(70)

$$w_{\rm c} = k \times w_{\rm b} \quad \left[\frac{\rm J}{\rm kg}\right] \tag{71}$$

Donde *k* es el coeficiente adiabático y w_b es el trabajo específico de expansión o compresión. La ecuación (71) se obtiene dividiendo miembro a miembro la ecuación (70) por la (62) previamente pasando el término del trabajo al miembro derecho.

3.3.5. Transformación politrópica

Las transformaciones *politrópicas* son aquellas que se efectúan manteniendo un valor de *calor específico constante*. La variación de temperatura es proporcional a la cantidad de calor suministrada o cedida por el fluido durante la transformación, es decir que: $c = \delta Q/dT$. Al igual que en la evolución adiabática, aparece la relación entre los calores específicos, **Ec. (72)**.

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c} \quad [1] \quad \text{donde} \quad -\infty \le n \le +\infty$$
(72)

Donde *n* es denominado *coeficiente politrópico* y es función de los calores específicos a presión constante y a volumen constante y del calor específico *c* de la transformación. La fórmula (72) solo nos dice de que depende *n*, en cambio, en la ecuación (82) se ve otra forma de calcularlo. Para establecer las *fórmulas que rigen estas transformaciones se parte del primer principio de la Termodinámica* aplicado a un gas perfecto para un *sistema cerrado*, **Ec. (73)**.

$$q = c \times \Delta T = \overbrace{c_{v, \text{prom}}}^{\Delta u} \times \Delta T + \overbrace{P \times \Delta v}^{w_b} \left[\frac{J}{\text{kg}} \right]$$
(73)

Donde $q = c \times \Delta T$ resulta de la ecuación de la calorimetría. La variación de la energía interna está dada por: $\Delta u = c_{v,prom} \times \Delta T$ y $P \times \Delta v$ es la expresión del trabajo. Luego de trabajar algebraicamente la ecuación (73), se establece que para este tipo de evolución son válidas las ecuaciones (64), (65), (66), (67), (68) y (71) simplemente *sustituyendo el coeficiente politrópico* k por el coeficiente adiabático n, por lo tanto, resultan las **Ec. (74)** a **(79)**.

$$T \times v^{n-1} = CTE$$
 : $T_1 \times v_1^{n-1} = T_2 \times v_2^{n-1}$ (74)

$$P \times v^n = CTE \quad \therefore \quad P_1 \times v_1^n = P_2 \times v_2^n \tag{75}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$
(76)

$$w_{\rm b} = \frac{P_1 \times v_1}{n-1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 \times v_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{P_1 \times v_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] \left[\frac{J}{\rm kg}\right]$$
(77)

$$W_{\rm b} = \frac{P_1 \times V_1}{n-1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 \times V_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{P_1 \times V_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] \left[J\right]$$
(78)

$$w_{\rm c} = n \times w_{\rm b} \quad \left[\frac{\rm J}{\rm kg}\right] \tag{79}$$

En esta transformación se produce un cambio de calor con el exterior q, para calcularlo se parte de la expresión $c = \delta q/dT$, donde c es el calor específico de la transformación, que consideramos se mantiene constante, o en su defecto, un valor medio, resulta (previa integración) la **Ec. (80)**.

$$q = c \times \Delta T$$
 donde $c = \left(\frac{k-n}{1-n}\right) \times c_{\nu,\text{prom}} \therefore q = \left(\frac{k-n}{1-n}\right) \times c_{\nu,\text{prom}} \times \Delta T \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$ (80)

Donde *k* y *n* son respectivamente, es el coeficiente adiabático y politrópico y $c_{v,prom}$ es el calor específico medio a volumen constante que está implícito en la (73). La ecuación (80) se

suele expresar en función de la presión absoluta P y del volumen específico v, como se muestra en la **Ec. (81)**.

$$q = \frac{k-n}{(k-1)\times(1-n)} \times \left(P_2 \times v_2 - P_1 \times v_1\right) \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$
(81)

Y para una masa *m* se sustituye v_1 y v_2 por V_1 y V_2 , obteniéndose *Q* en Joule. También debe mencionarse que las transformaciones *isotérmicas* y las *adiabáticas* son *casos particulares* de estas transformaciones. Con respecto al coeficiente politrópico, leyendo para dos estados cualesquiera el par de valores que los definen, puede calcularse *n* con la Ec. (82).

$$n = \frac{\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} \tag{82}$$

Para el cálculo de las transformaciones politrópicas resultan aplicable las fórmulas que se presentan en esta sección, pero existen *tablas* que nos permiten simplificar el cálculo como la presentada en el Anexo 30. Utilizándolas se pueden vincular dos estados cualesquiera mediante las relaciones P_1/P_2 , v_2/v_1 y T_1/T_2 , para distintos valores del coeficiente *n*. Con dichas tablas se pueden resolver problemas más rápidamente, sin recurrir a las fórmulas que exigen el uso de logaritmos.

3.4. Procesos de cambio de fase en sustancias puras

Por experiencia se sabe que las *sustancias* existen en *fases o estados* diferentes. A temperatura y presión ambiental el cobre es un sólido, el mercurio un líquido y el nitrógeno un gas, pero en condiciones distintas cada uno podría aparecer en fases diferentes. Aunque son tres las principales, *sólida, líquida y gaseosa*, cada una con unas características moleculares específicas.

Al estudiar los cambios de fase en Termodinámica, no es necesario poner el interés en la estructura molecular y el comportamiento de las distintas fases, pero si es muy útil comprender

los fenómenos moleculares de cada fase (CENGEL, 2012). En particular, interesa las situaciones prácticas donde *dos fases* de una sustancia pura coexisten en *equilibrio*, como, por ejemplo, el agua existe como una mezcla de *líquido y vapor en la caldera*. En relación a lo dicho, la atención en esta sección se centra en la fase líquida y de vapor del *agua*, así como de su mezcla.

3.4.1. Definiciones inherentes a los cambios de fase

Del análisis de los *cambios de fase* de una sustancia, el *agua*, como *sustancia familiar*, se usa para demostrar los principios/propiedades básicas, sin embargo, es necesario recordar que todas las sustancias puras exhiben el mismo comportamiento general. Si en este contexto se considera agua calentándose a presión constante (Ver **Figura 12**) se pueden definir distintos *términos* en la medida en la que el agua va cambiando de fase. Para tal fin, se hace uso de un diagrama *T-v* (Ver Sección 3.5.1).

Hay que destacar, en primer lugar, que se consideran aquí solo los calores que intervienen en el proceso de calentamiento del agua, sin embargo, se puede pensar en el proceso inverso (proceso de enfriamiento del agua) y las cantidades de calor seguirán siendo las mismas en cada fase.

En segundo lugar, que para las *transformaciones de los vapores que se realizan a presión constante* resulta indistinto valorar las cantidades de *calor mediante* las diferencias de calores de vaporización o de *entalpía* (FACORRO, 2011). En la actualidad se da mayor preferencia al uso de la entalpía, por cuanto esta función de estado es de mayor aplicación en los procesos debido a que aparece en el primer principio para sistemas abiertos (Ver Sección 2.2.2.2). Por el mismo motivo se listan en las tablas de vapor (por ejemplo, en el Anexo 14-Sección 10.5), y también en los diagramas entrópicos (Ver Sección 5.6.4) aparece la entalpía en lugar de los calores de vaporización.



Figura 12. Diagrama *T-v* para el proceso de calentamiento del agua a presión constante (Fuente: CENGEL, 2012)

Con referencia a la figura anterior; las definiciones se dan indicando entre paréntesis la zona comprendida. 1-*Líquido comprimido* (1-2): o simplemente *líquido*; es agua que no está apunto de evaporarse. 2- *Líquido saturado* (2): se denomina así a aquel líquido que está a punto de evaporarse. 3-*Mezcla saturada de líquido-vapor* (2-4): también llamado *vapor húmedo*; coexistencia (en equilibrio) de la fase vapor y líquido de una sustancia. 4-*Vapor saturado* (4): también llamado *vapor saturado seco*; se denomina así al vapor que está a punto de condensarse, en otras palabras, es *vapor que no contiene agua* en estado líquido. En este vapor existe, al igual que en el vapor húmedo, una relación biunívoca entre la presión *P* y la *T*, en símbolos: $T \Leftrightarrow P$. La condición anterior es cierta mientras el vapor este en contacto con la superficie del agua. 5-*Vapor sobrecalentado* (4-5): también llamado *vapor recalentado*: es el vapor que no está a punto de condensarse (es decir, no es vapor saturado). Este vapor se

distingue, del vapor húmedo o del vapor saturado, en que la temperatura no guarda una relación biunívoca con la presión.

A partir de aquí referirse a la **Figura 13**. Quizá no sea ninguna sorpresa saber que el agua comienza a hervir a 100 °C; sin embargo, en sentido estricto, decir "el agua hierve a 100 °C" es incorrecto. El enunciado correcto es "el agua hierve a 100 °C a 1 atm de presión". Es decir, la temperatura a la cual comienza a hervir el agua depende de la presión, en consecuencia, *si la presión es constante, sucede lo mismo con la temperatura de ebullición*, en símbolos $T_{sat} = f(P)$ Por lo tanto, 6-*Temperatura de saturación* T_{sat} es la temperatura de cambio de fase de una sustancia pura. Del mismo, la presión que le corresponde a esa temperatura se llama 7-*presión de saturación* P_{sat} .



Figura 13. Entalpías de vaporización en la evolución a presión constante (curva de calentamiento) de una sustancia pura desde la fase líquido a la fase vapor sobrecalentado (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Para vaporizar un líquido (o fundir un sólido) se requiere gran cantidad de energía. Interesa, en esta instancia, saber cuáles son y como se calculan esas *energías de vaporización* implícitas en estos procesos. Antes de obtener las expresiones analíticas, cabe aclarar que si bien las cantidades de energía se rotulan como calores (calor sensible, etc.), en realidad estos calores se están evaluando en términos de entalpía (h_f , etc.).

Luego de lo dicho, si se considera 1 kg de una sustancia pura se tiene: 8-Calor sensible $h_{\rm f}$, es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del líquido para pasar de 0 °C a la T_{sat} ; por lo tanto; se calcula con la fórmula de la calorimetría y vale: $h_{\rm f} = \int_0^{T_{\rm sat}} c \times dt = c_{\rm prom} \times T_{\rm sat}$ [J/kg], donde $c_{\rm prom}$ es el calor específico medio entre las temperaturas 0 y T_{sat} y c el calor específico verdadero. 9-Calor latente de vaporización h_{fg} , es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del líquido, que está a T_{sat} para transformarla íntegramente en vapor saturado seco. Puesto que su valor esta dado en [J/kg]el calor necesario para evaporar una masa cualquiera *m* se obtiene como: $m \times h_{fg}$ [J]. 10-Calor total de vaporización λ_g , es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del líquido, supuesto a 0 °C, para transformarlo en vapor saturado seco a presión constante: $\lambda_{g} = h_{f} + h_{fg}$ [J/kg]. 11-*Calor sensible de sobrecalentamiento* h_{s} , es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del fluido para elevar la temperatura del vapor de T_{sat} hasta la temperatura de sobrecalentamiento T_s , supuesta la transformación a presión constante, y se calcula como: $h_{s} = c_{p,prom} \times (T_{s} - T_{sat}) [J/kg]$, donde $c_{p,prom}$ es el calor específico a presión constante medio del vapor sobrecalentado. Por lo tanto, la cantidad de calor a suministrar para transformar a presión constante el líquido, partiendo de 0 °C en vapor sobrecalentado a la temperatura T_s es: $\lambda_s = h_f + h_{fg} + h_s [J/kg]$. En el Anexo 31 (Sección 10.5) se presenta una tabla con los calores específicos medios, a presión constante, para el vapor sobrecalentado.

Las variaciones que experimentan las propiedades durante los procesos de cambio de fase de una sustancia, se comprenden mejor con la ayuda de diagramas de propiedades o diagramas de estado. A continuación, se construyen y analizan los diagramas T-v, P-v y P-T para sustancias puras.

3.5. Diagramas de propiedades de una sustancia

Los diagramas de propiedades que a continuación se presentan se obtienen mediante métodos experimentales y relacionan la temperatura T, la presión P y el volumen específico v de una sustancia pura. Sin embargo, se debe tener en cuenta que también se pueden definir diagramas que relacionen otras propiedades como, por ejemplo, el h-s o el T-s, pero estos se analizan en la Sección 5.6.4.

Para el análisis que atañe a esta sección, es usual considerar un dispositivo cilindro-émbolo que contiene un fluido líquido, por ejemplo, agua, y al que se le aporta calor desde alguna fuente externa constatando con el transcurso del tiempo los cambios de estado que sufre el mismo (CENGEL, 2012).

3.5.1. Diagrama T-v

El proceso de cambio de fase del agua a la presión de 1 atm (una atmósfera) se analiza en la Sección 3.4.1 y en la figura 12 se representa mediante un diagrama T-v. Ahora se repite ese proceso a diferentes presiones para elaborar el *diagrama T*-v (Ver **Figura 14**).



Figura 14. Diagrama *T*-*v* de procesos de cambios de fase a presión constante de una sustancia pura a diferentes presiones (los valores numéricos son para el agua) (Fuente: CENGEL, 2012).

Si se observa el diagrama se aprecia que la línea horizontal representativa de los estados de vapor húmedo se anula en un punto que está a una presión y temperatura elevadas. Este punto se denomina *punto crítico* y se define como *el punto en el que los estados de líquido saturado* y de vapor saturado son idénticos. A la temperatura, presión y volumen específico que le corresponden a este punto se les denomina, respectivamente, temperatura crítica T_{cr} , presión crítica P_{cr} y volumen específico crítico v_{cr} . En la **Figura 15** se observa el diagrama T-v construido. Los pasos para su confección se explican en el parágrafo siguiente.



Figura 15. Diagrama *T*-*v* de una sustancia pura (Fuente: CENGEL, 2012).

Los estados de líquido saturado que se presentan en la figura 14 pueden conectarse mediante una línea llamada *línea de líquido saturado*, y los de vapor saturado mediante *la línea de vapor saturado*. Estas dos líneas se unen en el punto crítico formando un punto máximo en la curva. Todos los estados de líquido comprimido se localizan en la región a la izquierda de la línea de líquido saturado, conocida como *región de líquido comprimido*, y los de vapor sobrecalentado se encuentran a la derecha de la línea de vapor saturado, en la *región de vapor sobrecalentado*. Sin embargo, existen algunas consideraciones a tener en cuenta en la definición de estas regiones como se explica en la Sección 3.5.3.

3.5.2. Diagrama *P-v*: Diagrama de Clapeyron

La forma general del diagrama P-v de una sustancia pura es muy similar a la del diagrama T-v, pero líneas de temperatura constante en este diagrama presentan una tendencia hacia abajo, como se ilustra en la **Figura 16**.



Figura 16. Diagrama *P-v*, conocido como Diagrama de Clapeyron, de una sustancia pura (Fuente: CENGEL, 2012).

En la obtención del diagrama precedente (P-v), la experiencia se realiza para distintas temperaturas constantes $(T_1, T_2, \text{etc.})$, observando en cada una de ellas la relación entre P y v. Ahora, antes de incluir la fase sólida a los dos diagramas vistos, es conveniente colocar en contexto el análisis de estos cambios de fase. Además, se busca *resaltar* algunos conceptos/términos importantes.

3.5.3. Diagrama de Andrews

En las Sección 3.1 se analiza el comportamiento de un gas ideal, en la Sección 3.2 el de un gas real, en contraste con el primero. De estos análisis se desprende que un gas ideal solo puede existir en fase gaseosa mientras que un gas real puede cambiar de fase. En la **Figura 17** se presenta el denominado *Diagrama de Andrews* el cual representa todas las fases de una sustancia pura (cabe aclarar que se omite el estado sólido por una cuestión de claridad grafica).



Figura 17. Diagrama de Andrews (Fuente: Adaptado de MAIZTEGUI, 1965).

La construcción del diagrama de Andrews genera una curva que se asemeja a una campana llamada *domo de saturación, campana de evaporación o campana de calentamiento*, en esta queda determinada el *punto crítico* (que se define en la Sección 3.5.1). A la isoterma que pasa por el punto crítico se la denomina *isoterma crítica*. Estas curvas delimitan regiones o superficies de interés, lo que permite diferenciar entre los conceptos de vapor y gas.

En efecto, se sabe que cuando los vapores no están próximos a las condiciones de saturación, se comportan aproximadamente como gases. La *diferencia*, pues, entre *vapor y gas* es que los primeros se hallan a temperaturas inferiores a la crítica, y los segundos, a temperaturas superiores.

Por otra parte, como se sabe, la construcción de estos diagramas es mediante datos obtenidos de manera experimental, por lo mismo, se puede afirmar que en condiciones de presión y temperatura lo suficientemente alejadas (por encima) del punto crítico el gas tiene un *comportamiento ideal*, en consecuencia, las líneas de temperatura constante responden a una *hipérbola equilátera*.

Por el contrario, en la medida en que las condiciones se acercan al punto crítico, las hipérbolas sufren una deformación, ya no responden a una isoterma ideal, por lo tanto, se denominan *isotermas reales* o *isotermas de Andrews*. Estas tienen un comportamiento mucho más complejo, ya que deben dar cuenta de los cambios de fase que pueden experimentar.

3.5.4. Ampliación de diagramas para incluir la fase sólida

Los dos *diagramas de equilibrio* desarrollados hasta ahora, representan *estados de equilibrio*, en los que están presentes las fases líquidas y de vapor. Sin embargo, es posible ampliar estos diagramas para incluir a la sólida, así como a las *regiones de saturación sólido-líquido y sólido-vapor*. Los principios básicos analizados junto con el proceso de cambio de fase líquido-vapor se aplican del mismo modo a los de sólido-líquido y sólido-vapor.

La mayor parte de las sustancias se contraen durante un proceso de solidificación, pero otras, como el agua, se expanden cuando se congelan. Los diagramas P-v para los dos grupos de

sustancias se muestran en las **Figuras 18** y **19**. Los diagramas T-v se ven muy similares a los diagramas P-v, en especial para sustancias que se contraen cuando se congelan.



Figura 18. Diagrama de propiedades *P*-*v* de una sustancia que se contrae al congelarse (Fuente: CENGEL, 2012).



Figura 19. Diagrama *P*-*v* de una sustancia que se expande al congelarse (por ejemplo, agua) (Fuente: CENGEL, 2012).

De las Figuras 18 y 19 se desprenden otros conceptos. En efecto, dos fases en equilibrio son algo muy familiar, pero en algunas condiciones las tres fases de una sustancia pura coexisten en equilibrio. En los diagramas P-v o T-v, estos estados de tres fases forman una línea llamada *línea triple*. Los estados que se hallan sobre la línea triple de una sustancia tienen la misma presión y temperatura, pero diferentes volúmenes específicos. Dicha línea aparece como un punto sobre los diagramas P-T; por lo tanto, se denomina *punto triple*.

3.5.5. Diagrama *P-T*: diagrama de fases

En la **Figura 20** se ilustra el diagrama *P*-*T* de una sustancia pura, el cual se conoce como *diagrama de fases* porque las tres fases están separadas entre sí por tres líneas: la de sublimación separa las regiones sólidas y de vapor, y la de fusión separa las regiones sólidas y líquida. Estas tres líneas convergen en el punto triple, donde las *tres fases coexisten en equilibrio*. La línea de vaporización finaliza en el punto crítico porque por encima de este no es posible distinguir las fases líquida y de vapor. Las sustancias que se expanden y contraen al congelarse difieren solo en la línea de fusión en el diagrama *P-T*.



Figura 20. Diagrama *P*-*T* o diagrama de fases de sustancias puras (Fuente: CENGEL, 2012).

En la siguiente sección se presenta la *superficie P-v-T para sustancias reales*. Algunos autores presentan primero esta superficie para luego proyectar la misma sobre los planos correspondientes, lo que determina los diagramas vistos. Además, es importante mencionar que otros autores (FACORRO, 2011) utilizan el término *ecuación espacial de los gases*, la cual, queda claro, define la superficie tridimensional mencionada, pudiendo ser esta para gases ideales o reales.

3.5.6. Superficie *P-v-T* para sustancias reales

El estado de una *sustancia simple compresible* (Ver Anexo 10.1) se determina mediante dos propiedades intensivas independientes: una vez que se han fijado las dos propiedades, todas las

demás se vuelven dependientes. Como cualquier *ecuación con dos variables* independientes en la forma $z = z \times (x, y)$ representa una superficie en el espacio \mathbb{R}^3 , entonces es posible representar el comportamiento *P-v-T* de una sustancia como una superficie en el espacio como se muestra en las **Figuras 21** y **22**, en las que *T* y *v* podrían considerarse como las variables independientes (la base) y *P* la variable dependiente (la altura).



Figura 21. Superficie *P-v-T* de una sustancia que se contrae al congelarse (Fuente: CENGEL, 2012).



Figura 22. Superficie *P-v-T* de una sustancia que se expande al congelarse (Fuente: CENGEL, 2012).

Todos los puntos sobre la superficie representan estados de equilibrio. La totalidad de los estados a lo largo de la trayectoria de un proceso de cuasi equilibrio yacen sobre la superficie P-v-T, ya que tal proceso debe pasar por estados de equilibrio. Las regiones de una sola fase aparecen como superficies curvas sobre la superficie P-v-T, mientras que las de dos como superficies perpendiculares al plano P-T. Esto es de esperarse porque las proyecciones de las regiones de dos fases sobre el plano P-T son líneas.

Las superficies *P-v-T* presentan de inmediato una gran cantidad de información, pero en un análisis termodinámico es más conveniente trabajar con diagramas bidimensionales, como los vistos: *P-v* y *T-v*.

3.6. Tablas de propiedades de una sustancia

En reiteradas ocasiones se menciona el término *propiedades termodinámicas*, se ha dicho que algunas de ellas son: la presión, el volumen específico, la temperatura, la energía interna,

etc. Para la mayor parte de las sustancias, las relaciones entre estas propiedades son demasiado complejas para expresarse por medio de ecuaciones simples; por lo tanto, las propiedades suelen presentarse *en forma de tablas*.

Algunas de estas propiedades se miden con facilidad, pero otras no (como es el caso de la entropía que se analiza en la Sección 5.6) y deben calcularse a través de las relaciones que involucren propiedades medibles. Los resultados de estas mediciones y cálculos se presentan en tablas con un formato conveniente, como se dijo. La *nomenclatura* adoptada en este documento es aquella que comúnmente utilizan los textos de termodinámica, respetando el sistema internacional de unidades.

No es objeto de esta sección presentar las tablas propiamente dichas, más bien, se pretende que el lector sepa identificar las propiedades que en ellas aparecen; lo que implica saber utilizar las mismas. En la Sección 10.5, en particular en los Anexos 14 a 21, se presentan las tablas de propiedades del vapor de agua.

Por lo dicho, y por el enfoque del curso, se expone el formato de presentación de las *tablas de vapor de agua* elaborado por el autor CENGEL (2012), el que será, de preferencia, utilizado en el curso (Ver **Figuras 23, 24** y **25**).

		Volumen específico, m³/kg		Energía interna, kJ/kg			Entalpía, kJ/kg			Entropía, kJ/kg · K		
Temp., T°C	Pres. sat., P., kPa	Líq. sat.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,
	sat Ri u	v _f	∨g	uf	ufg	Чg	<i>n_t</i>	''fg	''g	J _f	Jfg	g
0.01	0.6117	0.001000	206.00	0.000	2374.9	2374.9	0.001	2500.9	2500.9	0.0000	9.1556	9.1556
5	0.8725	0.001000	147.03	21.019	2360.8	2381.8	21.020	2489.1	2510.1	0.0763	8.9487	9.0249
10	1.2281	0.001000	106.32	42.020	2346.6	2388.7	42.022	2477.2	2519.2	0.1511	8.7488	8.8999
15	1.7057	0.001001	77.885	62.980	2332.5	2395.5	62.982	2465.4	2528.3	0.2245	8.5559	8.7803
20	2.3392	0.001002	57.762	83.913	2318.4	2402.3	83.915	2453.5	2537.4	0.2965	8.3696	8.6661

Agua saturada. Tabla de temperaturas

Figura 23. Presentación de las propiedades termodinámicas para el líquido saturado y el vapor saturado de la sustancia pura: agua. Usualmente esta tabla se denomina como: tabla de constantes características del vapor de agua (Fuente: CENGEL, 2012).

		Volumen específico, m ³ /kg		Energía interna, kJ/kg			Entalpía, kJ/kg			Entropía, kJ/kg · K		
Pres.,	Temp. sat.,	Líq. sat.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,
P kPa	T _{sat} ⁰C	V _f	Vg	U _f	U _{fg}	u _g	h _f	h _{fg}	hg	S _f	S _{fg}	Sg
1.0	6.97	0.001000	129.19	29.302	2355.2	2384.5	29.303	2484.4	2513.7	0.1059	8.8690	8.9749
1.5	13.02	0.001001	87.964	54.686	2338.1	2392.8	54.688	2470.1	2524.7	0.1956	8.6314	8.8270
2.0	17.50	0.001001	66.990	73.431	2325.5	2398.9	73.433	2459.5	2532.9	0.2606	8.4621	8.7227
2.5	21.08	0.001002	54.242	88.422	2315.4	2403.8	88.424	2451.0	2539.4	0.3118	8.3302	8.6421
3.0	24.08	0.001003	45.654	100.98	2306.9	2407.9	100.98	2443.9	2544.8	0.3543	8.2222	8.5765

Agua saturada. Tabla de presiones

Figura 24. Presentación de las propiedades termodinámicas para el líquido saturado y el vapor saturado de la sustancia pura: agua. Usualmente esta tabla se denomina como: tabla de constantes características del vapor de agua (Fuente: CENGEL, 2012).

Vapor de agua sobrecalentado												
Т	V	и	h	S	V	и	h	S	v	и	h	S
°C	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg \cdot K	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg \cdot K	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg · K
	P =	= 0.01 MF	Pa (45.81	°C)*	P =	= 0.05 MP	a (81.32°	C)	P =	0.10 MF	a (99.61°	°C)
Sat. [†]	14.670	2437.2	2583.9	8.1488	3.2403	2483.2	2645.2	7.5931	1.6941	2505.6	2675.0	7.3589
50	14.867	2443.3	2592.0	8.1741								
100	17.196	2515.5	2687.5	8.4489	3.4187	2511.5	2682.4	7.6953	1.6959	2506.2	2675.8	7.3611
Figura 25. Presentación de las propiedades termodinámicas para el vapor sobrecalentado de la												

sustancia pura: agua (Fuente: CENGEL, 2012).

En la figura 23, la primera columna representa la T_{sat} y, en la Figura 24, la P_{sat} . Esta disposición es una conveniencia práctica, según cuál de las dos propiedades sea dato, lo que evita, muchas veces, la necesidad de interpolar. En todos los casos, el *subíndice* f hace referencia al líquido saturado, el g al vapor saturado y el fg denota la diferencia entre los valores de vapor saturado y líquido saturado (por ejemplo $v_{fg} = v_g - v_f$) para una determinada

 P_{sat} o T_{sat} . Estos subíndices son de uso común en Termodinámica y *provienen del alemán*.

En la tabla de *vapor sobrecalentado* (figura 25) las propiedades se indican a la derecha de la temperatura empezando por los datos de vapor saturado (primera fila de valores numéricos). La $T_{\rm sat}$ se da entre paréntesis después del valor de presión. Por ejemplo, para una $P_{\rm sat} = 0,05$ MPa y una temperatura de sobrecalentamiento $T_{\rm s} = 100$ °C la entalpía del vapor sobrecalentado vale $h_{\rm s} = 2682,4$ kJ/kg. Recordar que en la Sección 3.4.1 se define a $T_{\rm s}$ y $h_{\rm s}$, respectivamente,

como la temperatura del vapor sobrecalentado y su entalpía. En adelante se utiliza este subíndice para denotar propiedades de sobrecalentamiento. La **Tabla 1** muestra una comparativa entre las propiedades del vapor sobrecalentado y el saturado.

Propiedades	Vapor sobrecalentado		Vapor saturado	observaciones
Presiones	P _s	<	P _{sat}	A una T dada
Temperaturas	$T_{ m s}$	>	$T_{ m sat}$	A una <i>P</i> dada
Volúmenes específicos	V _s	>	Vg	A una <i>P</i> o <i>T</i> dadas
Energías internas	u _s	>	u _g	A una <i>P</i> o <i>T</i> dadas
Entalpías	$h_{ m s}$	>	$h_{ m g}$	A una <i>P</i> o <i>T</i> dadas

Tabla 1. Comparación de las propiedades termodinámicas del vapor sobrecalentado respecto al vapor saturado (Fuente: CENGEL, 2012).

Entre las propiedades de líquido saturado y vapor saturado también es posible definir *propiedades intermedias*, estas corresponden al vapor húmedo (Ver Sección 3.7). Dicho esto, en el siguiente apartado se definen los conceptos más relevantes en cuanto a las propiedades termodinámicas del vapor húmedo.

3.7. Propiedades termodinámicas del vapor húmedo

En la Sección 3.4.1 se introduce el concepto de mezcla saturada de líquido-vapor (*vapor húmedo*), en la Sección 3.5, mediante la construcción de diagramas termodinámicos, se delimita la zona del vapor húmedo, finalmente en la Sección 3.6 se definen las propiedades del vapor saturado y del líquido saturado. Esta sección se ocupa de definir las propiedades del vapor húmedo.
3.7.1. Título, energía interna y entalpía del vapor húmedo

Durante un proceso de evaporación, una sustancia existe como una parte líquida y otra de vapor, es decir, es una mezcla de líquido saturado y vapor saturado. Para analizar esta mezcla (vapor húmedo) de manera apropiada, es necesario conocer en que proporciones se hallan dentro de la mezcla las fases líquidas y de vapor. Esto se consigue definiendo una nueva propiedad llamada *calidad* o *título* que lo denotaremos como x y se calcula como la razón entre la masa de vapor y la masa total de la mezcla. **Ec. (83)**.

$$x = \frac{m_{\text{vapor}}}{m_{\text{total}}} \quad [1] \quad \text{donde:} \quad 0 \le x \le 1 \quad \text{o bien:} \quad 0 \ \% \le x \le 100 \ \%$$
(83)

Donde $m_{total} = m_{liquido} + m_{vapor} = m_{f} + m_{g}$. Por lo dicho, este concepto solo tiene sentido para vapor húmedo. *La calidad para líquido saturado es 0 (o 0 %) mientras que para vapor saturado es 1 (o 100 %)*. En vapor húmedo, la calidad puede servir como una de las dos propiedades intensivas independientes necesarias para describir un estado. Durante el proceso de vaporización solo cambia la cantidad de líquido saturado, no sus propiedades, lo mismo sucede con el vapor saturado.

Un vapor húmedo se puede tratar como una combinación de dos subsistemas: el del líquido saturado y el del vapor saturado. Sin embargo, por lo general se desconoce la cantidad de masa en cada fase; por lo tanto, suele ser más conveniente imaginar que las dos fases se encuentran bien mezcladas y forman una mezcla homogénea. Entonces, las propiedades de esta mezcla serán las propiedades promedio del vapor húmedo en consideración.

Teniendo en cuenta lo dicho en el párrafo anterior, si consideramos un recipiente que contiene vapor húmedo, el volumen ocupado por el líquido saturado es V_f , mientras que el volumen del vapor saturado es V_g . El volumen total V es la suma de los dos: $V_f + V_g = V$. Si

introducimos el concepto de volumen específico lo reemplazamos en la ecuación anterior y operamos resulta la **Ec. (84)** y despejando de la (84) resulta la **Ec. (85)**.

$$v_{\text{prom}} = v_{\text{f}} + x \times v_{\text{fg}} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]$$
 (84)

$$x = \frac{v_{\text{prom}} - v_{\text{f}}}{v_{\text{fg}}} \quad [1]$$
(85)

Donde v_{prom} es el volumen específico del vapor húmedo (recordar que este volumen representa el volumen de una mezcla homogénea de líquido y vapor por eso el subíndice "prom") para un título determinado, v_f es el volumen específico del líquido saturado, v_g es el volumen específico del vapor saturado, $v_{fg} = v_f - v_g y x$ es el título de vapor. Con base en esta ecuación, la calidad se puede relacionar con las distancias horizontales en un diagrama *P*-*v* o *T*-*v*, tal como se muestra en la **Figura 26**.



Figura 26. Representación de la calidad o título del vapor húmedo en el diagrama P-v y en el T-v (Fuente: CENGEL, 2012).

Es posible repetir el análisis anterior para la *energía interna*, la *entalpía* y la *entropía* (para esta última propiedad referirse a la Sección 5.6.3). En efecto, la ecuación (84) puede representarse genéricamente como: $y_{prom} = y_f + x \times y_{fg}$, y, por lo tanto, obtener las **Ec. (86)** y (87).

$$u_{\rm prom} = u_{\rm f} + x \times u_{\rm fg} \quad \left[\frac{J}{\rm kg}\right] \tag{86}$$

$$h_{\text{prom}} = h_{\text{f}} + x \times h_{\text{fg}} \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
 (87)

Donde u_{prom} y h_{prom} son, respectivamente, la energía interna y la entalpía del vapor para un título determinado. Los valores de las propiedades de los vapores húmedos están siempre entre los valores de líquido saturado y las propiedades de vapor saturado, es decir: $y_f \le y_{prom} \le y_g$.

3.8. Calorimetría

Según FACORRO (2011); la *Calorimetría* tiene por objeto la *medición* de las cantidades de *calor (energía térmica)* que un cuerpo o un sistema de cuerpos reciben o entregan en un determinado proceso. ROLLE (2006) la define como: *la ciencia y la tecnología que se ocupan de medir con precisión la energía y la entalpía.*

Por ello, el primer paso ha de ser definir el calor: el *calor* se define como *la forma de energía que se transfiere entre dos sistemas (o entre un sistema y el exterior) debido a una diferencia de temperatura. Es decir, una interacción de energía será calor solo si ocurre debido a una diferencia de temperatura.*

Como forma de energía, el calor tiene unidades, en el sistema internacional la unidad de medida de la cantidad de calor es el *Joule*, y vale mencionar, que en el sistema inglés su correspondiente es el Btu. La equivalencia entre estas unidades puede verse en el Anexo 10.3.

No debe confundirse temperatura con calor. La *temperatura* de un cuerpo es su *estado térmico* considerado con referencia a su posibilidad de transmitir calor a otros cuerpos (FACORRO, 2011). Como el calor y la temperatura, varios son los conceptos que intervienen en esta medición de cantidades de calor (calorimetría), en las secciones que siguen se indican los principales.

3.8.1. Calor específico verdadero de sólidos y de líquidos

Cuando se suministra o se toma calor de un cuerpo sólido o líquido, este varía su temperatura, e interesa conocer la relación que existe entre las cantidades de calor extraídas o suministradas y la variación de temperatura. Para ello la física experimental estudia los procesos de calentamiento o enfriamiento de estos cuerpos cuando en ellos no se produce modificaciones químicas ni cambios de estado físico.

Si un cuerpo de masa *m* recibe o entrega una determinada cantidad de calor *Q*, refiriendo la misma a la unidad de masa se verifica que: q = Q/m[J/kg]. Si se desea que la sustancia solo experimente una variación de temperatura infinitamente pequeña, dT, se debe limitar la cantidad de calor recibida (calentamiento) o entregada (enfriamiento) a un valor elemental: $\delta q = \delta Q/m$. Con este cambio de calor que efectúa el cuerpo, experimenta una variación de temperatura dT, y podemos escribir: $\delta q = c \times dT$ siendo *c* un coeficiente de proporcionalidad que despejado del anterior queda según lo indica la Ec. (88).

$$c = \frac{\delta q}{dT} \quad \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg} \cdot \mathbf{K}}\right] \text{ o bien:} \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg} \cdot \mathbf{C}}\right]$$
(88)

Donde δq representa un diferencial inexacto (como se analiza en la Sección 1) de calor intercambiado, dT la variación diferencial de temperatura y c se llama *calor específico verdadero*, pues, como dT es pequeño se refiere a una determinada temperatura y representa la cantidad de calor que para esa temperatura debe recibir o entregar la sustancia por cada unidad de masa para variar en un grado su temperatura. Advierta que la ΔT (°C) = ΔT (K) y un cambio de 1 °C en la temperatura es equivalente a un cambio de 1 K lo cual justifica las unidades presentadas en la (88). A veces los calores específicos se dan en *base molar*; en este caso se denotan mediante \overline{c} y tienen unidad J/mol·°C o J/mol·°K.

La definición de esta propiedad física, vale decir el calor específico, implica un intercambio de calor a una determinada temperatura, con lo cual, el valor de esta propiedad varia cuando cambia la temperatura, es decir: c = f(T) y, por lo tanto, se tendrá distintos valores de calores específicos a distintas temperaturas. Para superar este inconveniente, en la práctica se adopta un valor medio de calor específico c_{prom} , esto se analiza con mayor profundidad para los gases ideales (Ver Sección 3.8.4) que son los de interés en Termodinámica.

3.8.2. Ecuación fundamental de la calorimetría

De la ecuación (88) obtenemos que $\delta q = c \times dT$, y reemplazando el valor de $\delta q = \delta Q/m$ se llega a la expresión dada por la Ec. (89).

$$\delta Q = m \times c \times dT \quad [J] \tag{89}$$

Fórmula que nos relaciona la cantidad de calor extraída o suministrada a un cuerpo sólido o líquido con la variación de su temperatura. La ecuación (89) puede integrarse considerando un calor específico medio c_{prom} , entre las temperaturas T_1 y T_2 , esto significa encontrar la función c = f(T), entonces se obtiene la **Ec. (90)** que representa la *ecuación fundamental de la calorimetría*.

$$Q = m \times c_{\text{prom}} \times (T_2 - T_1) = m \times c_{\text{prom}} \times \Delta T \quad [J]$$
(90)

Fórmula muy empleada en las aplicaciones prácticas, donde Q es la cantidad de calor intercambiado (recibido o cedido), c_{prom} es el calor específico medio entre dos temperaturas dadas, siendo este valor medio el que habitualmente se consigna en las tablas y, $\Delta T = T_2 - T_1$ es la variación de temperatura. Recordar que por tratarse de una variación es indistinto tomarla en grados celsius o kelvin.

3.8.3. Temperatura final de una mezcla

Cuando varios cuerpos se encuentran a distintas temperaturas, se produce una *transmisión de calor en el sentido de los estados térmicos decrecientes*, las sustancias más calientes se enfrían y las más frías se calientan, hasta que todos adquieren una temperatura común de equilibrio t_{eq} al no producirse ningún suministro externo de energía (sistema adiabático). Si, para un sistema de cuerpos en estas condiciones se establece una ecuación que iguale las cantidades de calor que ceden los cuerpos calientes con la que reciben los fríos, se habrá efectuado un *balance térmico* que no es más que una aplicación del *principio de conservación de energía*. Dicho esto, designando negativos los calores que ceden los cuerpos fríos obtenemos, en términos generales, la Ec. (91). Y, teniendo en cuenta la ecuación fundamental de la calorimetría, despejando de la (91) se obtiene la t_{eq} , **Ec. (92)**.

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = (\pm) c_{i,\text{prom}} \times m_i \times (t_{\text{eq}} - t_i) \quad [J]$$
(91)

$$t_{\rm eq} = \frac{c_{\rm 1,prom} \times m_1 \times t_1 + c_{\rm 2,prom} \times m_2 \times t_2 + \dots + c_{\rm n,prom} \times m_n \times t_n}{c_{\rm 1,prom} \times m_1 + c_{\rm 2,prom} \times m_2 + \dots + c_{\rm n,prom} \times m_n} \quad [^{\circ}{\rm C}]$$
(92)

Donde los Q_i son los calores que se transfieren, $m_1, m_2, ..., m_n$ representan respectivamente, las masas del cuerpo 1, 2,..., n. Análogamente para las magnitudes $c_{1,prom}, c_{2,prom}, ..., c_{n,prom}$ y $t_1, t_2, ..., t_n$ que representan, respectivamente, los calores específicos medios y las temperaturas iniciales expresadas en grados celsius.

La (92) puede utilizarse también para el *cálculo del calor específico* desconocido, despejando convenientemente, si la temperatura de equilibrio fuera un dato conocido, sin embargo, para evitar inexactitudes (FACORRO, 2011) para el cálculo del calor específico suele utilizarse un dispositivo que se denomina *calorímetro de mezclas o bomba calorimétrica* (Ver Anexo 10.4.4).

3.8.4. Calor específico de gases ideales

Un gas puede calentarse de distintas maneras. Una de ellas es entregarle calor, pero manteniendo el *volumen constante*, por lo cual la presión aumenta; otra es entregarle calor manteniendo *constante la presión*, de modo que es el volumen lo que aumenta. Si se procede de la primera manera se obtiene el *calor específico verdadero, a volumen constante c_v*; de la segunda, el *calor específico verdadero, a presión constante c_p*. Ambos calores específicos son distintos, y siempre es mayor el calor específico a presión constante $c_p > c_v$. Como se ha analizado, si se trata de calores específicos medios se designan como: $c_{p,prom} > c_{v,prom}$.

La *diferencia entre ambos calores específicos* se debe a lo siguiente: el calor es una forma de energía, de manera que calentar un gas es darle capacidad para trabajar. Si el calentamiento se hace a *volumen constante, el gas no trabaja*; si se hace a presión constante, una parte del calor entregado se emplea en trabajar (aumentar su volumen, por ejemplo, empujando la tapa del recipiente que lo contiene), de manera que para elevar su temperatura en 1 °C hay que dar más calor que si su volumen permaneciera constante.

Se ha dicho que el calor específico es función de la temperatura, para el caso de los gases ideales, las expresiones analíticas exactas con base en mediciones o cálculos directos de comportamiento estadístico de moléculas, están disponibles y se presentan como polinomios de tercer grado en el Anexo 11 de la Sección 10.5. También, en los Anexos 9 y 10 de la misma sección se presentan más datos sobre calores específicos de gases ideales comunes.

La dependencia del calor específico con la temperatura puede verse en la **Figura 27**. El uso de datos de calores específicos de gas ideal se limita a presiones bajas, pero también se pueden usar y obtener una exactitud razonable a presiones moderadamente altas, siempre y cuando el gas no se desvíe de forma significativa del comportamiento de un gas ideal. Utilizar un valor de calor específico medio (para los cálculos) en un rango de temperaturas es una aproximación que arroja resultados los suficientemente exactos si el intervalo de temperatura no es mayor que unos cientos de grados.



Figura 27. Calores específicos de gas ideal a presión constante para algunos gases (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

Una observación que se puede hacer de la figura anterior es que los calores específicos para gases monoatómicos como argón, neón y helio permanecen constantes en todo el intervalo de temperatura. Es decir, *los calores específicos de gases monoatómicos son independientes de la temperatura* (CENGEL, 2012). Siguiendo esta línea y, en particular con referencia a los gases monoatómicos y diatómicos (con comportamiento ideal), es de interés exponer las expresiones analíticas para el cálculo de calores específicos de los gases mencionado como se muestra en las **Ec. (93)** y **Ec. (94)**.

Gases monoatómi cos

$$\overline{c}_{v} = \frac{3}{2} \times R_{u} \quad y \quad \overline{c}_{p} = \frac{5}{2} \times R_{u} \quad \left[\frac{J}{\operatorname{mol} \cdot K}\right]$$
(93)

Gases diatómi cos

$$\overline{c}_{v} = \frac{5}{2} \times R_{u} \quad y \quad \overline{c}_{p} = \frac{7}{2} \times R_{u} \quad \left[\frac{J}{\operatorname{mol} \cdot K}\right]$$
(94)

Donde: \overline{c} representa el calor específico en *base molar* a volumen constante o a presión constante según corresponda, R_u es la constante universal de los gases ideales. Cabe aclarar que bajo condiciones normales de presión y temperatura (CNPT), todos los gases nobles son monoatómicos, además de los vapores metálicos. Para encontrar un gas monoatómico el elemento ha de tener normalmente valencia cero, como para el caso de los gases nobles, o ser un gas diatómico bajo condiciones extremadamente bajas de presión, como es el caso del oxígeno en la parte más alta de la atmosfera de la tierra.

3.8.5. Relaciones de calores específicos de gases ideales

A continuación, se presentan relaciones de interés aplicables a los cálculos de una transformación de un gas ideal. En primer lugar, la ecuación que recibe el nombre de *Fórmula de Mayer* la cual establece la relación entre en c_p y el c_v de un gas ideal, **Ec. (95)**.

$$c_p - c_v = R \quad \left[\frac{Pa \cdot m^3}{kg \cdot K}\right] \text{ o bien: } \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$$
 (95)

Donde *R* es el constante particular del gas que se trate. Si se recuerda la relación entre el constante particular del gas y la constante universal $R = R_u/M$ y, reemplazando en la ecuación (95) se obtiene la **Ec. (96)** que relaciona el c_p y el c_v a 1 mol de sustancia.

$$M \times \left(\overline{c}_{p} - \overline{c}_{v}\right) = R_{u} \quad \left[\frac{J}{\operatorname{mol} \cdot K}\right]$$
(96)

Donde R_u es la constante universal de los gases ideales y *M* es la masa molar. Advierta que la expresión (63) que se define en la Sección 3.3.4 también expresa una relación de calores específicos de interés para el curso.

El calor que se ha definido oportunamente, es habido de transmitirse de un cuerpo a otro, desde el cuerpo que se encuentra a mayor temperatura hacia el de menor temperatura. La ciencia de la Termodinámica trata de las transiciones cuantitativas y reacomodos de energía como calor en los cuerpos de materia. Los mecanismos de transferencia de calor se estudian en la sección siguiente.

4. TRANSMISIÓN DE CALOR

La ciencia de la *transferencia de calor* está relacionada con la razón de intercambio de calor entre cuerpos calientes y fríos llamados *fuente y recibidor* respectivamente (KERN, 1965). Cuando se vaporiza un kilogramo de agua o se condensa un kilogramo de vapor el cambio de energía en los dos procesos es idéntico. Hay tres formas diferentes en las que el calor puede pasar de la fuente al recibidor, aun cuando muchas aplicaciones de la ingeniería son combinaciones de dos o tres. Estas son, *conducción, convección y radiación*.

Cabe remarcar que todos los modos de transferencia de calor requieren que exista una diferencia de temperatura y todos pasan del ámbito de mayor temperatura a uno de menor temperatura. Se da, a continuación, una descripción breve de cada uno de estos para familiarizar al lector con los mecanismos básicos de transferencia de calor.

4.1. Conducción

La conducción es la *transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia, hacia las adyacentes menos energéticas* como resultado de sus interacciones y puede ocurrir en sólidos, líquidos o gases (CENGEL, 2012). En esta sección se usa la ley de Fourier para obtener expresiones de la conducción de calor *unidimensional en estado estacionario* a través de algunas geometrías simples, tal como una placa plana o pared (Ver **Figura 28**). La dirección del flujo de calor \dot{Q} es a ángulos rectos a la pared y el cuerpo es homogéneo e isotrópico.



Figura 28. Flujo de calor a través de una pared (Fuente: Adaptado de ROLLE, 2006).

Si se supone que existe una fuente de calor a la izquierda de la pared y que existe un recibidor de calor a su derecha, es conocido que el flujo de calor (en estado estacionario) es proporcional al cambio de temperatura a través de la pared y al área de la misma. La relación entre estas magnitudes se conoce como *Ley de Fourier*, y está dada por la Ec. (97).

$$\dot{Q}_{\text{cond.}} = -k \times A \times \left(\frac{dT}{dx}\right) \quad [W]$$
(97)

Donde $\dot{Q}_{cond.}$ es el flujo de calor por conducción, es decir, la cantidad de calor en la unidad de tiempo, *k* es la constante de proporcionalidad denominada *coeficiente de conductividad térmica para una temperatura específica*, y tiene la dimensión resultante de despejarla de la expresión (97), *A* es el área normal a la dirección de transferencia de calor y (dT/dx) es el gradiente de temperatura. El signo negativo del miembro derecho es una corrección para el flujo de calor, dado a que este se dirige desde una superficie de temperatura mayor hacia otra con una temperatura menor.

Con referencia a la figura 28, si se considera el espesor total de la pared que se denota como *L*, se explicita el tiempo y se considera un valor medio del coeficiente de conductividad térmica, la ecuación (97) puede expresarse como lo indica la **Ec. (98)**.

a)
$$\frac{Q_{\text{cond.}}}{\Delta t} = -\frac{k_{\text{prom}} \times A \times \Delta T}{L} = -\frac{k_{\text{prom}} \times A \times (T_2 - T_1)}{L} \quad [W]$$

b)
$$\frac{Q_{\text{cond.}}}{\Delta t} = \frac{k_{\text{prom}} \times A \times (T_1 - T_2)}{L} \quad [W]$$
(98)

Donde Q_{cond} es la cantidad de calor transferido por conducción, Δt es el período de tiempo en el cual se transfiere el calor, k_{prom} es el coeficiente de conductividad térmica medio entre las temperaturas T_1 y T_2 , ΔT es la diferencia de temperaturas entre las superficies y, L representa el espesor de la pared. Advierta que en la (98-*b*) la diferencia de temperatura puede expresarse como: $\Delta T = T_1 - T_2$ pudiéndose eliminar de esta manera el signo menos de la expresión.

El *coeficiente de conductividad térmica k* es una medida de la capacidad del material para conducir el calor y se define como *la cantidad de calor, que, en la unidad de tiempo, conduce a través de una superficie transversal unitaria y a lo largo de una longitud unitaria, mediante una diferencia unitaria de temperatura (STEVENAZZI, 1992). Algunos valores de conductividad térmica para algunos materiales pueden verse en la Tabla 2.*

Material	Conductividad	Material	Conductividad
	térmica, W/m·K		térmica, W/m·K
Diamante	2300	Ladrillo	0,72
Plata	429	Agua (líquida)	0,613
Cobre	401	Piel humana	0,37
Oro	317	Madera (roble)	0,17
Aluminio	237	Helio (gas)	0,152
Hierro	80,2	Hule suave	0,13
Mercurio (líquido)	8,54	Fibra de vidrio	0,043
Vidrio	1,4	Aire (gas)	0,026

Tabla 2. Conductividades térmicas de algunos materiales en condiciones ambiente (Fuente: CENGEL, 2012).

El coeficiente de conductividad térmica es función de la temperatura, es decir: k=f(T), por lo tanto, se tiene un valor de k para cada temperatura. En la práctica se suele adoptar un valor medio k_{prom} en un rango de temperatura para realizar los cálculos (TORREGUITAR, 1968).

Flujo de calor a través de una pared compuesta. La Ec. (98) es de interés cuando la pared consiste de varios materiales colocados juntos en serie (capas), tales como en la construcción de un horno, cámara de secado o cámara de combustión; como se ilustra en la **Figura 29**.



Figura 29. Flujo de calor a través de una pared compuesta (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Se puede decir que, en estado estacionario, la cantidad de calor que pasa en la unidad de tiempo de una capa a otra, es la misma. Es decir, el calor entrando en la cara izquierda debe ser igual al calor que sale en la cara derecha, puesto que el estado estacionario sanciona el almacenamiento de calor. Tratándose de materiales diferentes se tiene la Ec. (99-*a*). Siendo el área *A* la misma para todas las capas y los valores de $k_{prom,1}$ y $k_{prom,2}$ son conocidos. También serán conocidos los espesores L_1 y L_2 y las temperaturas extremas T_1 y T_3 ; puede deducirse entonces la Ec. (99-*b*). Y, sumando antecedentes y consecuentes se tiene la **Ec. (99-c**).

a)
$$\dot{Q} = \frac{k_{\text{prom},1} \times A \times (T_1 - T_2)}{L_1} = \frac{k_{\text{prom},2} \times A \times (T_2 - T_3)}{L_2} [W]$$

b) $\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{k_{\text{prom},1}}} = \frac{(T_2 - T_3)}{\frac{L_2}{k_{\text{prom},2}}} \left[\frac{W}{m^2}\right]$
c) $\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(T_1 - T_3)}{\frac{L_1}{k_{\text{prom},1}} + \frac{L_2}{k_{\text{prom},2}}} \left[\frac{W}{m^2}\right]$
(99)

Con esta fórmula se resuelve el problema, pero no se puede calcular la temperatura intermedia T_2 , lo cual puede ser importante, sobre todo, cuando se trata de no exceder la temperatura máxima de algunos materiales aislantes.

Flujo de calor a través de la pared de un tubo. La ecuación (98) sufre una modificación cuando se trata de superficies que no son planas. El caso más común para la técnica, es la superficie cilíndrica. Si se considera un tubo de longitud *l*, el área de cualquier radio *r* está dada por $A = 2 \times \pi \times r \times l$, donde *A*: es el área, r_1 es el radio interior y el r_2 radio exterior (Ver Figura 30).



Figura 30. Flujo de calor a través de la pared de un tubo (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Si el calor fluye hacia afuera del cilindro el gradiente de temperatura para el incremento de longitud radial dr es dT/dr. Por lo tanto, la expresión (97), vale decir, la *Ley de Fourier*, se transforma en $\dot{Q}_{cond} = -k \times (2 \times \pi \times r \times l) \times (dT/dr)$. Luego, integrando y operando resulta en la expresión indicada en la **Ec. (100)**.

$$\dot{Q}_{\text{cond.}} = \frac{k_{\text{prom}} \times 2 \times \pi \times l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \times (T_1 - T_2) = \frac{k_{\text{prom}} \times 2 \times \pi \times l}{\ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)} \times (T_1 - T_2) \quad [W]$$
(100)

Donde T_1 es la temperatura de la superficie interna del tubo y T_2 la temperatura de la superficie externa, D_1 es el diámetro interior y D_2 el diámetro exterior. La igualdad de la

expressión anterior se fundamenta en que $(r_2/r_1) = (D_2/D_1)$. Advierta que si $T_2 > T_1$ entonces $\Delta T < 0$ por lo tanto, el flujo de calor es desde afuera hacia el interior del tubo.

Es interesante observar que en la fórmula solo aparece la relación r_2/r_1 ; por lo tanto, la cantidad de calor transmitida es independiente del diámetro absoluto del cilindro. Si se verifica que: $r_2/r_1 < 2$ puede usarse la fórmula para las superficies planas sin error grave, debiendo en este caso tomarse la media entre la superficie interna y externa.

El mismo problema puede presentarse con hornos pequeños, donde con paredes planas muy gruesas, la diferencia de superficies internas y externas puede ser importante. En estos casos conviene tomar la superficie media, obteniéndose así resultados suficientemente exactos en la mayoría de las veces (TORREGUITAR, 1968).

4.2. Convección

La convección es el modo de transferencia de *energía entre una superficie sólida y el líquido* o gas adyacente que está en movimiento, y tiene que ver con los efectos combinados de *conducción y movimiento del fluido*: mientras más rápido sea este mayor es la transferencia de calor por convección (CENGEL, 2012). En ausencia de cualquier movimiento en masa del fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura.

Este tipo de transferencia de calor (por convección) puede ser descrito en una ecuación que imita la fórmula de la ecuación de conducción y es llamada *ley del enfriamiento/calentamiento de Newton* dada por la **Ec. (101**).

$$\dot{Q}_{\text{conv.}} = h \times A \times \Delta T = h \times A \times (T_{\text{f}} - T_{\text{s}}) \quad [W]$$
(101)

Donde: *h* es el *coeficiente de transferencia de calor por convección*, se obtiene experimentalmente, y sus dimensiones resultan de despejarlo de la ecuación (101), *A* es la

superficie del cuerpo en contacto con el fluido, ΔT es la diferencia de temperatura entre la masa del fluido que está a una temperatura $T_{\rm f}$ y la superficie que está a una temperatura $T_{\rm s}$. Advierta que la ecuación (101) está escrita como si la $T_{\rm f} > T_{\rm s}$. Si se tratare del caso contrario, es decir; $T_{\rm s} > T_{\rm f}$ el flujo de calor sería desde la superficie hacia el fluido, entonces la diferencia de temperaturas en la (101) se escribiría como: $(T_{\rm s} - T_{\rm f})$.

Cabe aclarar que $T_{\rm f}$ es la temperatura promedio del fluido lejos de la superficie. Muy cerca de la superficie, la temperatura del fluido es igual a la temperatura superficial del sólido.

La determinación de *h* depende de varios factores como la naturaleza del fluido, la superficie considerada y su posición, entre otras (STEVENAZZI, 1992). En el Anexo 10.4.2 de la Sección 10.5 se analizan las ecuaciones de cálculo para algunos casos particulares.

4.3. Coeficiente de transmisión total

Es normal en la técnica, el problema de conocer la transmisión de calor entre dos fluidos a través de una pared. Por ejemplo, calentar agua o aire con vapor o agua caliente por medio de un serpentín o intercambiador. En esas condiciones, se debe considerar primero: la convección desde el fluido más caliente a la pared; segundo: la conducción a través de la pared, y tercero: la convección desde la pared al fluido más frío.

Considerando lo dicho, y con referencia a la figura 29, las cantidades de calor transmitidas en cada una de las cuatro etapas en el estado estacionario, serán las mismas. Esto se puede expresar mediante la Ec. (102-a), advierta que el área A es la misma en cada tipo de mecanismo de transmisión de calor, por lo tanto, se divide miembro a miembro por A y, operando mediante el uso de estrategias matemáticas se obtiene la Ec. (102-b). Finalmente, sumando antecedentes y consecuentes se llega a la **Ec. (102-c)**.

a)
$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_{1} \times \left(T_{f_{1}} - T_{1}\right) = \frac{k_{\text{prom},1} \times \left(T_{1} - T_{2}\right)}{L_{1}} = \frac{k_{\text{prom},2} \times \left(T_{2} - T_{3}\right)}{L_{2}} = h_{2} \times \left(T_{3} - T_{f_{2}}\right) \left[\frac{W}{m^{2}}\right]$$

b)
$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\left(T_{f_{1}} - T_{1}\right)}{\frac{1}{h_{1}}} = \frac{\left(T_{1} - T_{2}\right)}{\frac{L_{1}}{k_{\text{prom},1}}} = \frac{\left(T_{2} - T_{3}\right)}{\frac{L_{2}}{k_{\text{prom},2}}} = \frac{\left(T_{3} - T_{f_{2}}\right)}{\frac{1}{h_{2}}} \left[\frac{W}{m^{2}}\right]$$

c)
$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\left(T_{f_{1}} - T_{f_{2}}\right)}{\frac{1}{h_{1}} + \frac{L_{1}}{k_{\text{prom},1}} + \frac{L_{2}}{k_{\text{prom},2}}} + \frac{1}{h_{2}} \left[\frac{W}{m^{2}}\right] donde \quad J = \frac{1}{\frac{1}{h_{1}} + \frac{L_{1}}{k_{\text{prom},1}} + \frac{L_{2}}{k_{\text{prom},2}} + \frac{1}{h_{2}}}$$

(102)

En la ecuación (102-*c*) *J* es denominado *coeficiente de conductividad total, coeficiente de transmisión combinado o coeficiente de transmisión total.* Además, h_1 y h_2 son, respectivamente, los coeficientes de calor por convección para el fluido a la izquierda y a la derecha de la pared compuesta. Del mismo modo, T_{f_1} y T_{f_2} las temperaturas del fluido a izquierda y a derecha, respectivamente. Las demás variables se han definido en análisis previos. Por lo tanto, la (102-*c*) puede expresarse como se indica en la **Ec. (103)**.

$$\dot{Q} = \left(T_{f_1} - T_{f_2}\right) \times J \times A \quad [W]$$
(103)

De la anterior se deduce que el flujo calor \dot{Q} es directamente proporcional al coeficiente de conductividad total *J*, a la diferencia de temperaturas $(T_{f_1} - T_{f_2})$ entre los fluidos y a la superficie *A*. Con frecuencia, por ser *L* pequeño y *k* grande (paredes metálicas), la relación *L/k* resulta muy chica y puede despreciarse.

4.4. Radiación

La radiación es la energía que emite la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones) como resultado de cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de energía por radiación no requiere la presencia de un medio físico. De hecho, este tipo de transferencia es la

más rápida (se lleva a cabo a la velocidad de la luz) y no experimenta ninguna atenuación en el vacío. Este es exactamente el modo como la energía del sol llega a la tierra (CENGEL, 2012).

En los estudios de transferencia de calor, el interés se halla en la *radiación térmica*, que es la forma de radiación que emiten los cuerpos debido a su temperatura, y difiere de las otras formas de radiación electromagnética como los rayos X, gamma, microondas, ondas de radio y televisión que no están relacionadas con la temperatura. Todos los cuerpos a una temperatura superior al *cero absoluto* emiten radiación térmica.

La radiación es un *fenómeno volumétrico*, y los sólidos, líquidos y gases, emiten, absorben o transmiten radiación de distintos grados. Sin embargo, la radiación es considerada en general como un *fenómeno superficial* para sólidos opacos a la radiación térmica como los metales, las maderas y las rocas, puesto que la radiación emitida por las regiones interiores de estos materiales nuca alcanza la superficie, mientras que la radiación que incide en esos cuerpos se absorbe comúnmente dentro de unas micras desde la superficie.

La tasa máxima de radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura absoluta T_s , se determina mediante la *Ley de Stefan-Boltzmann* dada por la **Ec. (104)**.

$$\dot{Q}_{\text{emitida,máx.}} = \sigma \times A \times T_{\text{s}}^{4} \quad [W]$$
(104)

Donde A es el área superficial y $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$ es la *constante de Stefan-Boltzmann*. La superficie idealizada que emite radiación a esta tasa máxima se llama *cuerpo negro*, y la radiación emitida por un cuerpo negro se denomina *radiación de cuerpo negro*.

Un cuerpo *real* cualquiera (llamado *cuerpo gris*), que se encuentra a la misma temperatura que el cuerpo negro, emite una fracción de lo que emite este. Tal situación se indica incorporando a la expresión (104) un coeficiente ε denominado *coeficiente de emisividad* o potencia emisiva, tal como se muestra en la **Ec. (105)**.

$$\dot{Q}_{\text{emitida}} = \varepsilon \times \sigma \times A \times T_{\text{s}}^{4} \quad [W] \quad \text{donde:} \quad 0 \le \varepsilon \le 1$$
 (105)

Otra propiedad de radiación importante de una superficie es su *absorbancia*, α , que es la fracción de la energía de radiación incidente sobre una superficie absorbida por esta, y al igual que la emisividad, su valor está en el intervalo cero y uno. Un cuerpo negro absorbe toda la radiación que incide sobre él. Esto es, *un cuerpo negro es tanto un absorbedor perfecto* ($\alpha = 1$) *como un emisor perfecto*. En general ε y α de una superficie dependen de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La *ley de Kirchhoff* de la radiación establece que la emisividad y la absorbencia son iguales ($\varepsilon = \alpha$) con las mismas temperaturas y longitud de onda.

En la mayor parte de las aplicaciones prácticas se ignora la dependencia que ε y α tienen de la temperatura y la longitud de onda, por lo que la absorbancia promedio de la superficie se considera igual a su emisividad promedio. La tasa $\dot{Q}_{abs.}$ a la que una superficie absorbe radiación se determina a partir de la **Ec. (106)**.

$$\dot{Q}_{\text{abs.}} = \alpha \times \dot{Q}_{\text{incidente}}$$
 [W] donde: $0 \le \alpha \le 1$ (106)

Donde: $\dot{Q}_{\text{incidente}}$ es la tasa a la que la radiación incide sobre una superficie y α es la absorbencia de la superficie. En *superficies opacas* (no transparentes), la porción de la radiación incidente no absorbida se refleja ($\dot{Q}_{\text{ref.}}$) y se puede calcular como: $\dot{Q}_{\text{ref.}} = (1-\alpha) \times \dot{Q}_{\text{incidente}}$.

La diferencia entre las tasas de radiación emitida por la superficie y de radiación absorbida por la misma es la *transferencia neta de calor por radiación*. Si la tasa de radiación absorbida es mayor que la de emisión, se dice que la superficie está *ganando* energía por radiación. Caso contrario, se afirma que la superficie está *perdiendo* energía por radiación. Determinar la tasa neta entre dos superficies generalmente es complicado, porque depende de las propiedades de las superficies, la orientación relativa entre ellas y la interacción del medio entre las superficies con la radiación.

Sin embargo, en el caso especial de una superficie relativamente pequeña de emisividad ε_1 y de área superficial A_1 , a temperatura absoluta T_1 , que está completamente encerrada por una superficie mucho más grande a temperatura absoluta T_2 , separada por un gas (como el aire) que no interfiere con la radiación (es decir, la cantidad de calor emitida, absorbida o dispersada por el medio es insignificante), la tasa neta de transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies se determina a partir de la **Ec. (107)**.

$$\dot{Q}_{\text{rad,neta}} = \varepsilon_1 \times \sigma \times A_1 \times \left(T_1^4 - T_2^4\right) \quad [W] \quad donde: \quad T_1 > T_2$$
(107)

Hay que hacer notar que la superficie 1 está a mayor temperatura absoluta que la superficie 2, con lo cual se la puede designar como *superficie emisora*. Además, también es importante que el lector comprenda que los cálculos de transmisión de calor en cualquiera de sus tres mecanismos, implican matemáticas complejas y las fórmulas que aquí se presentan son solo introductorias a esta temática.

5. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

Abordar el estudio de la Segunda Ley de la Termodinámica implica la incorporación y comprensión de nuevos conceptos, algunos de los cuales pueden resultar confusos de entender. Como una guía para el lector, y para favorecer la ilación entre tales conceptos, se enuncia brevemente la idea principal de cada subsección.

En la 5.1 se establece el *concepto de la Segunda Ley de la Termodinámica* en comparación con la Primera Ley. En la 5.2 y 5.3, respectivamente, sus aplicaciones en ciclos y dispositivos cíclicos como las *máquinas térmicas y las máquinas frigoríficas*. En la 5.4 se introducen formalmente los *enunciados clásicos de la Segunda Ley*, con base en las dos secciones precedentes. En la 5.5 se introduce el concepto del *Ciclo de Carnot*, los principios de Carnot y la máquina de Carnot con la cual se obtiene el máximo rendimiento (o eficiencia) posible. Tal máquina, es concebida en primera instancia, como máquina térmica (máquina térmica de Carnot) y en segunda instancia como máquina frigorífica. Finalmente, en la 5.6, se introduce la aplicación de la Segunda Ley a procesos; es decir, se define el concepto de *entropía*.

5.1. Introducción

En la Sección 2 se analiza la aplicación de la *Primera Ley de la Termodinámica, o principio de conservación de la energía*, a procesos relacionados con *sistemas cerrados y abiertos*. Como se señala en varias ocasiones en esa sección, la energía es una propiedad conservada y no se sabe de ningún proceso que viole la Primera Ley de la Termodinámica. Por lo tanto, es razonable concluir que para que ocurra, un proceso debe satisfacer la primera ley.

Sin embargo, para que el proceso efectivamente se lleve a cabo, debe cumplir no solo con la primera ley, además, debe satisfacer otra condición que se enuncia en la *Segunda Ley de la Termodinámica*. En efecto, los procesos deben ocurrir en una única dirección (Ver **Figura 31**).



Figura 31. Los procesos ocurren en una sola dirección y deben, necesariamente, cumplir con las dos Leyes de la Termodinámica para que se puedan llevar a cabo (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

Para *ejemplificar* lo anterior se puede pensar en una *taza de café* caliente dejada en un ambiente, al cabo de un tiempo terminara por enfriarse. Todo el calor que pierda el café lo gana el aire del ambiente (cumple la primera ley). Si ahora se considera el proceso inverso: café caliente que se vuelve incluso más caliente en una habitación más fría como resultado de la transferencia de calor desde el aire. Se sabe que este proceso nunca se llevara a cabo; sin embargo, hacerlo no violaría la primera ley siempre y cuando la cantidad de energía que pierde el aire sea igual a la cantidad que gane el café. Por lo tanto, se puede afirmar que los procesos tienen una sola dirección (segunda ley).

Sin embargo, el uso de la *Segunda Ley de la Termodinámica* no se limita a identificar la dirección de los procesos, también afirma que *la energía tiene calidad* (Ver Sección 5.5.2.2), así como cantidad. Conservar la calidad de la energía es una cuestión importante para los ingenieros, la segunda ley provee los medios necesarios para determinarla, así como el grado de *degradación* que sufre la *energía* durante un proceso. Según una explicación posterior de esta sección, mientras más alta sea la temperatura de una cantidad determinada de energía, entonces, mayor trabajo puedo obtener de ella. En otras palabras, la *calidad* de la energía está relacionada con la *temperatura*.

5.2. Máquinas térmicas

Como se sabe el trabajo se puede convertir fácilmente en otras formas de energía, pero convertir estas en trabajo no es fácil. En particular, interesa la conversión de energía térmica en trabajo. De las observaciones se puede concluir que el trabajo se puede convertir en calor de manera directa y por completo, pero *convertir el calor en trabajo* requiere usar algunos dispositivos especiales. Estos dispositivos se llaman *máquinas térmicas*.

Las *características generales* de las máquinas térmicas son las siguientes: 1-Reciben calor de una fuente a temperatura alta (energía solar, horno de petróleo, reactor nuclear, etc.). 2-Convierten parte de ese calor en trabajo (por lo general en la forma de una flecha rotatoria). 3-Rechazan el calor de desecho hacia un sumidero de calor de baja temperatura (la atmósfera, los ríos, etc.). 4-Operan en un ciclo.

Las máquinas térmicas y otros dispositivos cíclicos por lo común requieren un fluido hacia y desde el cual se transfiere calor mientras experimenta un ciclo. Al fluido se le conoce como *fluido de trabajo*.

Por otra parte, el *término máquina térmica* se usa con frecuencia en un sentido más amplio que incluye dispositivos que producen trabajo pero que no operan en un *ciclo termodinámico* (para ver una clasificación general de los ciclos termodinámicos y, por lo tanto, de las máquinas térmicas, referirse a la Sección 6). Las máquinas relacionadas con la combustión interna, como las turbinas de gas y los motores de automóviles, entran en esta categoría. Estos dispositivos operan en un ciclo mecánico, pero no en un ciclo termodinámico porque el fluido de trabajo (los gases de combustión) no experimenta un ciclo completo. En efecto, en lugar de ser enfriados a la temperatura inicial, los gases de escape se purgan y se reemplazan por una mezcla fresca de aire y combustible al final del ciclo. El dispositivo productor de trabajo que mejor se ajusta a la definición de una máquina térmica es la central eléctrica de vapor que se explica en la Sección 6.1.

5.2.1. Eficiencia térmica: Rendimiento

Del total del calor entregado a una máquina térmica $Q_{\text{entrada}} = Q_{\text{H}}$ una fracción se desperdicia $Q_{\text{salida}} = Q_{\text{L}}$ con la finalidad de completar el ciclo. Pero el calor perdido nunca es cero; de esta manera, la salida neta de trabajo $W_{\text{neto, salida}} = Q_{\text{H}} - Q_{\text{L}}$ de una máquina térmica es siempre menor que la cantidad de entrada de calor. Es decir, solo parte del calor transferido a la máquina térmica se convierte en trabajo. La fracción de entrada de calor que se convierte en salida de trabajo neto es la medida del desempeño de una máquina térmica y se llama *eficiencia térmica o rendimiento* η_{ter} (Ver **Figura 32**).



Figura 32. Esquema de una máquina térmica (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

En la Figura 32, la imagen de la izquierda representa un esquema genérico, mientras que la de la derecha se particulariza a una *central eléctrica de vapor*. Este dispositivo productor de trabajo es el que mejor se ajusta a la definición de una máquina térmica y se explica en detalle en la Sección 6.1, específicamente en el estudio del *ciclo Rankine*. Por lo tanto, de las magnitudes presentadas en el párrafo anterior, se define la eficiencia térmica como lo indican las Ec. (108) a (**110**).

$$Eficiencia térmica = \frac{Salida neta de trabajo}{Entrada de calor total}$$
(108)

$$\eta_{\text{ter}} = \frac{W_{\text{neto,salida}}}{Q_{\text{H}}} = \frac{Q_{\text{H}} - Q_{\text{L}}}{Q_{\text{H}}} \quad \text{o bien:} \quad \eta_{\text{ter}} = \frac{\dot{Q}_{\text{H}} - \dot{Q}_{\text{L}}}{\dot{Q}_{\text{H}}} \quad [1] \quad \text{donde:} \quad \eta_{\text{ter}} \le 1$$
(109)

$$\eta_{\text{ter}} = 1 - \frac{Q_{\text{L}}}{Q_{\text{H}}} \quad [1] \quad \text{donde:} \quad \eta_{\text{ter}} \le 1$$
(110)

Las ecuaciones anteriores son equivalentes. En ellas: $Q_{\rm H}$ es la magnitud del calor entregado al dispositivo cíclico desde la fuente caliente que está a una temperatura alta (*high*) $T_{\rm H}$. $Q_{\rm L}$ es la magnitud del calor entregado a la fuente fría que está a una temperatura baja (*low*) $T_{\rm L}$. Observe que $Q_{\rm H}$ y $Q_{\rm L}$ están definidas como magnitudes, por lo tanto, son cantidades positivas. Además $\dot{Q}_{\rm H}$ y $\dot{Q}_{\rm L}$ son los calores expresados como tasas (flujo de calor).

5.3. Máquinas frigoríficas

Se sabe por experiencia que el calor se transfiere en la dirección de temperatura decreciente, es decir, desde medios de temperatura alta hacia los de temperatura baja. Este proceso de transferencia de calor ocurre en la naturaleza sin requerir de ningún dispositivo. Sin embargo, el proceso inverso no puede ocurrir por sí mismo. La transferencia de calor de un medio que se encuentra a baja temperatura hacia otro de temperatura alta requiere dispositivos especiales como los *refrigeradores y las bombas de calor*. Ambos operan en el mismo ciclo, pero difieren en sus objetivos.

El *propósito de un refrigerador* es mantener el espacio refrigerado a una temperatura baja eliminando calor de este. Descargar ese calor hacia un medio que está a una temperatura mayor es solamente una parte necesaria de la operación, no el propósito. El *objetivo* de una *bomba de calor*, sin embargo, es mantener un espacio calentado a una temperatura alta.

5.3.1. Refrigeradores

Los refrigeradores, como las bombas de calor, son dispositivos cíclicos. El fluido de trabajo utilizado se denomina *refrigerante*. El ciclo de refrigeración que se utiliza con mayor frecuencia es el *ciclo de refrigeración por compresión por vapor*, en el que intervienen cuatro componentes principales: un compresor, un condensador, una válvula de expansión y un evaporador, como se ilustra en la **Figura 33**.



Figura 33. Esquema (izquierda), componentes básicos y condiciones de operación características (derecha) de un ciclo de refrigeración por compresión por vapor (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

El refrigerante entra al compresor como vapor y se comprime hasta la presión del condensador, posteriormente sale del compresor a una temperatura relativamente alta y se enfría y condensa a medida que fluye por los serpentines del condensador rechazando calor al medio circundante. Después entra al tubo capilar donde su presión y temperatura caen de forma drástica debido al efecto de estrangulamiento. Luego, el refrigerante a temperatura baja, entra al evaporador, donde se evapora absorbiendo calor del espacio a refrigerar. El ciclo se completa cuando el refrigerante sale del evaporador y vuelve a entrar al compresor.

5.3.1.1. Coeficiente de desempeño

La eficiencia de un refrigerador se expresa en términos del *coeficiente de desempeño* (COP, siglas de *coefficient of performance*), el cual se denota mediante COP_{R} . El objetivo de un refrigerador es remover calor (Q_{L}) del espacio refrigerado. Para lograr este objetivo, se requiere una entrada de trabajo $(W_{\text{neto, entrada}} = Q_{H} - Q_{L})$. Entonces, el COP de un refrigerador se puede calcular a partir de las **Ec.** (111) a (**113**).

$$COP_{R} = \frac{Salida deseada}{Entrada requerida}$$
(111)

$$COP_{R} = \frac{Q_{L}}{W_{neto,entrada}} \quad o \text{ bien: } COP_{R} = \frac{\dot{Q}_{L}}{\dot{W}_{neto,entrada}} \quad [1]$$
(112)

$$COP_{R} = \frac{Q_{L}}{Q_{H} - Q_{L}} = \frac{1}{Q_{H}/Q_{L} - 1} \quad [1]$$
(113)

Observe que el valor del COP_R *puede ser mayor que la unidad*. Es decir, la cantidad de calor eliminada del espacio refrigerado puede ser mayor puede ser mayor que la cantidad de entrada de trabajo. Esto contrasta con la eficiencia térmica, la cual nunca puede ser mayor que 1. De hecho, una razón para expresar la eficiencia de un refrigerador con otro termino, el coeficiente de desempeño, es el deseo de evitar la rareza de tener eficiencias mayores que la unidad.

5.3.2. Bombas de calor

Otro dispositivo que transfiere calor desde un medio de baja temperatura a otro de alta es la bomba de calor, mostrada esquemáticamente en la **Figura 34**. Cumplir el objetivo (explicado en la introducción de la Sección 5.3) de una bomba de calor se logra absorbiendo calor desde una fuente que se encuentra a temperatura baja, por ejemplo, agua de pozo o aire frío exterior en invierno, y suministrando este calor a un medio de temperatura alta como una casa.

Un refrigerador ordinario que se coloca en la ventana de una casa con la puerta abierta hacia el frio aire exterior en invierno funcionara como una bomba de calor porque tratara de enfriar el exterior absorbiendo calor de él y rechazándolo hacia la casa a través de los serpentines situados detrás.



Figura 34. Esquema (izquierda) y aplicación (derecha) de una bomba de calor (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

La medida de desempeño de una bomba de calor también se expresa en términos del *coeficiente de desempeño* COP_{HP}, definido como se ve en las **Ec.** (114) a (**116**).

$$COP_{HP} = \frac{Salida deseada}{Entrada requerida}$$
(114)

$$COP_{HP} = \frac{Q_{H}}{W_{\text{neto,entrada}}} \quad \text{o bien:} \quad COP_{HP} = \frac{Q_{H}}{\dot{W}_{\text{neto,entrada}}} \quad [1]$$
(115)

$$COP_{HP} = \frac{Q_{H}}{Q_{H} - Q_{L}} = \frac{1}{1 - Q_{L}/Q_{H}} \quad [1]$$
(116)

Una *comparación* entre el COP *de un refrigerador* dada por la (113) y el COP *de una bomba de calor* dada por la (116), resulta en lo que indica la **Ec. (117)**.

$$COP_{HP} = COP_{R} + 1$$
 donde $COP_{HP} > 1$ dado que: $COP_{R} > 0$ (117)

Es decir, para valores fijos de Q_L y Q_H , esta relación indica que una bomba de calor funcionará, en el peor de los casos, como un calentador de resistencia al suministrar tanta energía como requiera la casa. Sin embargo, en realidad parte de Q_H se va al aire exterior a través de la tubería y otros dispositivos, por lo que él COP_{HP} *podría ser menor que la unidad* cuando la temperatura del aire exterior es demasiado baja. Cuando esto sucede, el sistema cambia comúnmente a un modo de calentamiento de resistencia.

Los acondicionadores de aire son básicamente refrigeradores cuyo espacio refrigerado es una habitación o un edificio en lugar de un compartimiento de alimentos. Una unidad de aire tipo ventana enfría una habitación al absorber calor del aire de la habitación y descargarlo hacia el exterior. Esta misma unidad puede utilizarse como bomba de calor en invierno instalándola hacia atrás. De este modo, la unidad absorbe calor desde el exterior frio y lo entrega a la habitación. Los sistemas de aire acondicionado equipados con controles adecuados y una válvula de inversión operan como acondicionadores de aire en verano y bombas de calor en invierno.

5.4. Enunciados clásicos de la Segunda Ley de la Termodinámica

Existen varios enunciados válidos de la Segunda Ley de la Termodinámica, dos de ellos se presentan y analizan posteriormente, en relación con algunos dispositivos de ingeniería que operan en ciclos. En efecto, el *enunciado de Kelvin-Planck* se relaciona con las *máquinas térmicas* (Ver Sección 5.2) y el *enunciado de Clausius*, relacionado con refrigeradores o bombas de calor (Ver Sección 5.3).

Cabe remarcar que ambos enunciados son negativos, y un enunciado de este tipo no se puede comprobar. Como cualquier otra ley física, la Segunda Ley de la Termodinámica está basada en observaciones experimentales. A la fecha, no se ha realizado ningún experimento que contradiga la segunda ley y esto se debe tomar como prueba suficiente de su validez.

5.4.1. Enunciado de Kelvin-Planck

Respecto a la máquina térmica que se estudia en la Sección 5.2 se demuestra que incluso bajo condiciones ideales una máquina de este tipo debe rechazar algo de calor hacia un depósito que se encuentra a baja temperatura (fuente fría) con la finalidad de completar el ciclo. Es decir, *ninguna máquina térmica puede convertir todo el calor que recibe en trabajo útil*. Esta limitación de la eficiencia térmica de las máquinas térmicas forma la base para el enunciado de Kelvin-Planck de la Segunda Ley de la Termodinámica, que se expresa como sigue:

Enunciado de Kelvin-Planck: *es imposible que un dispositivo que opera en un ciclo reciba* calor de un solo depósito y produzca una cantidad neta de trabajo (CENGEL, 2012).

Es decir, en otros libros (FACORRO, 2011), se enuncia esto mismo como: *para poder obtener trabajo mecánico del calor, es necesario contar con dos fuentes de calor a distintas temperaturas.* Una será la fuente caliente, que entrega calor al sistema, y la otra, la fuente fría, que recibe calor del mismo. Una consecuencia de este enunciado, como se ve en el estudio de máquinas térmicas, es que: *ninguna maquina térmica puede tener una eficiencia del 100 %.*

5.4.2. Enunciado de Clausius

El **enunciado de Clausius** se expresa como sigue: *es imposible construir un dispositivo que* opere en un ciclo sin que produzca ningún otro efecto que la transferencia de calor de un cuerpo de menor temperatura a otro de mayor temperatura (CENGEL, 2012).

Es decir, para transferir calor de una fuente fría a una fuente caliente es necesario suministrar trabajo al dispositivo cíclico. De hecho, esto es precisamente lo que hace un refrigerador doméstico común. Es decir, que un refrigerador no puede operar a menos que su compresor sea propulsado mediante una fuente de energía externa (el trabajo eléctrico que le suministra un motor).

5.4.3. Conclusiones de los enunciados: Principios de Carnot

Se pueden obtener *valiosas conclusiones* a partir de los enunciados expuestos; dos de estas son sobre *eficiencia térmica* de máquinas reversibles e irreversibles (conceptos que se analizan en la Sección 5.5.1) y se conocen como *principios de Carnot*.

Estas conclusiones se expresan como sigue: 1-La eficiencia de una máquina térmica irreversible es siempre menor que la eficiencia de una máquina térmica reversible. 2-Las eficiencias de las máquinas térmicas reversibles que operan entre los mismos dos depósitos son las mismas.

Aunque no se desarrolla en este documento, estos dos enunciados se pueden comprobar mediante la *demostración* que la violación de cualquiera de éstos da como resultado la violación de la Segunda Ley de la Termodinámica.

5.5. El ciclo reversible de Carnot

La Segunda Ley de la Termodinámica establece que ninguna máquina térmica puede tener un rendimiento de 100 % (como se analiza en la Sección 5.5.2.2). Entonces cabe preguntar ¿cuál es la eficiencia más alta que pudiera tener una máquina térmica? Antes de contestarla es necesario primero definir un *proceso idealizado*, llamado *proceso reversible*.

5.5.1. Procesos reversibles e irreversibles

Los procesos estudiados al comienzo de este capítulo ocurrieron en cierta dirección, y una vez ocurridos, no se pueden revertir por si mismos de manera espontánea y reestablecer el sistema a su estado inicial. Por esta razón, se clasifican como *procesos irreversibles*. En efecto, una vez que se enfría una taza de café, no se volverá a calentar al recuperar de los alrededores el calor que perdió. Si eso fuera posible, tanto los alrededores como el sistema (café) volverían a su condición original, y esto sería un proceso reversible.

Por lo dicho: un *proceso reversible* se define como un *proceso que se puede invertir sin dejar rastros en los alrededores*. Es decir, tanto el sistema como los alrededores vuelven a sus estados iniciales una vez finalizado el proceso inverso. Esto es posible solo si el intercambio de calor y trabajo neto entre el sistema y los alrededores es cero para el proceso combinado (original e inverso) (CENGEL, 2012). Los procesos reversibles, aunque son ficticios, se *estudian por dos razones*; son fáciles de analizar, y sirven como modelos idealizados con los que es posible comparar los procesos reales.

5.5.2. Ciclo y máquina de Carnot

5.5.2.1. Ciclo de Carnot: Máquina térmica

Se ha mencionado anteriormente que las máquinas térmicas son dispositivos cíclicos y que el fluido de trabajo de cada una de estas máquinas vuelve a su estado inicial al final de cada ciclo. Durante una parte del ciclo el fluido realiza trabajo y durante otra se hace trabajo sobre el fluido. La diferencia entre estos dos trabajos es el *trabajo neto* que entrega la máquina térmica. La *eficiencia del ciclo de una máquina térmica depende en gran medida de cómo se*

ejecute cada uno de los procesos que constituyen el ciclo. El trabajo neto y, por lo tanto, la eficiencia del ciclo se puede maximizar mediante procesos que requieren la mínima cantidad de trabajo y entregan lo más posible, es decir mediante procesos reversibles.

Es probable que el ciclo reversible más conocido sea el *ciclo de Carnot*, propuesto en 1824 por el ingeniero francés Sadi Carnot. La máquina térmica teórica que opera en el ciclo de Carnot se llama *máquina térmica de Carnot*, cuyo ciclo se compone de cuatro procesos reversibles, *dos isotérmicos y dos adiabáticos*, y que es *posible llevar a cabo en un sistema cerrado o de flujo estacionario*.

Para analizarlo, es usual considerar un sistema cerrado conformado por un gas contenido en un dispositivo de cilindro-émbolo adiabático. Entonces, los cuatro procesos reversibles que conforman el ciclo de la máquina ideal de Carnot son los que se construyen como se muestra en la **Figura 35**.



Figura 35. Maquina térmica de Carnot (izquierda). Diagrama *P-V* del ciclo de Carnot (derecha) (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

Con respecto a la Figura 35, el ciclo se compone de: *Proceso* 1-2: *Expansión isotérmica reversible*, se permite que el gas se expanda lentamente y realice trabajo sobre los alrededores. Como la diferencia de temperatura entre el gas y el depósito nunca excede una cantidad diferencial *dT*, este es un proceso reversible de transferencia de calor. *Proceso* 2-3: *Expansión adiabática reversible*, el gas continúa expandiéndose lentamente y realiza trabajo sobre los alrededores hasta que su temperatura disminuye de T_{μ} a T_{μ} (estado 3). Se supone que el émbolo no experimenta fricción y el proceso está en cuasi equilibrio, de modo que el proceso es reversible. *Proceso* 3-4: *Compresión isotérmica reversible*, una fuerza externa empuja el cilindro hacia el interior, de modo que se realiza trabajo sobre el gas. Como la diferencia de temperatura entre el gas y el sumidero nunca excede una cantidad diferencial *dT*, este es un proceso reversible de calor. *Proceso* 4-1: *Compresión adiabática reversible*, el gas se comprime adiabáticamente de manera reversible, entonces este vuelve a su estado inicial y la temperatura sube de T_{μ} a T_{μ} .

5.5.2.2. Eficiencia de la máquina térmica de Carnot

La eficiencia de cualquier máquina térmica, reversible o irreversible, se determina mediante la ecuación $\eta_{ter} = 1 - Q_L/Q_H$. Para máquinas térmicas reversibles, la relación de trasferencia de calor en la relación anterior se puede reemplazar por la de temperaturas absolutas de los dos depósitos. Entonces, la *eficiencia de una máquina de Carnot*, o de *cualquier máquina térmica reversible*, se convierte en la **Ec. (118)**.

$$\eta_{\text{ter}} = 1 - \frac{Q_{\text{L}}}{Q_{\text{H}}} \Longrightarrow \eta_{\text{ter,rev}} = 1 - \frac{T_{\text{L}}}{T_{\text{H}}} \quad [1]$$
(118)

Donde T_L y T_H son *temperaturas absolutas*, si se utilizan °C o °F para las temperaturas en esta relación se obtienen resultados con mucho error. Esta relación se denomina *eficiencia de Carnot* porque la máquina térmica de Carnot es la máquina térmica reversible mejor conocida.
Esta es la eficiencia máxima que puede tener una máquina térmica que opera entre los dos depósitos de energía térmica a temperaturas T_L y T_H . Todas las máquinas térmicas irreversibles (es decir reales) que operan entre estos límites de temperatura tienen eficiencias menores, como se ve en la **Figura 36**.



Figura 36. Ninguna máquina térmica puede tener una eficiencia mayor que una máquina térmica reversible operando entre los mismos depósitos de temperatura alta y baja (Fuente CENGEL, 2012).

De la Ec. (118) resulta obvio que la eficiencia de una máquina térmica de Carnot se incrementa cuando $T_{\rm H}$ aumenta o cuando $T_{\rm L}$ disminuye. Esto es aplicable también para máquinas térmicas reales. *La eficiencia térmica de las máquinas térmicas reales se puede maximizar al suministrar calor hacia la máquina a la temperatura máxima posible* (limitada por la resistencia del material) *y al rechazar calor de la máquina a la menor temperatura posible* (limitada por la temperatura del medio de enfriamiento, como ríos, lagos o la atmósfera). Este aumento en los valores de la eficiencia de una máquina térmica, muestran que la *energía tiene calidad*, así como cantidad. Con lo que resulta claro que más de la energía de alta temperatura se puede convertir en trabajo. Por lo tanto, *mientras más alta sea la temperatura, mayor es la calidad de la energía* (CENGEL, 2012).

5.5.2.3. Ciclo inverso de Carnot: Máquina frigorífica

El ciclo de la máquina térmica de Carnot que se describe es totalmente reversible, por lo tanto, todos los procesos que abarca se pueden *invertir*, en cuyo caso se convierte en el *ciclo de refrigeración de Carnot*, el cual se puede aplicar a *refrigeradores o bombas de calor* (Ver **Figura 37**).



Figura 37. Ciclo inverso de Carnot para una máquina frigorífica el cual se puede aplicar a refrigeradores o bombas de calor (Fuente CENGEL, 2012).

Esta vez, el ciclo es exactamente el mismo, excepto que las direcciones de las interacciones de calor y trabajo están invertidas: el calor en la cantidad $Q_{\rm L}$ se absorbe de un depósito de baja temperatura, el calor en la cantidad $Q_{\rm H}$ se rechaza hacia un depósito de alta temperatura, y se requiere una cantidad de trabajo $W_{\rm neto,entrada}$ para completar todo esto.

5.5.2.4. Coeficiente de desempeño en máquina frigorífica de Carnot

El COP de cualquier refrigerador o bomba de calor, reversible o irreversible, se expresa mediante las expresiones (113) y (116) respectivamente, que se analizan en la Sección 5.2 y 5.3. Los COP de refrigeradores y bombas de calor reversibles se determinan al reemplazar las razones de transferencia de calor en las ecuaciones citadas, por los cocientes de las temperaturas absolutas de los depósitos de temperatura de alta y baja. Resultando las **Ec. (119)** y (**120**) para los refrigeradores y bombas de calor, respectivamente.

$$COP_{R,rev} = \frac{1}{T_{H}/T_{L} - 1} \quad [1]$$
(119)

$$\text{COP}_{\text{HP,rev}} = \frac{1}{1 - T_L / T_{\text{H}}} \quad [1]$$
 (120)

En analogía con las máquinas térmicas, *los coeficientes de desempeño más altos, son los que se puede obtener con un refrigerador o bomba de calor que opera según el ciclo inverso de Carnot entre los límites de temperatura* T_L y T_H . Los refrigeradores o bombas de calor reales (o irreversibles) tienen COP menores.

5.6. Entropía

En el inicio de la Sección 5 se introdujo el estudio de la Segunda Ley de la Termodinámica y sus aplicaciones en ciclos y dispositivos cíclicos. En esta sección se ven *aplicaciones de la segunda ley a procesos*. La Primera Ley de la Termodinámica trata con la propiedad energía y la conservación de ella; mientras que la segunda define una nueva propiedad llamada *entropía* (*S*), la cual, es hasta cierto punto, abstracta y difícil de describir físicamente sin considerar el estado microscópico del sistema. La entropía se entiende y aprecia mejor estudiando los usos que normalmente se encuentran en los procesos de ingeniería, lo cual ha de hacerse a lo largo de este apartado.

5.6.1. Desigualdad y teorema de Clausius: definición de entropía

La Segunda Ley de la Termodinámica frecuentemente conduce a expresiones que involucran desigualdades. Una desigualdad importante es la **desigualdad de Clausius**, este concepto se expresa como lo indica la Ec. (121).

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \le 0 \tag{121}$$

Es decir, *la integral cíclica de* $\delta Q/T$ *siempre es menor o igual a cero*. Donde el símbolo δ representa un diferencial inexacto, \oint es el símbolo de integral de contorno (es decir, una integral de línea evaluada en una curva cerrada, por ejemplo, un círculo) se utiliza para indicar que la integración se realiza durante el ciclo entero. δQ es la transferencia de calor hacia o desde un sistema en cantidades diferenciales y *T* es la temperatura absoluta de la frontera a través de la cual el calor diferencial δQ se transfiere entre el sistema y los alrededores.

Entonces, *la integral cíclica de* $\delta Q/T$ *puede considerarse como la suma de todas estas cantidades diferenciales de transferencia de calor dividida entre la temperatura en la frontera.* Este enunciado es válido para todos los ciclos termodinámicos, reversibles, irreversibles e incluso los de refrigeración. Sin embargo, la igualdad en la desigualdad (es decir, $\oint \delta Q/T = 0$) se cumple para ciclos reversibles o solo internamente reversibles, mientras que la desigualdad se mantiene para los irreversibles, Ec. (122).

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}} = 0 \tag{122}$$

La anterior constituye la expresión del **Teorema de Clausius**: *la integral de las cantidades de calor absorbidas o entregadas por un fluido que recorre un ciclo reversiblemente, divididas por las temperaturas absolutas del mismo cuando se producen estos cambios de calor, es igual a cero* (FACORRO, 2011). En este sentido, cualquier cantidad cuya integral cíclica sea igual a cero es una función de punto la cual depende solo del estado y no de la trayectoria del proceso (Ver Anexo 10.1). En consecuencia, la cantidad $(\delta Q/T)_{int rev}$ debe ser una función de punto expresado en forma diferencial, a la que Clausius denomina **entropía**, la cual esta designada por *S*, **Ec.** (123).

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}} \implies S = \frac{Q}{T} \quad \left[\frac{J}{K}\right]$$
(123)

En la anterior, *S* representa la entropía total, pudiendo expresarse también como $s = q/T [J/kg \cdot K]$ que es la entropía específica. *Q* es la transferencia de calor entre el sistema y los alrededores y, *T* es la temperatura absoluta de la frontera a través de la cual el calor se transfiere entre el sistema y los alrededores. Por lo tanto, la entropía puede definirse como: *la cantidad de calor intercambiada/transferida a una cierta temperatura*. Además, como cualquier propiedad de estado, para dos estados de equilibrio la variación de la entropía resulta, **Ec. (124)**.

$$\int_{1}^{2} \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}} \implies \Delta S = S_2 - S_1 \quad \left[\frac{J}{K}\right]$$
(124)

Donde $\int_{1}^{2} \delta Q/T$ representa la *transferencia de entropía* por medio del calor. ΔS es el *cambio en la entropía* del sistema durante un proceso cuando este cambia del estado 1 al estado 2.

Este cambio de entropía *puede ser positivo o negativo*, dependiendo de la dirección de la transferencia de calor. *La transferencia de calor hacia un sistema aumenta la entropía de este, mientras que la transferencia de calor desde un sistema la disminuye*.

Este concepto de carácter matemático es el único que puede establecerse para definir esta magnitud, pues el significado físico ha resultado sumamente complejo por cuanto la entropía no es perceptible sensorialmente, ni evidenciable por ningún instrumento de medida. En las

aplicaciones se suele tomar como *entropía nula* la de un gas a la temperatura T=273,16 K=0 °C y a la presión de P=1kgf/cm² o P=1,03323kgf/cm² =101,325 kPa (FACORRO, 2011).

5.6.2. Principio de incremento de la entropía

Para abordar este concepto se considera un ciclo compuesto por dos procesos: el proceso 1-2 que es arbitrario (reversible o irreversible), y el 2-1, el cual es internamente reversible como se muestra en la **Figura 38**. Se plantea la desigualdad de Clausius a cada proceso y se opera, lo que resulta es la Ec. (125).



Figura 38. Un ciclo compuesto por un proceso reversible y otro irreversible (Fuente: CENGEL, 2012).

$$S_2 - S_1 \ge \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$
 obien: $dS \ge \frac{\delta Q}{T} \left[\frac{J}{K}\right]$ (125)

Donde: $\Delta S = S_2 - S_1$ es el *cambio en la entropía* del sistema. Para un proceso reversible este cambio se vuelve igual a $\int_1^2 \delta Q/T$, que representa la *transferencia de entropía* por medio del calor.

La desigualdad en la (125), es un constante recordatorio de que el cambio de entropía de un *sistema cerrado* durante un proceso irreversible siempre es mayor que la transferencia de entropía. *Es decir, alguna entropía es generada o creada durante un proceso irreversible, y esta generación se debe completamente a la presencia de irreversibilidades*. La entropía

generada durante un proceso se llama *generación de entropía* y se denota por S_{gen} . Por lo tanto, la (125) puede expresarse como lo indica la Ec. (126).

$$S_2 - S_1 \ge \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$
 donde: $S_{gen} \ge 0 \quad \left[\frac{J}{K}\right]$ (126)

Se observa que la generación de entropía siempre es una cantidad positiva o cero. Su valor depende del proceso, así que no es una propiedad del sistema. Además, si el calor transferido δQ es cero (sistema aislado o simplemente sistema cerrado adiabático) no existe transferencia de entropía ($\delta Q/T = 0$), y la (126) se reduce a como se ve en la Ec. (127).

$$\Delta S_{\text{aislado}} \ge 0 \tag{127}$$

La anterior constituye la expresión del *principio de incremento de entropía* que se enuncia así: *la entropía de un sistema aislado durante un proceso siempre se incrementa o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante*. En otros términos, la entropía nunca disminuye. El principio de incremento de entropía puede resumirse como lo indica la **Figura 39**.

$$S_{\text{gen}} \begin{cases} > 0 \text{ proceso irreversible} \\ = 0 \text{ proceso reversible} \\ < 0 \text{ proceso imposible} \end{cases}$$

Figura 39. La entropía describe lo irreversible de los sistemas termodinámicos (Fuente: CENGEL, 2012).

A la luz de las anteriores exposiciones, se introducen *algunos comentarios importantes respecto a la entropía:* 1-Los *procesos* solo pueden ocurrir en *una cierta dirección*, no en cualquiera. Un proceso debe proceder en la dirección que obedece al principio de incremento de la entropía. Un proceso que viola este principio es imposible. Este principio obliga a menudo a las reacciones químicas a detenerse antes de completarse. 2-La *entropía es una propiedad que no se conserva*, por lo tanto, no existe algo como el principio de conservación de la entropía.

Esta se conserva solo durante el proceso reversible idealizado y *se incrementa durante todos los procesos reales*. 3-El desempeño de los sistemas de ingeniería es degradado por la presencia de irreversibilidades; y la *generación de entropía* es una medida de las magnitudes de irreversibilidades presentes durante ese proceso. A mayor magnitud de irreversibilidades, mayor generación de entropía. Por consiguiente, la generación de entropía puede usarse como una medida cuantitativa de irreversibilidades asociadas al proceso, y para establecer el criterio a emplearse en el diseño de dispositivos.

5.6.3. Cambio de entropía de sustancias puras

En la Sección 5.6.1 se demuestra que la entropía es una propiedad termodinámica, por lo tanto, el valor de la entropía en un estado determinado queda definido por dos propiedades intensivas independientes. La obtención del valor de la entropía de una sustancia implica relaciones complicadas e imprácticas para cálculos manuales, con lo cual, los valores de entropía se suelen encontrar en *tablas de propiedades*, por ejemplo, en la Tabla A4-Anexo 14-Sección 10.5.

En este sentido, en las regiones de líquido comprimido y de vapor sobrecalentado, los valores pueden obtenerse directamente de las tablas, mientras que, *para la región de vapor húmedo*, se determina a partir de la **Ec. (128)**, análogamente a como se obtiene la entalpía y otras propiedades en la Sección 3.7.1.

$$s = s_{\rm f} + x \times s_{\rm fg} \quad \left[\frac{\rm J}{\rm kg \cdot \rm K}\right]$$
(128)

Donde *x* es la calidad/título de vapor, y los valores $s_f y s_{fg}$ se listan en las tablas de saturación (Anexos 14 a 18-Sección 10.5). En ausencia de datos para *líquido comprimido*, la entropía de estos se aproxima con la entropía del líquido saturado a la temperatura dada. Está claro que, durante un proceso, el cambio de entropía de una masa especificada *m* (sistema cerrado)

simplemente es: $\Delta S = m \times \Delta s = m \times (s_2 - s_1)$ [J/K] en la cual s_1 y s_2 son, respectivamente, los valores de entropía específica en los estados inicial y final.

5.6.4. Diagramas de propiedades que involucran a la entropía

5.6.4.1. Diagrama *h-s*: diagrama de Mollier

Al estudiar aspectos de la segunda ley para procesos, la entropía normalmente se usa como una coordenada en diagramas T-s y h-s, este último también es conocido como *diagrama de Mollier* en honor al científico alemán R. Mollier (1863-1935). Un diagrama de este tipo se ofrece en el Anexo 28-Sección 10.5. Y, en la **Figura 40** puede verse un esquema del mismo. Sin embargo, es muy común el uso de este diagrama en tamaños de cuatro a diez veces mayores que el pequeño que aquí se presenta.



Figura 40. Esquema del diagrama de Mollier (no a escala) (Fuente: ROLLE, 2006).

De la anterior se observa, que, en esencia, el diagrama de Mollier es un diagrama h-s con varias isolíneas. Se ve que la línea de saturación y el punto crítico se identifican en la figura, y también en un diagrama de Mollier detallado. La región debajo de la línea de saturación, que es el de cambio de fase, esta cruzada por isobaras y por líneas de humedad constante. Con esas líneas se puede determinar con facilidad la entalpía y la entropía para una presión y una calidad conocida, la humedad relaciona la calidad mediante porque se con *porcentaje de humedad* = 100 - x. Las isobaras se prolongan a la región de vapor sobrecalentado, arriba de la línea de saturación. También esa región esta cruzada por isotermas, y entre determinadas temperaturas y presión, se pueden determinar la entalpía y la entropía. Una de las características más útiles del diagrama de Mollier es el trazado de procesos de turbinas de vapor adiabáticas reversibles. Siguen líneas verticales (entropía constante), así que a partir de presión inicial y final dadas, con facilidad se puede sacar la entalpía en la gráfica, y quienes tengan problemas en relacionar los datos tabulados con los procesos físicos reales, encontraran que el diagrama de Mollier es mucho más cómodo y más descriptivo de los procesos con vapor.

5.6.4.2. Diagrama *T-s*

Por su parte, las características generales del *diagrama T-s* para sustancias puras se muestra en la Figura 41 en el que se usan datos para el agua. En este diagrama, las líneas de volumen constante se precipitan más que las de presión constante, las cuales son a su vez paralelas a las de temperatura constante en la región de vapor húmedo. Asimismo, las líneas de presión constante casi coinciden con la línea de líquido saturado en la región de líquido comprimido.



Por otra parte, si se retoma la ecuación que define la entropía, (Ec. 123), se puede definir, en un diagrama *T-S*, un aspecto gráfico importante. En efecto, si se reestructura la (123) se obtiene la expresión que se indica en la Ec. (129).

$$\delta Q_{\text{int rev}} = T \times ds \quad [J] \tag{129}$$

Como se muestra en la **Figura 42**, $\delta Q_{int rev}$ corresponde a un área diferencial en un diagrama *T-S*. La transferencia total de calor durante un proceso internamente reversible es determinada integrando la (129) tal como se aprecia en la figura citada.



Figura 42. En un diagrama T-S, el área bajo la curva representa la transferencia de calor para un proceso internamente reversible (Fuente: CENGEL, 2012).

Por consiguiente, se concluye que *el área bajo la curva del proceso en un diagrama T-S representa la transferencia de calor durante un proceso internamente reversible*. Esto es *análogo* al *trabajo de frontera reversible* que se representa por el área bajo la curva en un diagrama *P-V o diagrama de Clapeyron*, tal como se analiza en la Sección 2.1.3.

5.6.5. Cálculo del cambio de entropía de gases ideales

Para el cálculo de la entropía de un gas se fija como entropía nula la del gas a la presión $P = 1 \text{kgf}/\text{cm}^2$ y a la temperatura $T = 0 \text{ }^\circ\text{C} \cong 273 \text{ K}$, criterio que se adopta en las fórmulas que siguen, aunque se destaca que otras veces, en la confección de diagramas entrópicos, suelen indicarse las curvas de presión constante en atmósferas físicas, por lo que convendrá entonces, llevar este origen de entropías a la misma temperatura, pero a la presión $P = 1,03323 \text{ kgf}/\text{cm}^2 = 101,325 \text{ kPa}$ (FACORRO, 2011).

Se ha de obtener las expresiones para el cálculo del cambio de entropía, las mismas son *válidas* para *transformaciones reversibles e irreversibles* por ser la entropía una función de estado (o función de punto) y, además, son aplicables tanto a *sistemas cerrados* como *abiertos* (CENGEL, 2012). En primer lugar, se presentan expresiones de cálculo generales aplicables a cualquier tipo de transformación del gas perfecto cuando evoluciona entre los estados 1 y 2, **Ec.** (130) a (132). Posteriormente se obtienen las expresiones particulares aplicables a las transformaciones específicas que se analizan en la Sección 3.3, **Ec.** (133) a (137).

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{\nu,\text{prom}} \times \left[\log \frac{T_2}{T_1} + (k-1) \times \log \frac{V_2}{V_1} \right] \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$
(130)

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{p,\text{prom}} \times \left[\log \frac{T_2}{T_1} - \frac{k-1}{k} \times \log \frac{P_2}{P_1} \right] \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$
(131)

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{\nu,\text{prom}} \times \left[\log \frac{P_2}{P_1} + k \times \log \frac{\nu_2}{\nu_1} \right] \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$
(132)

Transformación a volumen constante

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{v,prom} \times \log \frac{T_2}{T_1} = 2,303 \times c_{v,prom} \times \log \frac{P_2}{P_1} \quad \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$$
(133)

Transformación a presión constante

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{p,prom} \times \log \frac{T_2}{T_1} = 2,303 \times c_{p,prom} \times \log \frac{v_2}{v_1} \quad \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$$
(134)

Transformación a temperatura constante

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times R \times \log \frac{v_2}{v_1} = 2,303 \times R \times \log \frac{P_1}{P_2} \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$
 (135)

Transformación adiabática internamente reversible (isoentrópica)

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{int rev}} \quad \text{donde:} \quad \delta Q = 0 \quad \therefore \quad s_2 = s_1 \Rightarrow \Delta s = 0 \quad \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right]$$
(136)

Transformación politrópica

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c \times \log \frac{T_2}{T_1} \quad \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg} \cdot \mathbf{K}} \right]$$
(137)

En las anteriores; *s* es la entropía específica, $c_{v,prom} y c_{p,prom}$ son, respectivamente, el calor específico promedio a volumen constante y el calor específico promedio a presión constante, *T* es la temperatura absoluta, *v* es el volumen específico, *k* la constante adiabática del gas, *c* es el calor específico de la transformación (recordar que en las transformaciones politrópicas *c*=CTE), *P* la presión y *R* la constante particular del gas.

Algunas observaciones de las ecuaciones anteriores: 1- Algunos autores expresan las mismas ecuaciones en términos del logaritmo natural (o *neperiano*)² teniendo en cuenta la siguiente relación $\ln(v_2/v_1) = 2,303 \times \log(v_2/v_1)$. 2- Es posible expresar los cambios de entropía por unidad de mol al multiplicar cualquiera de las expresiones anteriores por la masa molar, por ejemplo, para la (130) y (131) resultan las Ec. (138) y (139).

$$\overline{s}_2 - \overline{s}_1 = 2,303 \times \overline{c}_{v,\text{prom}} \times \left[\log \frac{T_2}{T_1} + (k-1) \times \log \frac{v_2}{v_1} \right] \left[\frac{J}{\text{mol} \cdot K} \right]$$
(138)

$$\overline{s}_2 - \overline{s}_1 = 2,303 \times \overline{c}_{p,\text{prom}} \times \left[\log \frac{T_2}{T_1} - \frac{k-1}{k} \times \log \frac{P_2}{P_1} \right] \left[\frac{J}{\text{mol} \cdot K} \right]$$
(139)

Donde el signo diacrítico sobre las magnitudes indica cantidades por unidad de mol. **3**- Como en otras oportunidades se ha dicho, en el argumento de los logaritmos, es indistinto en que unidad se exprese la magnitud (presión, volumen especifico o temperatura) ya que en cualquier caso el cociente da el mismo valor y el resultado final no se ve afectado. **4**- Recordando la

² Ver página 120 FACORRO (2011).

relación entre los calores específicos a presión constante y a volumen constante (Ec. 95-Sección 3.8.5), y operando, es posible presentar la (130) y la (131) en términos de la constante del gas, como se muestra en las **Ec. (140)** y (**141**).

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{\nu,\text{prom}} \times \log \frac{T_2}{T_1} + R \times \log \frac{\nu_2}{\nu_1} \quad \left[\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{kg} \cdot \mathbf{K}}\right]$$
(140)

$$s_2 - s_1 = 2,303 \times c_{p,\text{prom}} \times \log \frac{T_2}{T_1} - R \times \log \frac{P_2}{P_1} \quad \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right]$$
(141)

5- Finalmente, también es posible expresar la (140) y (141) por unidad de mol multiplicando por la masa molar, en tal caso se sustituye s_1, s_1 por $\overline{s_1}, \overline{s_1}$, $c_{v,prom}, c_{p,prom}$ por $\overline{c}_{v,prom}, \overline{c}_{p,prom}$ y R por R_u .

Continuando con el análisis de entropía de cada transformación, es necesario hacer mención especial de los procesos denominados: *procesos isentrópicos*, designados como transformación *adiabática* en la Sección 3.3.4. Muchos dispositivos de ingeniería como bombas, turbinas, toberas y difusores son esencialmente adiabáticos en su funcionamiento, y tienen mejor desempeño cuando se minimizan las irreversibilidades, como la fricción asociada al proceso.

Un proceso isentrópico se caracteriza en que la entropía se mantiene constante. Por otra parte, es importante reconocer que un proceso adiabático reversible necesariamente es isentrópico ($s_2 = s_1$), pero uno isentrópico no es necesariamente uno adiabático reversible (por ejemplo, el incremento de entropía de una sustancia durante un proceso, como resultado de irreversibilidades, puede compensarse con una disminución en la entropía como resultado de las pérdidas de calor) tal como se ve en la **Figura 43**.



Figura 43. Un proceso adiabático reversible necesariamente es isentrópico ($s_2 = s_1$), pero uno isentrópico no es necesariamente uno adiabático reversible (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Sin embargo, el término proceso isentrópico se usa habitualmente en Termodinámica para

referirse a un proceso adiabático internamente reversible (CENGEL, 2012).

6. CICLOS DE VAPOR Y MÁQUINAS TÉRMICAS

En este apartado se analizan los *ciclos de vapor*, específicamente el *ciclo Rankine*. También se analizan algunas *máquinas térmicas* de combustión interna. Sin embargo, el énfasis está puesto en el estudio de los ciclos de vapor. Pero antes de iniciar el análisis es necesario aclarar en qué área de estudio se ubican los temas mencionados con respecto a la aplicación de la Termodinámica. Para ello basta recordar que en la Sección 5 se establece el *concepto de la Segunda Ley de la Termodinámica* y sus aplicaciones en *ciclos* y dispositivos cíclicos (*máquinas térmicas* y máquinas frigoríficas).

Teniendo en cuenta esto, se puede enmarcar el estudio de los ciclos de vapor y, por lo tanto, de las máquinas térmicas, dentro del análisis de los ciclos termodinámicos tal como lo expone CENGEL (2012) ilustrado en la **Figura 44**. Además, la clasificación expuesta en la figura 44 se puede extender como se muestra en las **Figuras 45** a **47**.



Figura 44. Aplicación de la Termodinámica a ciclos (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).



Figura 45. Clasificación de las maquinas térmicas (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).



Figura 46. Categorías de los ciclos de potencia (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).



Figura 47. Categorías de ciclos de refrigeración (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

En las figuras precedentes, los textos *resaltados en rojo* indican la importancia relativa de estos temas en el curso respecto al resto, tal como se indica en parágrafo inicial de esta sección.

6.1. Ciclo de vapor: ciclo Rankine

En este apartado se consideran *ciclos de potencia de vapor* en los que el fluido de trabajo se evapora y se condensa alternadamente. El *vapor de agua* es el fluido de trabajo más usado comúnmente en ciclos de potencia de vapor debido a sus muchas y atractivas características, como bajo costo, disponibilidad y alta entalpía de vaporización. Por consiguiente, esta sección se dedica principalmente a las centrales eléctricas de vapor las cuales normalmente son llamadas *centrales carboeléctricas, centrales nucleoeléctricas o centrales eléctricas de gas natural*, según el tipo de combustible que empleen para suministrar calor al vapor. Como el vapor pasa por el mismo ciclo básico en todas; pueden analizarse de la misma manera.

El ciclo de potencia de vapor que se analiza es el ciclo Rankine, a saber: 1-El ciclo Rankine ideal simple sin sobrecalentamiento; 2- El ciclo Rankine ideal simple con sobrecalentamiento; 3- El ciclo Rankine ideal con recalentamiento y: 4-El ciclo Rankine ideal regenerativo. Sin embargo, el lector debe tener presente que autores como CENGEL (2012) y ROLLE (2006), fusionan los ciclos 1 y 2 en un solo al cual denominan ciclo Rankine ideal simple. Luego, 3 y 4 son comunes a todos los autores.

6.1.1. Ciclo Rankine ideal simple sin sobrecalentamiento

El ciclo Rankine es el *ciclo ideal para los ciclos de potencia de vapor* y, por lo tanto, lo es también para una central eléctrica de vapor. Sus diferentes estados se analizan, naturalmente, partiendo del ciclo de Carnot aplicado a una de estas centrales y modificándolo convenientemente. El *ciclo de vapor de Carnot* puede verse en la **Figura 48**. Cabe señalar que el *flujo* de la sustancia pura que evoluciona es considerado *estacionario*.



Figura 48. Diagrama de propiedades *P*-*v* y su equivalente *T*-*s* de un ciclo de Carnot aplicado a un ciclo de potencia de vapor (Fuente: Adaptado de FACORRO, 2011).

Los cuatro procesos reversibles (y por lo tanto ideales) de la figura anterior se definen como: 1-2: compresión adiabática (isoentrópica) de líquido (agua) mediante una *bomba*. 2-3: proceso de vaporización del fluido, de manera isotérmica e isobárica, en una *caldera*. 3-4: expansión adiabática del vapor en una *turbina* hasta una presión baja. 4-1: operación de condensación (isobárico e isotérmico) del vapor efectuada en el *condensador* e interrumpiendo la operación en forma tal que el vapor con cierto grado de humedad pueda recibir la compresión adiabática y volver a su estado inicial. El ciclo *Rankine ideal simple sin sobrecalentamiento* difiere del anterior solamente, en que la condensación del vapor es total, debido a que en la compresión 1-2 el fluido que debe ingresar a la bomba debe ser solamente agua líquida para un buen funcionamiento de esta, por lo tanto, tiene la forma que se observa en la **Figura 49**.



Figura 49. Diagrama de propiedades P-v y su equivalente T-s de un ciclo Rankine sin sobrecalentamiento (Fuente: Adaptado de FACORRO, 2011).

En el diagrama entrópico la posición de los puntos (estados) 1 y 2 es sumamente próxima; por ello, para este ciclo, suele sustituirse sin error apreciable la poligonal 1-2-2' por la curva de líquido saturado. En el diagrama de Mollier existe también esta coincidencia. Además, la *eficiencia* puede calcularse mediante la ecuación (147) aplicada al diagrama de la figura 49. El ciclo Rankine con sobrecalentamiento difiere de este, esencialmente, en un proceso como se explica a continuación.

6.1.2. Rankine ideal simple con sobrecalentamiento

Es posible, aun, eliminar algunos aspectos imprácticos asociados con el ciclo Rankine sin sobrecalentamiento. En este sentido, en la expansión isoentrópica de la turbina la calidad del vapor disminuye durante este proceso (como se observa en figura 49), por lo tanto, la turbina tiene que manejar vapor con baja calidad, es decir, vapor con alto contenido de humedad.

El choque de gotas líquidas sobre los alabes de la turbina produce *erosión* y es una de las principales fuentes de desgaste. Así, el vapor con calidades menores a 90 % no puede ser

tolerado en la operación de centrales eléctricas. Para subsanar este inconveniente, el *vapor es sobrecalentado* en la *caldera*, lo que resulta es el *ciclo Rankine ideal simple con sobrecalentamiento*, que se muestra en las **Figuras 50** y **51**.



Figura 50. Ciclo Rankine típico con sobrecalentamiento para una turbina de vapor (Fuente: Adaptado de ROLLE, 2006).



Figura 51. Diagramas de propiedades del ciclo Rankine ideal simple con sobrecalentamiento (Fuente: ROLLE, 2006).

El análisis de energía de este ciclo: los cuatro componentes asociados con el ciclo Rankine (la bomba, la caldera, la turbina y el condensador) son dispositivos de flujo estacionario, por lo tanto, los cuatro procesos que conforman el ciclo Rankine pueden ser analizados como procesos de flujo estacionario (Sección 2.2.3.2). La variación de energía cinética y potencial se pueden despreciar, entonces el balance de energías en términos generales por unidad de masa de vapor queda como lo muestra la Ec. (142).

$$(q_{\text{entrada}} - q_{\text{salida}}) + (w_{\text{entrada}} - w_{\text{salida}}) = h_{\text{salida}} - h_{\text{entrada}} \left[\frac{J}{kg}\right]$$
 (142)

La caldera y el condensador no incluyen ningún trabajo y se supone que la bomba y la turbina son adiabáticas, entonces, y en referencia a la figura 51, la relación de conservación de la energía para cada dispositivo puede expresarse como lo muestran las **Ec. (143)** a (**146**).

$$Bomba(q = 0)$$
a) $w_{bomba,entrada} = h_2 - h_1$
O bien:
b) $w_{bomba,entrada} = v \times (P_2 - P_1) [J/kg]$
(143)

Donde $h_1 = h_{f_a P_1}$ y $v \cong v_1 = v_{f_a P_1}$ valores que se obtienen de las tablas de propiedades.

$$Caldera(w=0) \Rightarrow q_{entrada} = h_3 - h_2 \left[\frac{J}{kg}\right]$$
 (144)

$$Turbina(q=0) \Rightarrow \quad w_{\text{turbina,salida}} = h_3 - h_4 \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(145)

$$Condensador(w=0) \Rightarrow q_{salida} = h_4 - h_1 \left[\frac{J}{kg} \right]$$
(146)

La *eficiencia térmica* (rendimiento) del ciclo Rankine ideal simple con sobrecalentamiento; se determina como se ve en la Sección 5.2.1 y está dada por la **Ec.** (147).

$$\eta_{\text{ter}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_{\text{entrada}}} = 1 - \frac{q_{\text{salida}}}{q_{\text{entrada}}} \quad [1]$$
(147)

Donde $w_{neto} = q_{entrada} - q_{salida} = w_{turbina,salida} - w_{bomba,entrada}$. La eficiencia térmica también puede interpretarse como la relación entre el área encerrada por el ciclo en un diagrama *T-s* y el área bajo el proceso de adición de calor. En este punto cabe preguntarse: **¿Cómo incrementar la eficiencia del ciclo Rankine?** La idea básica detrás de todas las modificaciones para incrementar la eficiencia térmica de un ciclo de potencia es la misma: *incrementar la temperatura promedio a la que el calor se transfiere al fluido de trabajo en la caldera, o disminuir la temperatura promedio a la que el calor se rechaza del fluido de trabajo en el condensador.* Es decir, la temperatura promedio del fluido debe ser lo más alta posible durante la adición de calor y lo más baja posible durante el rechazo de calor. En el ciclo ideal esto se puede lograr de tres maneras: 1-Reducción de la presión en el condensador. 2-Sobrecalentamiento del vapor a altas temperaturas. 3-Incremento de la presión en la caldera (CENGEL, 2012).

6.1.3. Ciclo Rankine ideal con recalentamiento

En la última sección se menciona que el aumento en la presión de la caldera incrementa la eficiencia térmica del ciclo Rankine con sobrecalentamiento, pero que también incrementa el contenido de humedad del vapor a niveles inaceptables. Entonces, es natural formular la siguiente pregunta: ¿Cómo podemos aprovechar las mayores eficiencias a presiones más altas de la caldera sin tener que enfrentar el problema de humedad excesiva en las etapas finales de la turbina?

La respuesta a la anterior se puede pensar de dos maneras: 1-sobrecalentar el vapor a temperaturas muy altas antes de que entre a la turbina. Esta sería la solución deseable porque la temperatura promedio a la que se añade calor también se incrementaría, lo cual aumentaría la eficiencia del ciclo. Sin embargo, no es una solución viable ya que requiere elevar la temperatura del vapor hasta niveles metalúrgicamente inseguros. 2-expandir el vapor en la turbina en dos etapas y recalentar entre ellas. En otras palabras, modificar el ciclo Rankine con sobrecalentamiento con un proceso de *recalentamiento*.

El recalentamiento es una *solución* practica al problema de *humedad excesiva* en las *turbinas* y es comúnmente utilizada en modernas centrales eléctricas de vapor. *El ciclo Rankine ideal*

con recalentamiento difiere del ciclo Rankine ideal simple con sobrecalentamiento en que el proceso de expansión sucede en dos etapas (Ver Figuras 52 y 53).



Figura 52. Ciclo Rankine ideal con recalentamiento (Fuente: Adaptado de ROLLE, 2006).



Figura 53. Diagramas de propiedades del ciclo Rankine ideal con recalentamiento (Fuente: Adaptado de ROLLE, 2006).

En la primera turbina (turbina de alta presión), el vapor se expande adiabáticamente hasta una presión intermedia y regresa a la caldera donde se recalienta a presión constante, por lo general hasta la temperatura de entrada de la turbina de la primera etapa. Después, el vapor se expande adiabáticamente (turbina de baja presión) en la segunda etapa hasta la presión del condensador. De modo que la entrada de calor total, la salida total de trabajo de la turbina y la eficiencia en un ciclo de recalentamiento se obtienen a partir de las **Ec. (148)** a **(150)**.

$$q_{\text{entrada}} = q_{\text{primario}} + q_{\text{recalentamiento}} = (h_3 - h_2) + (h_5 - h_4) \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(148)

$$w_{\text{turbina,salida}} = w_{\text{turbina,I}} + w_{\text{turbina,II}} = \left(h_3 - h_4\right) + \left(h_5 - h_6\right) \quad \left\lfloor \frac{J}{\text{kg}} \right\rfloor$$
(149)

$$\eta_{\text{ter}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_{\text{entrada}}} = 1 - \frac{q_{\text{salida}}}{q_{\text{entrada}}} \quad [1]$$
(150)

Donde $w_{neto} = q_{entrada} - q_{salida} = w_{turbina,I} + w_{turbina,II} - w_{bomba,entrada}$. Él q_{salida} está dado por la ecuación (146). La incorporación de un recalentamiento simple en una central eléctrica moderna, mejora la eficiencia del ciclo en 4 % o 5 %, ya que se incrementa la temperatura promedio a la cual el calor se transfiere al vapor. La temperatura promedio durante el proceso de recalentamiento puede incrementarse aumentado el número de etapas de expansión y recalentamiento. Sin embargo, el uso de más de dos etapas de recalentamiento no es práctico.

Es necesario recordar que el *único propósito* del ciclo de *recalentamiento* es reducir el contenido de humedad del vapor en las etapas finales del proceso de expansión. Si se contara con materiales que soportaran temperaturas suficientemente altas, no habría necesidad del ciclo de recalentamiento.

6.1.4. Ciclo Rankine ideal regenerativo

Un método que puede aumentar la eficiencia del ciclo de vapor sin aumentar la presión y la temperatura del vapor sobrecalentado es el proceso de calentamiento regenerativo, que en esencia consiste en añadir calor al líquido que sale de la bomba (llamado *agua de alimentación*) antes de que entre a la caldera. Con esto se consigue incrementar la temperatura promedio a la

que se añade calor. La *regeneración*, consiste, entonces, en la realización de un calentamiento con un foco de calor interno al sistema en lugar de utilizar un foco de calor externo.

Un proceso de regeneración practico en las centrales eléctricas de vapor se logra con la extracción, "drenado" o "purga" del vapor de la turbina en diversos puntos. Este vapor, que podría producir más trabajo si se expandiera aún más en la turbina, se utiliza en cambio para calentar el agua de alimentación. El dispositivo donde el agua de alimentación se calienta mediante regeneración se llama regenerador o *calentador de agua de alimentación* (CAA).

Los CAA pueden ser abiertos o cerrados. Un *calentador abierto de agua de alimentación* (o de *contacto directo*) es básicamente una *cámara de mezclado* en la que el vapor extraído de la turbina se mezcla con el agua de alimentación que sale de la bomba.

Por su parte, en el *calentador cerrado de agua de alimentación* el calor se transfiere del vapor extraído hacia el agua de alimentación sin que suceda ninguna mezcla. Los dos flujos pueden estar a presiones diferentes puesto que no se mezclan.

La mayor parte de las centrales eléctricas de vapor utilizan una combinación de calentadores abiertos y cerrados. En las **Figuras 54** y **55** se exponen a modo ilustrativo el esquema de un ciclo regenerativo con un calentador de agua de alimentación abierto y su correspondiente diagrama de propiedades.



Figura 54. Ciclo Rankine ideal regenerativo con un calentador abierto de agua de alimentación (Fuente: CENGEL, 2012).



Figura 55. Diagrama de propiedades del ciclo Rankine ideal regenerativo (Fuente: CENGEL, 2012).

En un ciclo Rankine ideal regenerativo como el mostrado en las figuras precedentes, el vapor entra a la turbina a la presión de la caldera (estado 5) y se expande adiabáticamente hasta una presión intermedia (estado 6). Se extrae un poco de vapor en este estado y se envía al CAA, mientras el vapor restante continua su expansión adiabática hasta la presión del condensador (estado 7). Este vapor sale del condensador como líquido saturado a la presión del condensador (estado 1). El agua condensada (*agua de alimentación*), entra después a una bomba adiabática donde se comprime hasta la presión del CAA (estado 2) y se envía al CAA, donde se mezcla con el vapor extraído de la turbina. La fracción del vapor extraído es tal que la mezcla sale del calentador como líquido saturado a la presión del calentador (estado 3). Una segunda bomba eleva la presión del agua hasta la presión de la caldera (estado 4). El ciclo se completa con el calentamiento del agua en la caldera hasta el estado de entrada de la turbina (estado 5).

De acuerdo con la figura 55, el calor y las interacciones de trabajo están definidas por las **Ec. (151)** a (**154**).

$$q_{\text{entrada}} = h_5 - h_4 \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(151)

$$q_{\text{salida}} = (1 - y) \times (h_7 - h_1) \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(152)

$$w_{\text{turbina,salida}} = (h_5 - h_6) + (1 - y) \times (h_6 - h_7) \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(153)

$$w_{\text{bomba,entrada}} = (1 - y) \times w_{\text{bomba I,entrada}} + w_{\text{bomba II,entrada}} \left[\frac{J}{kg} \right]$$
(154)

Donde $y = \dot{m}_6 / \dot{m}_5$ (fracción de vapor extraído), $w_{\text{bomba Lentrada}} = v_1 \times (P_2 - P_1)$,

 $w_{\text{bomba II,entrada}} = v_3 \times (P_4 - P_3)$ La *eficiencia térmica* aumenta como resultado de la regeneración. *Los calentadores abiertos y cerrados de agua de alimentación pueden ser comparados* de la siguiente manera: los abiertos son simples y económicos y tienen buenas características para la transferencia de calor. También llevan el agua de alimentación al estado de saturación. Sin embargo, cada calentador requiere una bomba para manejar el agua de alimentación. Por su parte, los cerrados son más complejos debido a la red de tuberías internas, por lo que resultan

más caros. La transferencia de calor en estos es menos efectiva porque no se permite que los dos flujos entren en contacto directo. No obstante, los calentadores cerrados no requieren una bomba independiente para cada calentador, ya que el vapor extraído y el agua de alimentación pueden estar a presiones diferentes.

6.2. Máquinas térmicas

De la clasificación general de las máquinas térmicas que puede verse en la Figura 45-Sección 6, interesan las máquinas térmicas de combustión interna, en particular los ciclos Otto ideal, Diesel y semi-Diesel ideales. Por lo tanto, son las que se desarrollan en la sección siguiente mientras que las máquinas de combustión externa se dejan como tema de ampliación, aunque algunas de ellas se hayan visto implícitas en los ciclos de vapor; como es el caso de la turbina de vapor.

6.2.1. Motores de combustión interna

Los motores de combustión interna que funcionan según los ciclos de Otto, Diesel y semi-Diesel, corresponden a *ciclos de potencia de gas*, en estos, el fluido de trabajo permanece como gas durante todo el ciclo. En todas las máquinas señaladas, la energía se suministra al quemar el combustible dentro de las fronteras del sistema, es decir, son *máquinas de combustión interna*. Debido a este proceso de combustión la composición del fluido de trabajo cambia durante el curso del ciclo: de aire y combustible a productos de la combustión. Sin embargo, si se considera que en el aire predomina el nitrógeno, el cual difícilmente participa en reacciones químicas en la cámara de combustión, todo el tiempo el *fluido de trabajo* se parece mucho al *aire*.

Aunque las máquinas de combustión interna operan en un ciclo mecánico (el émbolo regresa a su posición de inicio cuando finaliza cada revolución), el fluido de trabajo no se somete a un ciclo termodinámico completo; es lanzado (como gases de escape) fuera de la máquina en algún momento del ciclo en lugar de regresarlo al estado inicial. Trabajar en un *ciclo abierto* es la característica de todas las máquinas de combustión interna (CENGEL, 2012).

Los ciclos de potencia de gases reales son bastante complejos. Para reducir el análisis a un nivel manejable, se utilizan las siguientes aproximaciones, conocidas comúnmente como *suposiciones de aire estándar*: 1-El fluido de trabajo es aire que circula de modo continuo en un circuito cerrado y siempre se comporta como un gas ideal. 2-Todos los procesos que integran el ciclo son internamente reversibles. 3-El proceso de combustión es sustituido por un proceso de adición de calor desde una fuente externa. 4-El proceso de escape es sustituido por un proceso de rechazo de calor que regresa al fluido de trabajo a su estado inicial.

Para simplificar aún más el análisis, con frecuencia se emplea la suposición de que el aire tiene calores específicos constantes cuyos valores se determinan a *temperatura ambiente* (25 °C). Cuando se utiliza esta suposición, las del aire estándar son llamadas *suposiciones de aire estándar frío*. Un ciclo para el cual las suposiciones de aire estándar son aplicables se conoce como un *ciclo de aire estándar*.

6.2.1.1. Ciclo Otto Ideal: ciclo naftero

El ciclo Otto es el ciclo ideal para las *máquinas reciprocantes* (básicamente un dispositivo cilindro-émbolo) de *encendido por chispa*. En la mayoría de estas máquinas el émbolo ejecuta cuatro tiempos completos, por lo que también son llamadas *máquinas de cuatro tiempos*. El *análisis termodinámico* (Ver **Figura 56**) del ciclo Otto de cuatro tiempos considerando las suposiciones de aire estándar arroja resultados similares al comportamiento real. Observe que: el área encerrada por el ciclo en el diagrama de Clapeyron representa el trabajo que entrega la

máquina térmica. De la misma manera, el área encerrada por el ciclo en un diagrama *T-S* representa el calor intercambiado, como se analiza en la Sección 5.6.4.2.



Figura 56. Ciclo termodinámico Otto Ideal (Fuente: Adaptado de GIACOSA, 2000).

En una primera carrera (0-1), se produce la admisión de la mezcla de aire y vapores de nafta al interior del cilindro, teóricamente durante este proceso la presión en el interior del cilindro es constante.

En la segunda carrera (1-2), están cerradas las dos válvulas, la de admisión y la de escape y el pistón al desplazarse produce la compresión de la mezcla según una *transformación adiabática* (isoentrópica).

Terminada la segunda carrera, teóricamente, se produce la ignición del combustible y dado que el proceso es muy rápido, podemos suponerlo instantáneo, es decir que la combustión tiene lugar a volumen constante, aumenta la presión y en la Figura 53, aparece el proceso (2-3). Recordar que el proceso de combustión es sustituido por un proceso de adición de calor Q_H desde una fuente externa.

Durante la tercera carrera (3-4), que también se realiza de manera *adiabática*, se produce la expansión de los gases producto de la combustión. Teóricamente durante esta carrera se abre la

válvula de escape lo que provoca la caída brusca de presión (4-1) y luego, en la cuarta carrera, se produce el escape de los gases desde el interior del cilindro (1-0).

La *eficiencia térmica* (o *rendimiento térmico*) del ciclo Otto ideal supuesto para el aire estándar frío se obtiene mediante la **Ec. (155)**. Si, además, se tiene en consideración las relaciones de gas ideal de los procesos isentrópicos 1-2 y 3-4, y que $v_2 = v_3$ y $v_4 = v_1$, resulta la **Ec. (156)**.

$$\eta_{\text{tér,Otto}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{q_{\text{L}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1 \times (T_4 / T_1 - 1)}{T_2 \times (T_3 / T_2 - 1)} \quad [1]$$
(155)

$$\eta_{\rm tér,Otto} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad [1]$$
(156)

Donde $r = V_{máx}/V_{mín} = V_1/V_2 = v_1/v_2$ [1] y se denomina *relación de compresión*, y k es la relación de calores específicos (o constante adiabática) $k = c_p/c_v$. En la (156) se muestra que, bajo las suposiciones de aire estándar frío, la eficiencia térmica de un ciclo Otto ideal depende de la relación de compresión de la máquina y de la relación de calores específicos del fluido de trabajo. Como se ha dicho, esto también se cumple para las máquinas de combustión interna reales de encendido por chispa.

6.2.1.2. Ciclo Diesel Ideal: ciclo gasolero

El ciclo Diesel es el ciclo ideal para las *máquinas reciprocantes* (básicamente un dispositivo cilindro-émbolo) de *encendido por compresión*. La diferencia principal de este ciclo con el ciclo Otto ideal está en el método de inicio de la combustión. En los motores de encendido por chispa (conocidos también como *motores de gasolina*), la mezcla de aire y combustible se comprime hasta una temperatura inferior a la temperatura de autoencendido de combustible y el proceso de combustión se inicia al encender una bujía. En los motores Diesel, el aire se comprime hasta una temperatura que es superior a la temperatura de autoencendido del combustible, y la

combustión se inicia al contacto, cuando el combustible se inyecta dentro de este aire caliente. Por lo tanto, en los motores Diesel la bujía y el carburador son sustituidos por un inyector de combustible. El ciclo termodinámico se muestra en la **Figura 57**.



Figura 57. Ciclo termodinámico Diesel Ideal (Fuente: Adaptado de GIACOSA, 2000).

En la primera carrera se aspira aire al interior del cilindro (0-1). En la segunda carrera, están cerradas las dos válvulas, el pistón comprime el aire, *proceso isentrópico* (1-2). Al comienzo de la tercera carrera, se inyecta combustible, que en contacto con el aire que está a temperatura elevada se inflama. La combustión dura más tiempo que en el motor de nafta y se puede suponer que se realiza a *presión constante* (2-3). Terminada la inyección y combustión del combustible, en el resto de la tercera carrera se expanden los productos de la combustión, *proceso isentrópico* (3-4). Al final de la tercera carrera, se produce, teóricamente, la apertura de la válvula de escape y cae bruscamente la presión en el interior del cilindro, *proceso isométrico* (4-1) y luego, en la cuarta carrera se produce el barrido de los gases producto de la combustión, (1-0).

La eficiencia térmica (o rendimiento térmico) del ciclo Diesel ideal supuesto para el aire estándar frío se obtiene mediante la Ec. (157). Si, además, se tiene en consideración las

relaciones de gas ideal de los procesos isentrópicos 1-2 y 3-4, la eficiencia térmica se reduce a la **Ec. (158)**.

$$\eta_{\text{tér,Diesel}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{q_{\text{L}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{k \times (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \times (T_4 / T_1 - 1)}{k \times T_2 \times (T_3 / T_2 - 1)} \quad [1]$$
(157)

$$\eta_{\text{tér,Diesel}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \times \left[\frac{r_{\text{c}}^{k} - 1}{k \times (r_{\text{c}} - 1)} \right] \quad [1]$$
(158)

Donde $r_c = V_3/V_2 = v_3/v_2$ [1] y se denomina *relación de corte de admisión o relación de inyección*. Además, *r* es la relación de compresión la misma que se ha definido para el ciclo naftero y *k* la relación de calores específicos.

Si se observa cuidadosamente la ecuación (158), se notará que bajo la suposición de aire estándar frio la eficiencia de un ciclo Diesel difiere de la de un ciclo Otto por la cantidad que esta entre corchetes la cual siempre es mayor que 1. Por lo tanto: $\eta_{tér,Otto} > \eta_{tér,Diesel}$, cuando ambos ciclos operan a la misma relación de compresión.

6.2.1.3. Ciclo semi-Diesel Ideal: ciclo mixto de Sabathé

Se puede afirmar que, en la práctica, los ciclos Otto y Diesel se aproximan mucho en la forma, hasta el punto de poderlos considerar como un caso particular del ciclo mixto, en el cual, parte de la combustión se verifica a volumen constante, y parte, a presión constante. Este ciclo teórico está representado en la **Figura 58** y se conoce con el nombre de *ciclo mixto de Sabathé o ciclo semi-Diesel*.



Figura 58. Ciclo termodinámico semi-Diesel Ideal también denominado ciclo mixto de Sabathé (Fuente: Adaptado de GIACOSA, 2000).

En este ciclo, después del proceso de *compresión isoentrópica* 1-2, sobreviene, como el ciclo Otto, una fase de combustión a *volumen constante* 2-3, durante la cual se introduce la cantidad de calor Q'_1 y luego, como en el ciclo Diesel, una fase de 3-4 de combustión a *presión constante*, en cuyo decurso se introduce la cantidad de calor Q'_1 . Siguen después dos procesos sucesivos, a saber: una, de *expansión adiabática* 4-5, y otra, de sustracción (de la cantidad de calor Q_2), a *volumen constante* 5-1.

La *eficiencia térmica* (o *rendimiento térmico*) del ciclo semi-Diesel ideal supuesto para el aire estándar frío se obtiene mediante la **Ec. (159)**. Si, además, se tiene en consideración las relaciones de gas ideal de los procesos involucrados la eficiencia térmica se reduce a la **Ec. (160)**.

$$\eta_{\text{tér,Sabath\acute{e}}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{q_{\text{L}}}{q_{\text{H}}} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + k \times (T_4 - T_3)} = 1 - \frac{T_1 \times (T_5 / T_1 - 1)}{T_2 \times \left[\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) + k \frac{T_3}{T_2} \times \left(\frac{T_4}{T_3} - 1\right) \right]}$$
(159)

$$\eta_{\text{tér,Sabathé}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \times \left[\frac{r_{c} \times r_{c}^{k} - 1}{(r_{c} - 1) + k \times r_{c} \times (r_{c} - 1)} \right]$$
 [1] (160)
Donde $r_c = P_3/P_2$ [1] y se denomina *relación de presiones*, las demás variables ya han sido definidas. A igualdad de relación de compresión el rendimiento del ciclo mixto resulta intermedio entre el Otto y el Diesel. Si se aumenta el calor suministrado a volumen constante, es decir, entre los estados 2-3, y se reduce el suministrado a presión constante entre los estados 3-4, el rendimiento térmico se aproxima al del ciclo Otto. Si, por el contrario, se reduce el calor suministrado a volumen constante y se aumenta el correspondiente suministrado a presión constante, el rendimiento térmico se aproxima al del ciclo Diesel.

7. TERMODINÁMICA APLICADA A COMPRESORES DE GASES

7.1. Compresor ideal

Un *compresor* de gas es un equipo cuya finalidad es suministrar un gas (generalmente aire) a una presión mayor que aquella a que se lo dispone. En consecuencia, a un compresor el gas penetra en un estado y sale de el en otro estado diferente. Es decir, que en el compresor el gas experimenta una *transformación termodinámica abierta* y nunca un ciclo (GARCÍA, 1987). Para efectuar tal transformación del estado del gas se puede recurrir a equipos mecánicamente muy diferentes, limitaremos nuestro estudio al caso de los compresores alternativos a émbolo. En primer lugar, se presenta el ciclo mecánico que describe un *compresor ideal* a émbolo el cual está representado en la **Figura 59**, se ha supuesto vertical, pero también puede ser horizontal.



Figura 59. Compresor ideal a émbolo: esquema del cilindro (izquierda), diagrama indicador ciclo mecánico (derecha) (Fuente: Adaptado de GARCÍA, 1987).

Si se analiza el ciclo mecánico de la figura anterior se advierte que el compresor ideal se compone de dos carreras del émbolo, a saber: a) Una primera carrera en que se produce la admisión del gas al interior del cilindro sin modificar su estado, en el diagrama indicador está representada de 1 a 2. b) Una segunda carrera que se compone de dos partes: primero compresión del gas hasta la presión requerida (P_2) representada en el diagrama indicador de 2 a 3 y luego barrido del gas comprimido fuera del cilindro representado de 3 a 4.

Si ahora, se centra la atención en los cambios de estado que sufre el gas cuando evoluciona en el cilindro del compresor ideal y se los representa en un *diagrama de Clapeyron* como se observa en la **Figura 60**, se advierte que, en efecto, durante la carrera de admisión el estado del gas no se modifica, la variación de volumen total es solo debida al incremento de masa, luego en el diagrama de propiedades tendremos un único punto que corresponde a todos los puntos de 1 a 2 ($1 \equiv 2$) del diagrama indicador.

Sin embargo, durante la compresión 2-3 el estado del gas se modifica y por lo tanto aparece en el *diagrama de estado* la curva 2-3. El proceso de barrido 3-4 del diagrama indicador, puede tratarse como la admisión 1-2, en consecuencia, nuevamente, el volumen total varia por modificación de la masa de gas contenida en el cilindro sin cambio en el volumen específico. Es decir 3 = 4.



Figura 60. Diagrama de Clapeyron para la evolución de un gas en un compresor ideal a émbolo (Fuente: Adaptado de GARCÍA, 1987).

En el apartado siguiente se hace foco en el análisis del trabajo que requiere un compresor, los aspectos inherentes y, el análisis desde el punto de vista de sistemas termodinámicos.

7.2. Trabajo que requiere el compresor

El compresor a émbolo constituye un sistema abierto a flujo no permanente durante la carrera de admisión: entra el gas al cilindro y no sale de él. Del mismo modo, constituye un sistema cerrado durante el proceso de compresión: no entra ni sale masa del cilindro. Y, durante el barrido vuelve a ser un sistema abierto a flujo no permanente ya que sale gas y no entra. Pero, dado que todo el gas que ingresa durante la admisión, sale del cilindro durante el barrido, podemos asimilar al *compresor* a un *sistema abierto de flujo estacionario* (GARCÍA, 1987). Y, si despreciamos las variaciones de energía cinética y potencial, el trabajo (como se ve en la Sección 2.2.3.3) a entregar al compresor por unidad de masa de gas que circula está dado por

la Ec. (161), y está representado en el diagrama de Clapeyron por el área lateral desde la curva representativa de la transformación hasta el eje de las ordenadas (Ver **Figura 61**).



Figura 61. Área representativa del trabajo de circulación w_c a entregar a un compresor (Fuente: Adaptado de GARCÍA, 1987).

Del *trabajo* que requiere un compresor, interesa que sea el *mínimo posible*. Una forma de hacerlo es aproximarlo tanto como sea posible a un proceso internamente reversible, minimizando irreversibilidades como la fricción, la turbulencia y la compresión sin cuasi equilibrio. Una segunda (y más práctica) manera de reducir el trabajo del compresor es mantener el volumen específico del gas tan pequeño como sea posible durante el proceso de compresión, lo cual se hace manteniendo la temperatura del gas tan baja como sea posible durante la compresión, ya que el volumen específico de un gas es proporcional a la temperatura. Por consiguiente, reducir el trabajo de entrada en un compresor requiere que el gas se enfríe cuando se comprime.

Para una mejor interpretación del *efecto de enfriamiento* durante el proceso de compresión, se compara el trabajo requerido para tres tipos de procesos: uno *isentrópico* (no implica enfriamiento), otro *politrópico* (incluye un poco de enfriamiento) y uno más *isotérmico* (incluye máximo enfriamiento). Estos tres procesos, usualmente denominados *curvas de compresión*, los podemos representar en un diagrama *P-v* como el de la **Figura 62**.



Figura 62. Curvas de compresión isentrópicos, politrópicos e isotérmicos irreversibles entre los mismos límites de presión (Fuente: CENGEL, 2012).

En este diagrama es interesante observar que, de los tres casos, considerados internamente reversibles, la compresión adiabática ($P \times v^k = CTE$) requiere el trabajo máximo, mientras que la compresión isotérmica (T = CTE o $P \times v = CTE$) requiere el mínimo. El trabajo de entrada requerido para el caso politrópico ($P \times v^n = CTE$) está entre estos dos y disminuye cuando el exponente politrópico *n* disminuye, lo que aumenta el rechazo de calor durante el proceso de compresión. Si se remueve suficiente calor, el valor de *n* se aproxima a la unidad y el proceso se vuelve isotérmico. Una manera común de enfriar el gas durante la compresión es usar *camisas de agua* alrededor de las carcasas de los compresores. Finalmente, bajo las consideraciones ya mencionadas, esto es: el gas que se comprime se comporta como un gas ideal con calores específicos constantes, los procesos que experimenta son internamente reversibles y entre los mismos niveles de presión, se observa que el trabajo que requiere el compresor se determina al realizar la integración expresada en la ecuación (161) para cada caso, con los siguientes resultados: **Ec. (162)** a **(164)**.

Isentrópico ($P \times v^k = CTE$)

$$w_{\text{comp,entrada}} = \frac{k \times P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{k \times P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k - 1}{k}}\right] \text{ o bien:}$$

$$w_{\text{comp,entrada}} = \frac{k \times P_1 \times v_1}{k - 1} \times \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k - 1}\right] \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(162)

Politrópico ($P \times v^n = CTE$)

$$w_{\text{comp,entrada}} = \frac{n \times P_1 \times v_1}{n-1} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{n \times P_1 \times v_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] \text{ o bien:}$$

$$w_{\text{comp,entrada}} = \frac{n \times P_1 \times v_1}{n-1} \times \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(163)

Isotérmico ($P \times v = CTE$)

$$w_{\text{comp,entrada}} = R \times T \times \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = R \times T \times \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = R \times T \times \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \left[\frac{J}{\text{kg}}\right]$$
(164)

Advierta que estas expresiones para el trabajo son las que se obtienen en la Sección 3.3 para las transformaciones de los gases perfectos o ideales correspondientes.

7.3. Compresión en dos en etapas

Del análisis anterior, queda claro que es deseable enfriar un gas cuando está comprimiéndose porque esto reduce el trabajo de entrada requerido al compresor. Sin embargo, a menudo no es posible tener el enfriamiento adecuado a través de la carcasa del compresor y es necesario usar otras técnicas para lograr un enfriamiento eficaz. Una técnica es la *compresión en etapas* *múltiples con inter enfriamiento*, en la que el gas se comprime en etapas y se enfría entre cada una de estas pasándolo a través de un intercambiador de calor llamado *inter enfriador*.

Idealmente, el proceso de enfriamiento tiene lugar a presión constante y el gas se enfría a la temperatura inicial T_1 en cada inter enfriador. La compresión en etapas múltiples es especialmente atractiva cuando un gas debe ser comprimido a muy altas presiones.

En la **Figura 63** se ilustra gráficamente el efecto que causa el inter enfriamiento sobre el trabajo de un compresor de dos etapas. El gas está comprimido en la primera etapa desde P_1 hasta una presión intermedia P_x , enfriado a presión constante a la temperatura inicial T_1 y comprimido en la segunda etapa a la presión final P_2 . En general, los *procesos reales* de compresión pueden modelarse como *politrópicos* ($P \times v^n = CTE$) donde el valor de *n* varía entre *k* y 1. Con fines comparativos se muestran las trayectorias del proceso isotérmico y también del proceso politrópico para una sola etapa.



Figura 63. Diagramas de propiedades de un proceso de compresión en dos etapas (Fuente: CENGEL, 2012).

El tamaño del área sombreada (trabajo de entrada ahorrado) varia con el valor de la presión intermedia P_x , y para la práctica es de interés determinar las condiciones bajo las cuales esta área se maximiza. El trabajo total de entrada para un compresor de dos etapas es la suma del trabajo de entrada en cada etapa de compresión, es decir, de la (163) obtenemos la Ec. (165).

$$w_{\text{comp,entrada}} = w_{\text{comp I,entrada}} + w_{\text{comp II,entrada}}$$
$$w_{\text{comp,entrada}} = \frac{n \times R \times T_1}{n-1} \times \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{n \times R \times T_1}{n-1} \times \left[\left(\frac{P_2}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \left[\frac{J}{\text{kg}} \right]$$
(165)

La única variable en esta ecuación es P_x , cuyo valor que minimiza el trabajo total se determina al derivar esta expresión respecto a P_x e igualar la expresión resultante a cero. Con lo que se obtiene la **Ec. (166)**.

$$P_x = \sqrt{P_1 \times P_2}$$
 obien: $P_x = P_1 \times \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$ [Pa] (166)

La (166) se puede expresar de la siguiente manera: $P_x/P_1 = P_2/P_x$, donde cada miembro se denomina *relación de presión*. De esta expresión se concluye que: *para para minimizar el trabajo del compresor durante la compresión de dos etapas, la relación de presión para cada etapa del compresor debe ser la misma*. Cuando se satisface esta condición, el trabajo de compresión en cada etapa se vuelve idéntico, es decir, $w_{comp I,entrada} = w_{comp II,entrada}$. Por último, en términos geométricos, la presión intermedia P_x más conveniente es la media geométrica entre las presiones extremas P_1 y P_2 .

7.4. Compresión en tres etapas

Ahora se considera el caso de tres etapas con dos enfriamientos intermedios. En este caso debemos obtener dos presiones intermedias. El diagrama de estado o diagrama de propiedades correspondiente es el de la **Figura 64**. Con las mismas hipótesis que para el caso de dos etapas,

es decir, en cada enfriamiento el gas vuelve a la temperatura inicial T_1 y las politrópicas son todas de igual exponente.



Figura 64. Diagrama de propiedades de un proceso de compresión en tres etapas (Fuente: Adaptado de GARCÍA, 1987).

También en este caso las presiones intermedias más convenientes serán las que hagan iguales los trabajos requeridos en cada etapa. Sus valores los obtendremos cumpliendo con el procedimiento analítico descrito para el caso de dos etapas resultando la **Ec. (167)**.

a)
$$P_{x1} = P_1 \times \sqrt[3]{\frac{P_2}{P_1}}$$
 [Pa]
b) $P_{x2} = P_{x1} \times \sqrt[3]{\frac{P_2}{P_1}}$ [Pa]
(167)

Teniendo presente las expresiones (167) y (168) se pueden escribir expresiones generales para cualquier número de etapas. Si denominamos i al número de etapas las presiones intermedias se calculan mediante la **Ec. (168)**.

a)
$$P_{x1} = P_1 \times \sqrt[i]{\frac{P_2}{P_1}}$$
 [Pa]
b) $P_{x2} = P_{x1} \times \sqrt[j]{\frac{P_2}{P_1}}$ [Pa]
c) $P_{xi-1} = P_{xi-2} \times \sqrt[i]{\frac{P_2}{P_1}}$ [Pa]
(168)

Cuanto mayor sea el número de etapas más es la aproximación a una compresión isotérmica que corresponde a un número infinito de etapas. El *número* real de *etapas* a adoptar para un caso particular es un problema *técnico económico*. Una etapa adicional de compresión implica una disminución del consumo de energía para el equipo y un mayor costo de inversión pues la construcción del equipo se torna complejo. El número de etapas óptimo es el que minimice los costos totales de operación.

7.5. Compresor real: algunas consideraciones

En los compresores reales existe un volumen del cilindro que no es barrido por el pistón, a este volumen se lo denomina *espacio nocivo*. Dicho espacio existe por la necesidad de dejar un huelgo entre la cabeza del pistón y la tapa del cilindro a fin de permitir el movimiento de las válvulas, además, por las dilataciones y las tolerancias en la fabricación de las partes del equipo.

La existencia del espacio nocivo motiva una reducción de la capacidad de aspiración de gas por parte del aparato. Se define entonces lo que se denomina *rendimiento volumétrico* del compresor, que es la relación expresada en la **Ec. (169)**.

$$\eta_{v} = 1 - \epsilon_{0} \left[\left(\frac{P_{2}}{P_{1}} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \quad [1]$$

$$(169)$$

Donde η_v es el rendimiento volumétrico. \in_0 es la relación de espacio nocivo, resulta ser una cantidad adimensional. P_1 y P_2 son, respectivamente, la presión inicial (presión de aspiración o

presión de admisión) y la presión final (presión a alcanzar) en la compresión y *n* es el coeficiente politrópico.

7.6. Dimensionamiento del cilindro

Se trata de determinar el diámetro D del cilindro y la carrera del émbolo l para un compresor. Para ello se parte del conocimiento de los siguientes datos: \dot{m} : masa de gas a comprimir por hora (kg/h). P_1 : presión de admisión. T_1 : temperatura de admisión. P_2 : presión final a alcanzar y, *rpm*: número de vueltas o sea de ciclos mecánicos. Luego de operaciones algebraicas se llega a la expresión para el cálculo del diámetro del cilindro, **Ec. (170)**.

a)
$$D = \sqrt[3]{\frac{\dot{m} \times v_1}{15 \times rpm \times \eta_v \times \pi \times \beta}} \quad [m]$$

donde:
b)
$$\beta = \frac{l}{D} \quad [1] \quad y \quad 1, 2 \le \beta \le 1, 3$$
 (170)

Donde v_1 es el volumen específico del gas a la presión P_1 y T_1 . El valor de $\beta = 1$ nos da el cilindro que requiere menos material, pero en este caso tendríamos la mínima superficie lateral. Esta superficie debe aumentarse para facilitar la refrigeración del cilindro y en consecuencia la aproximación a la isotérmica por lo cual se acostumbra a adoptar los valores indicados arriba.

8. AIRE HÚMEDO

La *Higrometría* tiene por objeto determinar la cantidad de vapor de agua que existe en el aire atmosférico. Su estudio es de importancia para resolver problemas de refrigeración y acondicionamiento de aire, como así también en los procesos industriales de regulación de la humedad es decir en el *humedecimiento* o en el *secado* (FACORRO, 2011).

A temperaturas por debajo de la temperatura crítica, a la fase gaseosa de una sustancia se le denomina frecuentemente como *vapor*. El término *vapor* implica un estado gaseoso que se encuentra cerca de la región de saturación de la sustancia, lo cual incrementa la posibilidad de condensación durante el proceso. Cuando se enfrenta una mezcla de *gas-vapor*, el vapor puede condensarse saliendo de la mezcla gas-vapor durante el proceso, lo que produce una mezcla de dos fases (líquida y gaseosa).

En consecuencia, una mezcla de gas-vapor requiere un tratamiento distinto al de una mezcla de gases ordinaria. En ingeniería se estudian varias mezclas de gas-vapor. En este apartado se aborda la *mezcla aire-vapor de agua*, que es la mezcla de gas vapor más común en la práctica.

8.1. Definiciones inherentes en el análisis mezcla aire-vapor de agua

1-Aire atmosférico y aire seco: El aire es una mezcla de nitrógeno, oxígeno y pequeñas cantidades de otros gases. Normalmente el aire en la atmósfera contiene cierta cantidad de vapor de agua (o *humedad*) y se conoce como *aire atmosférico*. En contraste, el aire que no contiene vapor de agua se denomina *aire seco*. Es conveniente tratar al aire como una mezcla de vapor de agua y aire seco, porque la composición del aire seco permanece relativamente constante pero la cantidad de vapor de agua varía por la condensación y evaporación de los océanos, lagos, ríos, e incluso del agua del cuerpo humano.

En el rango de temperaturas $-10^{\circ}C \le t \le 50^{\circ}C$ (rango usual en aplicaciones de *acondicionamiento de aire*), *el aire seco puede tratarse como un gas ideal*, y justamente, por

debajo de los 50 °C la presión de saturación del agua es de 12,3 kPa, a presiones por debajo de este valor, el *vapor de agua también puede tratarse como un gas ideal* con un error insignificante (menor a 0,2 %). Considerando esto (recordar la expresión de la entalpía para gases ideales analizadas en la Sección 3.1.6) el *cálculo de entalpía* tanto del aire seco como del vapor de agua se determinan, respectivamente, con las **Ec. (171)** y (**172**).

$$\Delta h_{\text{aire seco}} = \Delta h_{\text{a}} = c_p \times \Delta T = \left(1,005 \,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}\right) \times \Delta T \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$$
(171)

$$h_{v}(T, \text{bajo } P) \cong h_{g}(T) \implies h_{g}(T) = 2500, 9 + 1, 82 \times T \quad \left\lfloor \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right\rfloor$$
 (172)

En las anteriores $\Delta h_{\text{aire seco}}$ es el cambio de entalpía del aire seco, c_p es el calor especifico del aire seco a presión constante; el cual puede considerarse constante en el rango de temperaturas mencionado, T es la temperatura del aire en °C, ΔT es el cambio en la temperatura. También, h_v es la entalpía del vapor de agua a 0 °C y vale 2500,9kJ/kg, 1,82kJ/kg representa el c_p promedio del vapor de agua en el intervalo $-10^{\circ}C \le t \le 50^{\circ}C$ y h_v es la entalpía del vapor saturado a la misma temperatura.

Por lo expuesto, el *aire atmosférico se trata como una mezcla de gases ideales*, cuya presión P es la suma de la presión parcial del aire seco³ P_a y la presión parcial del vapor de agua P_v , por lo tanto se verifica que: $P = P_a + P_v$ [Pa]. A la presión parcial del vapor de agua se le conoce como *presión de vapor* y es la presión que el vapor de agua ejercería si existiera solo a la temperatura y volumen del aire atmosférico.

³ En esta sección, el subíndice "a" denota el aire seco y el subíndice "v" significa vapor de agua.

2-Humedad absoluta o específica del aire: la cantidad de vapor de agua en el aire puede determinarse de varias maneras. Es probable que la más lógica sea precisar directamente la masa de vapor de agua m_v presente en una unidad de masa de aire seco m_a . Conocida también como *relación de humedad*, está dada por las **Ec. (173)** a (**175**).

$$\omega = \frac{m_{\rm v}}{m_{\rm a}} \left(\frac{\text{kg vapor de agua}}{\text{kg de aire seco}}\right) [1]$$
(173)

$$\omega = \frac{m_{\rm v}}{m_{\rm a}} = \frac{P_{\rm v} \times V/R_{\rm v} \times T}{P_{\rm a} \times V/R_{\rm a} \times T} = 0,622 \times \frac{P_{\rm v}}{P_{\rm a}} \quad [1]$$
(174)

$$\omega = \frac{0,622 \times P_{v}}{P - P_{v}} \quad \left(\frac{\text{kg vapor de agua}}{\text{kg de aire seco}}\right) \quad [1]$$
(175)

Donde *P* es la presión total, las demás variables se mencionan en el párrafo inmediatamente anterior.

3-Aire saturado: es el aire que contiene la máxima cantidad posible de humedad (vapor de agua). Cualquier humedad agregada a un aire saturado se condensará. La cantidad de vapor de agua en el aire saturado a una temperatura y presión especificadas puede determinarse a partir de la (161) si se sustituye P_v por P_g , esta última representa la presión de saturación del agua a esa temperatura. La Figura 65 muestra la correspondencia entre P_v y aire saturado.



Figura 65. Valor de la presión de vapor de agua según contenido de humedad del aire seco (Fuente: CENGEL, 2012).

4-Humedad relativa: la cantidad de humedad en el aire tiene un efecto definitivo en las condiciones de comodidad que ofrece un ambiente. Sin embargo, el nivel de comodidad depende más de la cantidad de humedad que el aire contiene m_v respecto a la cantidad máxima de humedad que el aire puede contener a la misma temperatura (m_g) . La relación entre estas dos cantidades (**Ec. 176**) se conoce como humedad relativa ϕ .

$$\phi = \frac{m_{\rm v}}{m_{\rm g}} = \frac{P_{\rm v} \times V/R_{\rm v} \times T}{P_{\rm g} \times V/R_{\rm v} \times T} = \frac{P_{\rm v}}{P_{\rm g}} \quad [1] \quad donde \quad (\text{aire seco}) \ 0 \le \phi \le 1 (\text{aire saturado}) \tag{176}$$

Donde $P_{\rm g} = P_{\rm sat a T}$. Si se combinan las ecuaciones (175) y (176) también se puede expresar la humedad relativa como lo indica la **Ec. (177)**.

$$\phi = \frac{\omega \times P}{(0,622+\omega) \times P_{g}} \quad y \quad \omega = \frac{0,622 \times \phi \times P_{g}}{P - \phi \times P_{g}} \quad [1]$$
(177)

Advierta que la cantidad de humedad que el aire puede contener depende de su temperatura. Por lo tanto, la humedad relativa del aire cambia con lo temperatura, aunque su humedad especifica permanezca constante.

5-Entalpía del aire atmosférico (o aire húmedo): en el ítem 1 se ve la entalpía del aire seco, se expresa aquí, la entalpía total del aire húmedo (*aire seco más humedad*) (Ver Ec. 178).

$$H = H_{a} + H_{v} = m_{a} \times h_{a} + m_{v} \times h_{v} \quad [kJ]$$
(178)

En la mayor parte de las aplicaciones prácticas, la cantidad de aire seco en la mezcla de aire vapor de agua permanece constante, pero la cantidad de vapor de agua cambia. En consecuencia, la entalpía del aire atmosférico se expresa por unidad de masa del aire seco, y no por unidad de masa de la mezcla de aire-vapor de agua. Al dividir la (178) por m_a se obtiene la **Ec. (179)**.

$$h = h_{a} + \omega \times h_{v}$$
 o bien: $h = h_{a} + \omega \times h_{g}$ $\left[\frac{kJ}{kg \text{ aire seco}}\right]$ (179)

6-**Temperatura de bulbo seco** T_{bs} : se denomina así a la temperatura ordinaria del aire atmosférico, en otras palabras, es aquella que se registra en las condiciones atmosféricas normales. Se la designa así para diferenciarla de otras formas de temperatura que deben estudiarse.

7-**Temperatura de punto de rocío** T_{pr} : se define como *la temperatura a la que se inicia la condensación si el aire se enfría a presión constante*. Esto se puede ver en la **Figura 66**, en la cual el estado 2 se denomina *punto de rocío*.



Figura 66. Enfriamiento a presión constante del aire húmedo (y, por lo tanto, a humedad constante). Y temperatura de punto de rocío en el diagrama *T-s* del agua (Fuente: CENGEL, 2012).

Con referencia al grafico anterior, cuando el aire se enfría a presión constante, la presión de vapor P_v permanece constante. Por lo tanto, el vapor en el aire (estado 1) experimenta un proceso de enfriamiento a presión constante que alcanza la línea de vapor saturado (estado 2). La temperatura en este punto es T_{pr} y si la temperatura desciende un poco más, algo de vapor se condensa. En consecuencia, la cantidad de vapor en el aire disminuye, lo que produce una disminución de P_v . El aire permanece saturado durante el proceso de condensación y, por ello, sigue una trayectoria de humedad relativa de 100 % (la línea de vapor saturado). La temperatura

ordinaria (temperatura de bulbo seco) y la temperatura de punto de rocío del aire saturado son idénticas en este caso.

8-**Temperatura de saturación adiabática**: la humedad relativa y la humedad absoluta se emplean con frecuencia en Ingeniería y en las Ciencias de la Atmósfera, y es deseable relacionarlas para medir fácilmente cantidades como la temperatura y la presión. Por lo tanto, una manera de determinar la humedad absoluta o relativa se relaciona con un *proceso de saturación adiabática* como el que se muestra en la **Figura 67**.



Figura 67. Esquema del proceso de saturación adiabática (izquierda) y su representación en un diagrama *T-s* del agua (Fuente: Adaptado de CENGEL, 2012).

El sistema se compone de un canal largo aislado que contiene una pila de agua. Por el canal se hace pasar un flujo estacionario de aire no saturado que tiene una humedad específica de ω_1 (desconocida) y una temperatura T_1 . Cuando el aire fluye sobre el agua, un poco de esta se evapora y se mezcla con el flujo de aire. El contenido de humedad del aire aumenta durante este proceso y su temperatura desciende, puesto que parte del calor latente de vaporización del agua que se evapora provendrá del aire. Si el canal tiene un largo suficiente, el flujo de aire saldrá como aire saturado ($\phi = 100\%$) a la temperatura T_2 , que se llama *temperatura de saturación adiabática*.

Si se suministra agua de reposición al canal a la razón de evaporación y la temperatura T_2 , el *proceso de saturación adiabática* recién descrito puede analizarse como un *proceso de flujo estacionario* (con $\dot{W} = 0$, $\dot{Q} = 0$, $\Delta ec \cong 0$ y $\Delta ep \cong 0$). De modo que, aplicando los principios de conservación de la masa y de la energía, y operando, se obtienen las **Ec. (180)** y (**181**).

$$\omega_{1} = \frac{c_{p} \times (T_{2} - T_{1}) + \omega_{2} \times h_{fg_{2}}}{h_{g_{1}} - h_{f_{2}}} \quad [1]$$
(180)

$$\omega_2 = \frac{0.622 \times P_{g_2}}{P_2 - P_{g_2}} \quad [1]$$
(181)

Donde la (181) se obtiene de la Ec. (177) considerando que $\phi_2 = 100 \%$. Además: ω_1, ω_2 representan respectivamente, la humedad específica a la entrada y salida del saturador adiabático. c_p es el calor específico a presión constante para el aire seco (o simplemente aire). T_1 es la temperatura del aire o temperatura de bulbo seco (ver ítem 6). T_2 es la temperatura de saturación adiabática, que se puede reemplazar por la temperatura de bulbo húmedo (ver ítem 9) si la mezcla aire-vapor de agua está a la presión atmosférica⁴. h_{fg_2} es la entalpía de vaporización que corresponde a T_1 . h_{g_1} es la entalpía del vapor saturado que corresponde a T_2 . h_{f_2} es la entalpía de líquido saturado que corresponde a T_1 . P_{g_2} es la presión de saturación que corresponde a T_1 . P_2 es la presión total o presión del aire atmosférico.

De este modo se concluye que la humedad específica (y la humedad relativa) del aire pueden deducirse de las ecuaciones (180) y (181) si se mide la presión y la temperatura del aire a la entrada y a la salida de un saturador adiabático.

⁴ En general, la temperatura de saturación adiabática y la temperatura de bulbo húmedo no son iguales.

9-**Temperatura de bulbo húmedo** T_{bh} : el proceso de saturación adiabática analizado en el ítem anterior proporciona un medio para determinar la humedad absoluta o relativa del aire, pero es necesario un canal largo o un mecanismo de rociado para alcanzar condiciones de saturación a la salida. Un planteamiento más práctico consiste en emplear un termómetro cuyo bulbo este cubierto con una mecha de algodón saturada con agua, y soplar sobre ella, tal como se muestra en la **Figura 68**. La temperatura medida de esta manera se denomina *temperatura de bulbo húmedo T*_{bh} y se emplea comúnmente en aplicaciones de acondicionamiento de aire.



Figura 68. Un arreglo simple para medir la temperatura de bulbo húmedo (Fuente: CENGEL, 2012).

Advierta que, según lo analizado en el ítem 8, la *temperatura de bulbo húmedo se mide en una atmosfera de aire saturado* y, en el caso ideal, se mide en una condición saturada. En general, la T_{bh} está entre la temperatura del aire en condiciones normales y la temperatura del punto de rocío como se observa en la Figura 67.

10-**Psicrómetro giratorio** o **de honda**: también, las temperaturas de bulbo seco y húmedo se pueden medir con un psicrómetro como el de las **Figuras 69** y **70**.



Figura 69. Esquema de las características generales de un psicrómetro de honda (Fuente: ROLLE, 2006).



Figura 70. Psicrómetro giratorio o de honda (Fuente: ROLLE, 2006).

El flujo de aire induce ya sea moviendo el psicrómetro en el aire (entonces se llama psicrómetro de honda, se llama así porque se hace girar con la mano), o bien, con un ventilador para forzar el flujo de aire a través de un psicrómetro estacionario. Sin embargo, como se ha dicho, medida con cualquiera de estos dos métodos, la temperatura de bulbo húmedo no es exactamente la que se alcanzaría con un proceso de saturación adiabática.

11-**Tablas psicrométricas**: los valores de T_{bh} y T_{bs} obtenidos con el psicrómetro giratorio y, los datos de las tablas de vapor, pueden reemplazarse en las ecuaciones (180) y (181) para calcular la humedad relativa del aire. Sin embargo, y en general para uso industrial, suelen confeccionarse *tablas psicrométricas* que simplifican la tediosa tarea de aplicar formulas. Una posible configuración es la que se ilustra en la **Figura 71**. Una tabla de doble entrada que lista la temperatura de bulbo seco T_{bs} en la primera columna y la diferencia psicrométrica $(T_{bs} - T_{bh})$ La intersección representa la humedad relativa.

Temperatura																				
(°C) del				1	Difere	ncia (°C) er	itre la	s tem	peratu	iras de	el tern	ıómet	ro sec	o v h	úmed	0			
termometro					_	Л														
seco						$\mathbf{\mathbf{v}}$										1				
	0,0°	0,5°	1,0°	1,5°	2,0°	2,5°	3,0°	3,5°	4,0°	4,5°	5,0°	5,5°	6,0°	6,5°	7,0°	7,5°	8,0°	8,5°	9,0°	9,5°
0	100	90	80	72	64	55	48	42	35	30	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
1	100	90	80	73	64	55	48	42	35	30	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
2	100	90	81	73	64	55	48	42	35	30	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
3	100	91	83	74	65	57	48	43	35	30	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
4	100	91	83	75	66	59	50	45	35	30	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
5	100	92	84	76	68	60	52	48	38	31	24	19	15	10	5	-	-	-	-	-
6	100	92	85	77	70	62	55	50	41	34	27	20	15	10	5	-	-	-	-	-
7	100	92	85	77	71	63	57	52	44	37	30	24	18	12	5	-	-	-	-	-
8	100	93	86	79	72	65	58	53	46	40	33	27	21	15	9	3	-	-	-	-
9	100	93	86	79	73	66	60	54	48	42	35	30	24	18	13	7	3	-	-	-
10	100	93	87	80	74	68	62	56	50	44	38	33	27	21	16	10	5	-	-	-
11	100	93	87	82	75	69	62	57	52	46	40	35	30	24	19	13	8	4	-	-
12	100	93	87	82	76	70	63	58	53	48	42	37	32	27	22	17	12	7	-	-
13	100	93	88	82	77	71	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	6	-
14	100	94	88	83	77	72	66	61	56	52	47	42	37	32	27	23	18	13	9	6
15	100	94	89	83	78	73	67	62	57	53	49	44	39	34	30	25	21	17	12	8

Figura 71. Ejemplo de tabla psicrométrica para la obtención de la humedad relativa del aire (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Pese a que aun suele verse el uso de este tipo de psicrómetro, los avances en la electrónica han hecho posible medir la humedad de una manera más rápida y confiable. Los *dispositivos*

electrónicos de medición de humedad actuales basados en el cambio de capacitancia de una delgada película polimérica, a medida que absorben vapor de agua, son capaces de identificar y mostrar digitalmente la humedad relativa con 1 % de precisión en cuestión de segundos.

8.2. Carta psicrométrica

Hasta aquí, se han expuesto los diversos estados (humedad específica, humedad relativa, presión de vapor, temperatura de bulbo seco y bulbo húmedo, temperatura de punto de rocío y entalpía) de la mezcla aire-vapor de agua. En este sentido, el estado del aire atmosférico a una presión especificada se establece por completo mediante dos propiedades intensivas independientes. El resto de las propiedades se calcula fácilmente a partir de las relaciones anteriores. Para ello, un método rápido y práctico, consiste en la confección de graficas denominadas cartas psicrométricas, las que se utilizan en aplicaciones de acondicionamiento de aire.

Una carta psicrométrica para una presión de 1 atm (101,325 kPa) se presenta en el Anexo 29-Sección 10.5. Las cartas psicrométricas a otras presiones (para emplearse en elevaciones bastante más altas que el nivel del mar) también están disponibles en otras fuentes de información.

Las características más importantes de la carta psicrométrica se presentan en la **Figura 72**. Las temperaturas de bulbo seco se muestran sobre el eje horizontal y la humedad específica sobre el eje vertical (algunas cartas también muestran la presión de vapor sobre el eje vertical ya que para una presión fija P existe una correspondencia de uno a uno entre la humedad específica ω y la presión de vapor P_v , como se observa en la ecuación 175). En el extremo izquierdo de la carta se observa una curva (llamada *línea de saturación*) en lugar de una línea recta. Todos los estados de aire saturado se localizan en esta curva. Por lo tanto, es también la curva de un 100 % de humedad relativa. Otras curvas de humedad relativa constante tienen la misma forma general.



Figura 72. Esquema de una carta psicrométrica (Fuente: CENGEL, 2012).

Las líneas de temperatura de bulbo húmedo constante tienen una apariencia descendente hacia la derecha. Las líneas de volumen especifico constante (en m^3/kg de aire seco) parecen similares, salvo que son más inclinadas. Las líneas de entalpía constante (en J/kg de aire seco) están casi paralelas a las líneas de temperatura de bulbo húmedo constante. Por consiguiente, las líneas de temperatura de bulbo húmedo constante en algunas cartas se emplean como líneas de entalpía constante.

Para aire saturado, las temperaturas de bulbo seco, de bulbo húmedo y de punto de rocío son idénticas, en símbolos: $T_{\rm bh} \equiv T_{\rm ps} \equiv T_{\rm pr}$. Por ende, la temperatura de punto de rocío del aire atmosférico en cualquier punto sobre la gráfica se determina al dibujar una línea horizontal (una línea de ω = constante o $P_{\rm v}$ = constante) desde el punto hasta la curva saturada. El valor de la temperatura en el punto de intersección es la temperatura de punto de rocío.

La carta psicrométrica también es una valiosa ayuda en la visualización de los procesos de acondicionamiento de aire. Un proceso de calentamiento o enfriamiento ordinario, por ejemplo, aparecerá como una línea horizontal en esta carta si no se incluye humidificación (es decir ω = constante). Cualquier desviación de la línea horizontal indica que durante el proceso se añade o se extrae humedad al o del aire.

9. BIBLIOGRAFÍA

- BIPM. 2018. Conferencia General de Pesos y Medidas 2018. Extraído el 19 de noviembre de 2018, de: <u>www.bipm.org</u>.
- CENGEL, Y.; Boles, M. 2012. *Termodinámica*. (7a ed.). The McGraw-Hill Companies. 1041 pp.
- FACORRO, R. 2011. Curso de Termodinámica con 310 problemas. (15a ed.). Nueva Librería. 486 pp.
- GARCÍA, C. 1987. Termodinámica Técnica. (4a ed.). Librería y Editorial Alsina. 337 pp.
- GIACOSA, D. 2000. Motores endotérmicos. (3a ed.). Editorial Omega S.A. 337 pp
- KERN, D. 1965. Procesos de transferencia de calor. (1a ed.). Compañía editorial continental. Mexico. 980 pp.
- MAIZTEGUI, A.; Sabato, J. 1965. Física. (8a ed.). Kapelusz- 450 pp.
- PASTORFIDO SANCHEZ, C. 1922. Termodinámica: principios fundamentales de la termodinámica aplicación a los gases y al vapor de agua rendimiento de los motores térmicos. El adelantado de Segovia. 185 pp.
- ROLLE, K. 2006. Termodinámica. (6a ed.). Pearson Educación. 768 pp.
- STEVENAZZI, D.; Stevenazzi, M. 1992. Termodinámica. (5a ed.). Cesarini hnos. 350 pp.
- TORREGUITAR, R.; Weiss, A. 1968. Combustión y generación de vapor. Mellor-Goodwin S.A.C. 239 pp.

10. ANEXO

10.1. Glosario de términos termodinámicos

- **Principio**: un principio constituye una proposición evidente, no puede demostrarse, pues ello equivale a fundamentarlo en otra verdad, la cual sería el verdadero principio.
- **Sistema compresible simple**: el sistema es compresible simple cuando carece de efectos eléctricos, magnéticos, gravitacionales, de movimiento y tensión superficial. Estos efectos se deben a campos de fuerza externos y son insignificantes para la mayor parte de los problemas de ingeniería, porque de lo contrario sería necesario especificar una propiedad adicional para cada efecto importante. Si se van a considerar los efectos gravitacionales, por ejemplo, se requiere especificar la elevación *z* además de las dos propiedades necesarias para fijar el estado.
- Parámetros/propiedades termodinámicas: estos son magnitudes que caracterizan/definen un estado termodinámico. Son ejemplos de parámetros: la presión, el volumen específico, la temperatura, la entalpia, la energía interna, la entropía, entre otros. Usualmente se los clasifica en *intensivas o extensivas*.
- **Estado termodinámico**: hay que considerar un sistema que no experimenta ningún cambio: en estas circunstancias, todas las propiedades se pueden medir o calcular en el sistema, lo cual da un conjunto de propiedades que describe por completo la condición o *estado*, del sistema. En un estado específico, todas las propiedades de un sistema tienen valores fijos, y si se cambia el valor de una propiedad, el estado cambia a otro diferente. Hay que aclarar, que cuando se habla de estado, se hace referencia a *estados de equilibrio* (térmico, mecánico y químico). *Gráficamente*, un estado está representado por cada punto de un diagrama (por ejemplo, en el diagrama de Clapeyron).

- **Función de punto** *vs.* **función de línea**: la función de punto (también llamado *función de estado*) son aquellos parámetros/propiedades que dependen solo del punto en el diagrama que se considere, esto equivale a decir que: en una transformación cerrada (ciclo) los parámetros/propiedades iniciales son iguales a los parámetros/propiedades finales y por lo tanto no existe variación, y, en consecuencia: depende del punto. Son funciones de estado: la energía interna *U*, la presión *p*, la temperatura *T*, la entropía *S* entre otras. En cambio, las **funciones de línea** (también llamadas *función de trayectoria*) dependen de la trayectoria de la transformación, con lo cual, su valor está representado por el área bajo la curva en el diagrama correspondiente. Son funciones de línea el trabajo W y el calor Q.
- **Transformación/proceso cuasi estático**, o de **cuasi equilibrio**: cuando un proceso se desarrolla de tal manera que todo el tiempo el sistema permanece infinitesimalmente cerca de un *estado de equilibrio*, estamos ante un proceso *cuasi estático*, o *de cuasi equilibrio*. Un proceso de este tipo puede considerarse lo suficientemente lento como para permitirle al sistema ajustarse internamente de modo que las propiedades de una de sus partes no cambien más rápido que las de otras. Se debe señalar que un proceso de este tipo es un *caso idealizado* y no corresponde a una representación auténtica de un proceso real. No obstante, muchos procesos reales se aproximan bastante y es posible modelarlos como de cuasi equilibrio con un margen de error insignificante (CENGEL, 2012).
- **Transformación/proceso reversible**: se define como un *proceso que se puede invertir sin dejar ningún rastro en los alrededores*. Es decir, tanto el sistema como los alrededores vuelven a sus estados iniciales una vez finalizado el proceso inverso. Un proceso reversible para ser tal, necesariamente, debe pasar por estados de *cuasi equilibrio*, por

tanto, los procesos reversibles solo son *idealizaciones* de procesos reales y solo se utilizan como referencia. En otras palabras, un proceso reversible es aquel que *no tiene irreversibilidades*. Si no ocurren irreversibilidades dentro de las fronteras del sistema durante el proceso, este se denomina *internamente reversible*. En cambio, un proceso es denominado *externamente reversible* si no ocurren irreversibilidades fuera de las fronteras del sistema durante el proceso.

- **Irreversibilidades**: los factores que causan que un proceso sea irreversible se llaman irreversibilidades, las cuales son la fricción, la expansión libre, el mezclado de dos fluidos, la transferencia de calor a través de una diferencia de temperatura finita, la resistencia eléctrica, la deformación inelástica de sólidos, y las reacciones químicas.
- **Trabajo de expansión** o **de compresión**: este concepto también llamado *trabajo de frontera móvil*, representa el trabajo W que puedo obtener o proporcionar a un sistema. Solo existe en *sistemas cerrados*.
- **Gas** y **vapor**: los conceptos gas y vapor a menudo se utilizan como sinónimos y comúnmente a la fase de vapor de una sustancia se le llama gas cuando su temperatura es más alta que su temperatura crítica. El **vapor** normalmente implica un gas que no se encuentra muy alejado del estado de condensación (CENGEL, 2012).
- **Isolínea**: en Termodinámica, es una curva que une los puntos en los que una determinada propiedad permanece constante. Al término que designa una isolínea en particular lleva el prefijo "iso". Por ejemplo, una isoterma, es una línea de temperatura constante.
- **CNPT**: sigla, condiciones normales de presión y temperatura corresponden a: P = 1 atm y T = 273,15 K.
- **Estado estacionario**: al considerar un flujo de calor atravesando una pared como se analiza en la Sección 4.1, se entiende por estado estacionario cuando las *diferentes*

temperaturas se mantienen constantes en cada punto de la pared (o en cada punto de un cuerpo hablando genéricamente). En otras palabras, el $\Delta T = CTE$ (STEVENAZZI, 1992).

Depósito de energía térmica: se denomina así, a cualquier cuerpo físico que posea una capacidad de energía térmica (*masa×calor específico*) relativamente grande, es decir que puede absorber o suministrar cantidades finitas de calor sin experimentar variación en la temperatura. Un depósito que suministra energía en forma de calor se llama *fuente*, y otro que absorbe energía en forma de calor se llama *sumidero*.

10.2. Sistema internacional de unidades (SI)

Con el paso de los años se han creado varios sistemas de unidades. A pesar de los grandes esfuerzos que la comunidad científica y los ingenieros han hecho para unificar el mundo con un solo sistema de unidades, en la actualidad aún son de uso común dos de estos: el *sistema inglés* que se conoce como *United States Customary System* (USCS) y el SI métrico (de *Le Systeme Internacional d 'Unites*), también llamado *sistema internacional*.

El SI es un sistema simple y lógico basado en una relación decimal entre las distintas unidades, y se usa para trabajo científico y de ingeniería en la mayor parte de las naciones industrializadas, incluso en Inglaterra. Por su parte, el sistema inglés no tiene base numérica sistemática evidente y varias unidades de este sistema se relacionan entre sí de manera bastante arbitraria (12 pulg = 1 pie, 1 milla = 5280 pies, 4 cuartos = 1 galón, etc.) lo cual hace que el aprendizaje sea confuso y difícil. Estados unidos es el único país industrializado que aún no adopta por completo el SI.

En vista de lo expuesto, esta sección pretende que el lector adopte el sistema internacional para los cálculos, pero, que, al mismo tiempo, tenga conocimiento de los sistemas de unidades vigentes y de aquellos otros (como el *sistema técnico*) con los que se podría encontrar en alguna

bibliografía consultada. Con esto se pretende: que maneje correctamente la escritura de las magnitudes físicas y sus unidades basándose en la normativa del sistema internacional (Ver **Anexos 1** a **3**).

	Unidad	Magnit	Magnitud física			
Símbolo	Nombre	Símbolo	Nombre			
m	Metro	l	Longitud			
kg	kilogramo	т	Masa			
S	Segundo	t	Tiempo (1)			
K	Kelvin	Т	Temperatura absoluta (2)			
А	Amperio	Ι	Intensidad de corriente eléctrica			
mol	mol	n	Cantidad de sustancia			
cd	Candela		Intensidad luminosa (3)			

Anexo 1. Unidades fundamentales del sistema internacional (Fuente: BIPM, 2018).

(1) Segundo cronológico. (2) Temperatura termodinámica. (3) Cantidad de luz.

Anexo 2. Sistema inglés de unidades (Fuente: CENGEL, 2012).

	U	nidad	Magnit	ud física				
	Símbolo	Nombre	Símbolo	Nombre				
Fundamentales								
lbf		Libra	F	Fuerza (1)				
ft		Pie anglosajón o Internacional	l	Longitud				
S		Segundo	t	tiempo				
Algunas unidades derivadas								
lbm		Libra masa	m	Masa (2)				
Otras unidades								
slug		Eslug	m	Masa (3)				
pdl		poundal	F	Fuerza (4)				

(1) Se define como la fuerza que acelera una masa de 32,174 lbm (1 slug) a razón de 1 pie por segundo cuadrado.
(2) 1 lbm ≅ 0,454 kg. (3) 1 slug ≅ 32,174 lbm. (4) Es la fuerza necesaria para acelerar una libra masa en un pie por segundo cuadrado. 1 pdl≅0,14 N.

U	nidad	Magnitud física						
Símbolo	Nombre	Símbolo	Nombre					
Fundamentales								
kgf	Kilogramo fuerza o kilopondio	F	Fuerza					
S	Segundo	t	Tiempo					
m	Metro	l	Longitud					
Algunas unidades derivadas								
u.t.m.	Unidad técnica de masa	m	Masa (1)					

Anexo 3. Sistema técnico (o práctico) de unidades (Fuente: FACORRO, 2011).

(1) Está definida como la masa de un cuerpo cuyo peso es igual a la aceleración de la gravedad en el lugar en que se encuentra. En otras palabras: es la masa a la cual 1 kgf le imprime una aceleración de 1 m/s². 1 u.t.m. \approx 9,81 kg.

Algunos autores, tal como FACORRO (2011), clasifican los sistemas presentados en las tablas anteriores como *sistemas gravitacionales*: aquellos que incluyen a la fuerza como unidad fundamental, mientras que los demás son denominados *sistemas absolutos*. En efecto, el sistema inglés y el técnico son sistemas gravitacionales mientras que el sistema internacional es absoluto.

10.3. Factores de conversión y constantes físicas

Se listan únicamente los factores de conversión y las constantes físicas de uso frecuente. Para los primeros, la mención es menester debido a la existencia de los distintos sistemas de unidades que actualmente están en uso o son recurrentes en la bibliografía.

Algunas constantes físicas	
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 2,9979 \times 10^8 [\mathrm{m/s}]$
Volumen molar normal	$\overline{V}_{\rm m} = 22,414 \left[\frac{\rm dm^3}{\rm mol} \right]$
Constante universal de los gases ideales	$R_{\rm u} = \begin{cases} 8,314 \left[\frac{\rm kPa \cdot m^3}{\rm kmol \cdot K} \right] \\ 8,314 \left[\frac{\rm kJ}{\rm kmol \cdot K} \right] \\ 1,986 \left[\frac{\rm kcal}{\rm kmol \cdot K} \right] \\ 0,082 \left[\frac{\rm atm \times m^3}{\rm kmol \cdot K} \right] \end{cases}$
Constante de Avogadro	$N_{\rm A} = 6,022 \times 10^{23} \left[\frac{\text{cantidad de sustancia}}{\text{mol}} \right]$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right]$
Aceleración de la gravedad estándar	$\vec{g} = 9,80665 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$
Presión atmosférica estándar	1 atm = 101325 [Pa] = 101,325 [kPa]
Calor de fusión del agua a 1 atm	$h_{\rm if} = 333,7 \left[\frac{\rm kJ}{\rm kg} \right]$
Entalpía de vaporización del agua a 1 atm	$h_{\rm fg} = 2256, 5 \left[\frac{\rm kJ}{\rm kg} \right]$
Velocidad del sonido en aire seco a 0 °C y 1 atm	c = 331,36 [m/s]
Fuente: CENGEL, 2012.	

Algunas constantes física

Factores de conversión	
1 kcal _{int}	$4,18605 \text{ kJ} = 426,940 \text{ kgf} \cdot \text{m}$
$1 \mathrm{kW} \cdot \mathrm{h_{int}}$	860 kcal _{int}
1 Btu	0,252 kcal _{int}
1 hp	735,4 W
1 cv (caballo vapor)	747 W
1 atm (física)	$\begin{cases} 1,03323 \ \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \\ 1,01325 \ \text{bar} \\ 101,325 \ \text{kPa} \\ 760 \ \text{mmHg} \ (a \ 0 \ ^{\circ}\text{C}) \end{cases}$
1 atm (técnica)	$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$
1000 $\frac{m^2}{s^2}$ (energía cinética)	$1 \frac{kJ}{kg}$
1 kgf (kilogramo fuerza)	9,80665 N

Fuente: CENGEL, 2012-FACORRO, 2011.

10.3.1. Observación acerca de los dígitos significativos

En los cálculos de ingeniería, la información ofrecida en forma de datos suele presentarse hasta cierto número de dígitos significativos, comúnmente tres. En consecuencia, los resultados obtenidos no pueden darse con mayor exactitud que el número de dígitos significativos. Dar resultados con mayor número de dígitos significativos implica una mayor exactitud de la que existe y esto se debe evitar.

Un ejemplo de lo anterior es el siguiente: considere un recipiente de 3,75 L lleno de gasolina con una densidad de 0,845 kg/L e intente determinar su masa. Es probable que lo primero que viene a la mente sea multiplicar el volumen y la densidad para obtener 3,16875 kg para la masa, lo cual indica, en apariencia, que la masa determinada es exacta en hasta seis dígitos significativos. Sin embargo, en realidad la masa no puede ser más exacta que tres dígitos significativos, puesto que tanto el volumen como la densidad son exactos solamente hasta tres dígitos significativos.

Por lo tanto, el resultado se debe redondear a tres dígitos y escribir el valor de la masa como 3,17 kg en lugar de lo que aparece en la pantalla de la calculadora. El resultado 3,16875 kg sería correcto solo si el volumen o la densidad se dieran como 3,75000 L y 0,845000 kg/L, respectivamente. El valor de 3,75 L indica que hay bastante confianza de que el volumen sea exacto dentro de \pm 0,01 L, y que no pueda ser 3,74 o 3,76 L. Sin embargo, el volumen puede ser 3,746-3,750-3,753, etc., ya que todos se redondean a 3,75 L.

Es más apropiado retener todos los dígitos durante los cálculos intermedios y hacer el redondeo en el paso final, dado que esto es lo que normalmente hace una computadora.

Al resolver problemas, se supondrá que la información dada es exacta en hasta tres dígitos significativos, de manera que, si la longitud de una tubería es de 40 m, se supone que es de 40,0 m a fin de justificar el uso de tres dígitos significativos en los resultados finales. También se debe recordar que todos los valores determinados experimentalmente están sujetos a errores de medición que se reflejaran en los resultados. Por ejemplo, si la densidad de una sustancia tiene una incertidumbre de 2 %, entonces la masa determinada con este valor de densidad también tendrá una incertidumbre de 2 %.

10.4. Expresiones/conceptos complementarios o ampliatorios

Se incorporan algunas expresiones y/o conceptos que están relacionados con temas específicos desarrollados en el cuerpo principal del documento. Algunos de ellos representan el fundamento de ciertas deducciones y otras son complementarias, o bien, temas de ampliación.

10.4.1. Formas de energía

Se perciba o no, la energía es parte importante en la mayoría de los aspectos cotidianos; por ejemplo, la calidad de vida y su sostenibilidad dependen de su disponibilidad. De ahí que sea

importante que el lector tenga una buena comprensión de las fuentes energéticas y la conversión de la energía de una forma a otra.

La energía de un cuerpo o de un sistema se puede definir como la *capacidad que tiene este para producir trabajo* (MAIZTEGUI, 1965), por lo tanto, un cuerpo o sistema tendrá tanta energía como trabajo sea capaz de producir. La energía se mide, pues, en las mismas unidades en que se mide el trabajo.

La energía puede existir en varias formas: *térmica, mecánica, cinética, potencial eléctrica, magnética, química, nuclear* entre otras, cuya suma conforma la energía total E de un sistema, la cual se denota por unidad de masa mediante e y se expresa como lo indica la Ec. (182).

$$e = \frac{E}{m} \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \tag{182}$$

La Termodinámica no proporciona información acerca del valor absoluto de la energía total, solo trata con el cambio de esta, que es lo importante en los problemas de ingeniería. En el análisis termodinámico, con frecuencia es útil considerar dos grupos para las diversas formas de energía que conforman la energía total de un sistema, tal como se muestra en la **Anexo 4**.





La *energía macroscópica* de un sistema se relaciona con el movimiento y la influencia de algunos factores externos como *la gravedad, el magnetismo, la electricidad y la tensión superficial.* La energía que posee un sistema como resultado de su movimiento en relación con
cierto marco de referencia se llama *energía cinética* (EC). Cuando todas las partes de un sistema se mueven con la misma velocidad, la EC se expresa como lo indica la **Ec. (183)**.

a)
$$EC = \frac{1}{2} \times m \times \vec{V}^2$$
 [J]
b) $ec = \frac{1}{2} \times \vec{V}^2$ $\left[\frac{J}{kg}\right]$ (183)

Donde *m* es la masa y \vec{V} denota la velocidad del sistema con respecto a algún marco de referencia fijo. En el mismo sentido, la energía cinética de un cuerpo solido que gira se determina mediante $1/2 \times I \times \omega^2$, donde *I* es el momento de inercia del cuerpo y ω es la velocidad angular.

La energía que posee un sistema como resultado de su incremento de altura en un campo gravitacional se llama *energía potencial gravitatoria* (EP) y se expresa como lo indica la **Ec.** (184).

a)
$$EP = m \times \vec{g} \cdot \vec{z}$$
 [J]
b) $ep = \vec{g} \cdot \vec{z}$ $\begin{bmatrix} J \\ kg \end{bmatrix}$ (184)

Donde \vec{g} es la aceleración gravitacional, \vec{z} es la altura (vector desplazamiento) del centro de gravedad de un sistema con respecto a algún nivel de referencia elegido arbitrariamente y, " •" denota producto escalar. Los efectos magnéticos, eléctrico y de tensión superficial son significativos solo en casos especiales y en general se ignoran. En ausencia de esta clase de efectos, la energía total de un sistema consta solo de las energías cinética, potencial e interna como se analiza en la Sección 2 para los distintos tipos de sistemas termodinámicos.

Por su parte, la *energía interna*, denotada por *U*, se define como la suma de todas las formas *microscópicas* de energía de un sistema. Se relaciona con la *estructura molecular* y el grado de *actividad molecular* y se puede considerar como la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas.

10.4.2. Transmisión de calor

Como se ha analiza en la Sección 4.2, la teoría matemática de la *convección* es muy complicada debido al hecho de que el calor ganado o perdido por una superficie (a una cierta temperatura) en contacto con un fluido, a otra temperatura distinta, depende de muchas circunstancias.

Sin embargo, es de especial interés exponer un caso muy frecuente en la práctica: es el de la convección de una pared o de un conducto a *temperatura constante*, rodeado de aire a la presión atmosférica y con una diferencia constante de temperatura (Ver **Anexo 5**).

Anexo 5. Coeficiente de película en una pared a través de la cual fluye calor en forma estacionaria (Fuente: Adaptado de STEVENAZZI, 1992).



El aire en contacto con el paramento de la pared AB puede moverse sobre él sea *por convección natural*, sea por *convección forzada*, pero en ambos casos escurre con *movimiento laminar* (a filetes paralelos) solamente en una pequeñísima capa de espesor δ ; en el resto de la masa el escurrimiento es *turbulento* (los filetes se entrecruzan con retornos y desviaciones laterales). El espesor δ varia conforme a la mayor o menor lisura de la pared, de la viscosidad del aire y de la velocidad del escurrimiento. El calor proveniente de la pared pasa a través de esa película por conductibilidad y por convección, y de esta a la masa fluida por convección. Como en cierta medida también existe la radiación de calor desde la pared, en este caso se supone que la transmisión del calor se efectúa, simultáneamente, por las tres formas (conducción, radiación y convección).

Para este caso particular, el coeficiente de transmisión de calor por convección definido en la Sección 4.2 se denomina: *coeficiente de película* h_p . Para casos de *convección natural*, los coeficientes de película h_p obtenidos para distintos dispositivos de transmisión, son los que se presentan en las **Ec. (185)** a (**190**).

Conducto en posición horizontal:

$$h_{\rm p} = 2,97 \times \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{d_e}} \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right] \quad donde: \quad 1 \, {\rm cm} \le d_e \le 25 \, {\rm cm}$$
(185)

Conducto en posición vertical y longitud mayor de 60 cm:

$$h_{\rm p} = 2,84 \times \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{d_e}} \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right] \quad donde: \quad 1 \,\rm cm \le d_e \le 18 \,\rm cm$$
(186)

Láminas (chapas) en posición horizontal, con la cara emisora hacia arriba:

$$h_{\rm p} = 2,14 \times \sqrt[4]{\Delta T} \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right]$$
(187)

Láminas (chapas) en posición horizontal, con la cara emisora hacia abajo:

$$h_{\rm p} = 1,13 \times \sqrt[4]{\Delta T} \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot ^{\circ}C}\right]$$
(188)

Láminas (chapas) en posición vertical, de hasta 0,5 m²:

$$h_{\rm p} = 1,7 \times \sqrt[4]{\Delta T} \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right]$$
(189)

Superficies de albañilería:

a) Paredes interiores revocadas y pintadas:
$$h_{\rm p} = 7,4 \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right]$$
(190)
b) Paredes exteriores revocadas: $h_{\rm p} = 8,2 \quad \left[\frac{\rm kcal}{\rm m^2 \cdot h \cdot {}^{\circ}C}\right]$

En las ecuaciones anteriores; ΔT representa la diferencia de temperaturas expresada en grados celsius, recordar que al tratarse de una variación también es válido expresarla en kelvin. $d_{\rm e}$ es el diámetro exterior del conducto, en cm. Para los casos de *convección forzada* los valores de $h_{\rm p}$ son muy superiores, y en general, se aplican los *coeficientes de transmisión total*.

10.4.3. Dispositivos ingenieriles de flujo estacionario

Toberas y **difusores**: las toberas y los difusores se utilizan generalmente en motores de propulsión por reacción, cohetes, vehículos espaciales e incluso en mangueras de jardín. Una *tobera* es un dispositivo que *incrementa la velocidad de un fluido a expensas de la presión*. El área de la sección transversal de una tobera disminuye en la dirección del flujo para flujos subsónicos y aumenta para los supersónicos, lo contrario es cierto para los *difusores*. Estos últimos incrementan la presión de un fluido al desacelerarlo.

Respecto a las características, la tasa de transferencia de calor entre el fluido que fluye por una tobera o un difusor y los alrededores es comúnmente muy pequeña ($\dot{Q} \cong 0$) ya que el fluido tiene velocidades altas y por lo tanto no se mantiene suficientemente tiempo en el dispositivo como para que ocurra alguna transferencia de calor importante. Además, por lo común no implican trabajo ($\dot{W} \cong 0$) y cualquier cambio de energía potencial es insignificante ($\Delta ep \cong 0$). Bajo las suposiciones y observaciones expresadas, el balance de energía se indica en la **Ec.** (191).

$$\dot{E}_1 = \dot{E}_2 \Longrightarrow \dot{m} \times \left(h_1 + \frac{1}{2} \times \vec{V}_1^2\right) = \dot{m} \times \left(h_2 + \frac{1}{2} \times \vec{V}_2^2\right) \Longrightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \times \left(\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2\right)$$
(191)

Donde los subíndices 1 y 2 indican respectivamente, el ingreso del fluido al VC (tobera o difusor) y el egreso de este (Ver **Anexo 6**). Ha de destacarse que las toberas y difusores normalmente están relacionadas con *velocidades muy altas*, entonces cuando un fluido pasa por algunos de estos dispositivos experimenta grandes cambios en su velocidad.

Anexo 6. Dispositivos ingenieriles de flujo estacionario (Fuente: Adaptado de CENGEL,



De todo este análisis se puede concluir que estos dispositivos transforman la energía térmica y de presión (entalpía) de un fluido en energía cinética.

10.4.4. Calorímetro de mezclas

El calorímetro de mezclas, *bomba calorimétrica* o simplemente calorímetro, es un dispositivo que permite efectuar determinaciones de calor específico de los cuerpos, calores latentes de fusión, de vaporización, etc. La parte principal del instrumento es un recipiente de latón de paredes muy delgadas y pulidas, sostenidas por soportes malos conductores del calor, y colocado dentro de otro con el fin de reducir al mínimo la acción de la transmisión de calor hacia el medio exterior (FACORRO, 2011) (Ver **Anexo 7**).



Anexo 7. Calorímetro de mezclas (Fuente: Cátedra de Termodinámica, 2018).

Este aparato consta, además, de un termómetro sensible, un agitador y una masa conocida de agua. Llamaremos T_1 a la temperatura inicial del agua, T_2 a la temperatura final del agua y del cuerpo, y T a la temperatura del cuerpo cuya masa es M y cuyo calor específico se desea determinar. Al colocar el sólido (él cual se ha calentado previamente) en el calorímetro, cede una cantidad de calor dada por la Ec. (192).

$$Q = M \times c_{\text{prom}} \times (T_2 - T) \quad o \text{ bien}: \quad Q = M \times c_{\text{prom}} \times (T - T_2) \quad [J]$$
(192)

El calor cedido por el cuerpo, de no haber pérdidas hacia el exterior, la recibe íntegramente el agua, el recipiente, el agitador y el termómetro, cuyas masas son m_a , m_1 , m_2 y m_3 , y sus calores específicos c_a , c_1 , c_2 y c_3 , respectivamente. Para el agua podemos tomar $c_a \cong 1$, y entonces resulta la Ec. (193), que representa el calor que recibe el calorímetro (con todos sus elementos).

$$Q = m_{a} \times (T_{2} - T_{1}) + m_{1} \times c_{1} (T_{2} - T_{1}) + m_{2} \times c_{2} (T_{2} - T_{1}) + m_{3} \times c_{3} (T_{2} - T_{1})$$
 [J] (193)

Igualando la (192) con la (193), por el *principio de conservación de la energía*, y sacando factor común $(T_2 - T_1)$ se obtiene la Ec. (194).

$$M \times c_{\text{prom}} \times (T - T_2) = (m_a + m_1 \times c_1 + m_2 \times c_2 + m_3 \times c_3) \times (T_2 - T_1)$$
(194)

En la práctica no es conveniente determinar la suma $m_a + m_1 \times c_1 + m_2 \times c_2 + m_3 \times c_3$ con ayuda de una balanza y de una tabla de calores específicos, pues se obtiene un resultado impreciso dada la inseguridad en la exactitud de los valores c_1 , c_2 y c_3 . Se prefiere entonces realizar una experiencia previa y aplicar la (194), introduciendo en el calorímetro un cuerpo de masa M' y c'_{prom} conocidos y calculando el termino $e = m_1 \times c_1 + m_2 \times c_2 + m_3 \times c_3$ llamado *equivalente en agua del calorímetro*. Reemplazando este valor así establecido en la (195) y despejando él c_{prom} se obtiene la **Ec. (195)**.

$$c_{\text{prom}} = \frac{(m_{\text{a}} + e) \times (T_2 - T_1)}{M \times (T - T_2)} \quad \left[\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right]$$
(195)

Donde c_{prom} es el calor específico medio del cuerpo entre las temperatura T_2 y T, m_a es la masa de agua del calorímetro, e el equivalente en agua del calorímetro, M es la masa del cuerpo cuyo calor específico se quiere determinar, T_1 es la temperatura inicial del agua, T_2 la temperatura final del agua y del cuerpo (la que se registra con el termómetro), T es la temperatura inicial del cuerpo.

El cálculo que antecede resulta correcto en condiciones ideales. En la realidad no es posible prescindir de la cantidad de calor que se transmite hacia el medio exterior, pues no puede asegurarse que el calorímetro este perfectamente aislado. Por ello, en las experiencias de laboratorio la Física Experimental introduce en el balance térmico esta energía y efectúa las correcciones correspondientes.

10.5. Apéndice de tablas y diagramas

Anexo 8. Masa molar, constante particular del gas y propiedades del punto crítico. **Anexo 9.** $c_{\rm p}$, $c_{\rm y}$ (a T = 300 K) y constante adiabática de gas ideal de varios gases comunes. **Anexo 10.** $c_{\rm p}$, $c_{\rm y}$ (a diversas temperaturas) y constante adiabática de gas ideal de varios gases comunes (continuación). **Anexo 11.** c_p como una función de la temperatura (conclusión). Anexo 12. Propiedades de líquidos, sólidos y alimentos comunes. Anexo 13. Propiedades de líquidos, sólidos y alimentos comunes. Anexo 14. Propiedades del agua saturada en función de la temperatura. Anexo 15. Propiedades del agua saturada en función de la temperatura. Anexo 16. Propiedades del agua saturada en función de la presión. Anexo 17. Propiedades del agua saturada en función de la presión. Anexo 18. Propiedades del vapor de agua sobrecalentado. Anexo 19. Propiedades del vapor de agua sobrecalentado. Anexo 20. Propiedades del vapor de agua sobrecalentado. Anexo 21. Propiedades del vapor de agua sobrecalentado. Anexo 22. Carta de compresibilidad generalizada para intervalo amplio de temperatura. Anexo 23. Carta de compresibilidad generalizada. Anexo 24. Constantes de la ecuación de Van der Waals. Anexo 25. Constantes de la ecuación de Beattie-Bridgeman por mol. Anexo 26. Constantes de la ecuación de Beattie-Bridgeman por kg.

Anexo 27. Constantes de la ecuación de Benedict-Webb-Rubin. Anexo 28. Diagrama de Mollier para el agua. Anexo 29. Carta psicrométrica para P = 1 atm (101,325 kPa). Anexo 30. Variaciones politrópicas de los gases perfectos. Anexo 31. Calor específico medio a presión constante, del vapor sobrecalentado. Según Knoblauch y Jakob. Anexo 32. Propiedades del gas ideal del aire. Anexo 33. Propiedades del gas ideal del aire (conclusión). Anexo 34. Propiedades del gas ideal del nitrógeno. Anexo 35. Propiedades del gas ideal del nitrógeno (conclusión). Anexo 36. Propiedades del gas ideal del oxígeno. Anexo 37. Propiedades del gas ideal del oxígeno (conclusión). Anexo 38. Propiedades del gas ideal del dióxido de carbono. Anexo 39. Propiedades del gas ideal dióxido de carbono (conclusión). Anexo 40. Propiedades del gas ideal monóxido de carbono. Anexo 41. Propiedades del gas ideal monóxido de carbono (conclusión). Anexo 42. Propiedades del gas ideal del hidrógeno. Anexo 43. Propiedades del gas ideal del vapor de agua. Anexo 44. Propiedades del gas ideal del vapor de agua (conclusión). Anexo 45. Propiedades del gas ideal del oxígeno monoatómico. Anexo 46. Propiedades del gas ideal del hidroxilo.

Anexo 8. Masa molar, constante particular del gas y propiedades del punto crítico (Fuente: CENGEL, 2012).

TABLA A-1

			Constante	Propieda	ades del punto	o crítico
Sustancia	Fórmula	Masa molar, <i>M</i> kg/kmol	de gas, <i>R</i> kJ/kg · K*	Temperatura, K	Presión, MPa	Volumen, m ³ /kmol
Agua	H ₂ O	18.015	0.4615	647.1	22.06	0.0560
Aire	<u> </u>	28.97	0.2870	132.5	3.77	0.0883
Alcohol etílico	C ₂ H ₅ OH	46.07	0.1805	516	6.38	0.1673
Alcohol metílico	CH ₃ OH	32.042	0.2595	513.2	7.95	0.1180
Amoniaco	NH ₃	17.03	0.4882	405.5	11.28	0.0724
Argón	Ar	39.948	0.2081	151	4.86	0.0749
Benceno	C_6H_6	78.115	0.1064	562	4.92	0.2603
Bromo	Br ₂	159.808	0.0520	584	10.34	0.1355
<i>n</i> -Butano	C ₄ H ₁₀	58.124	0.1430	425.2	3.80	0.2547
Cloro	Cl ₂	70.906	0.1173	417	7.71	0.1242
Cloroformo	CHCI ₃	119.38	0.06964	536.6	5.47	0.2403
Cloruro metílico	CH ₃ CI	50.488	0.1647	416.3	6.68	0.1430
Criptón	Kr	83.80	0.09921	209.4	5.50	0.0924
Diclorodifluorometano (R-12)	CCI ₂ F ₂	120.91	0.06876	384.7	4.01	0.2179
Diclorofluorometano (R-21)	CHCl ₂ F	102.92	0.08078	451.7	5.17	0.1973
Dióxido de carbono	CO ₂	44.01	0.1889	304.2	7.39	0.0943
Dióxido de sulfuro	SO2	64.063	0.1298	430.7	7.88	0.1217
Etano	$C_2 H_6$	30.070	0.2765	305.5	4.48	0.1480
Etileno	C ₂ H ₄	28.054	0.2964	282.4	5.12	0.1242
Helio	He	4.003	2.0769	5.3	0.23	0.0578
n-Hexano	C_6H_{14}	86.179	0.09647	507.9	3.03	0.3677
Hidrógeno (normal)	H ₂	2.016	4.1240	33.3	1.30	0.0649
Metano	CH ₄	16.043	0.5182	191.1	4.64	0.0993
Monóxido de carbono	CO	28.011	0.2968	133	3.50	0.0930
Neón	Ne	20.183	0.4119	44.5	2.73	0.0417
Nitrógeno	N ₂	28.013	0.2968	126.2	3.39	0.0899
Óxido nitroso	N ₂ O	44.013	0.1889	309.7	7.27	0.0961
Oxígeno	02	31.999	0.2598	154.8	5.08	0.0780
Propano	C ₃ H ₈	44.097	0.1885	370	4.26	0.1998
Propileno	C ₃ H ₆	42.081	0.1976	365	4.62	0.1810
Tetracloruro de carbono	CCI ₄	153.82	0.05405	556.4	4.56	0.2759
Tetrafluoroetano (R-134a)	CF3CH2F	102.03	0.08149	374.2	4.059	0.1993
Triclorofluorometano (R-11)	CCI ₃ F	137.37	0.06052	471.2	4.38	0.2478
Xenón	Xe	131.30	0.06332	289.8	5.88	0.1186

*La unidad en kJ/kg · K es equivalente a kPa · m³/kg · K. La constante de gas se calcula de $R = R_v/M$, donde $R_v = 8.31447$ kJ/kmol · K y M es la masa molar.

Fuente: K. A. Kobe y R. E. Lynn, Jr., Chemical Review 52 (1953), pp. 117–236; y ASHRAE, Handbook of Fundamentals (Atlanta, GA: Sociedad Americana de Ingenieros de Calefacción, Refrigeración y Acondicionamiento de Aire, Inc., 1993), pp. 16.4 y 36.1.

Anexo 9. c_p , c_v (a T = 300 K) y constante adiabática de gas ideal de varios gases comunes (Fuente: CENGEL, 2012).

TABLA A-2

a) A 300 K		a Bacco comuneo			
Gas	Fórmula	Constante de gas, <i>R</i> kJ/kg · K	<i>c_p</i> kJ/kg ⋅ K	<i>c_∨</i> kJ/kg · K	k
Aire	_	0.2870	1.005	0.718	1.400
Argón	Ar	0.2081	0.5203	0.3122	1.667
Butano	C ₄ H ₁₀	0.1433	1.7164	1.5734	1.091
Dióxido de carbono	CO ₂	0.1889	0.846	0.657	1.289
Etano	$C_2 H_6$	0.2765	1.7662	1.4897	1.186
Etileno	C ₂ H ₄	0.2964	1.5482	1.2518	1.237
Helio	He	2.0769	5.1926	3.1156	1.667
Hidrógeno	H ₂	4.1240	14.307	10.183	1.405
Metano	CH	0.5182	2.2537	1.7354	1.299
Monóxido de carbono	CO	0.2968	1.040	0.744	1.400
Neón	Ne	0.4119	1.0299	0.6179	1.667
Nitrógeno	Na	0.2968	1.039	0.743	1.400
Octano	C _o H ₁₀	0.0729	1.7113	1.6385	1.044
Oxígeno	02	0.2598	0.918	0.658	1.395
Propano	CaHa	0.1885	1.6794	1.4909	1.126
Vapor	H ₂ O	0.4615	1.8723	1.4108	1.327

Nota: La unidad kJ/kg \cdot K es equivalente a kJ/kg \cdot °C.

Fuente: Chemical and Process Thermodynamics 3a. ed., por Kyle, B.G., © 2000. Adaptado con permiso de Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, Nueva Jersey.

Anexo 10 . c_{p} , c_{v} (a diversas temperaturas) y constante adiabática	de gas ideal de varios
gases comunes. (continuación) (Fuente: C	ENGEL, 2012).	

TABLA A-2

Calores especít	ficos de gas	ideal de vario	os gases co	munes (<i>con</i>	tinuación)				
b) A diversas t	emperaturas								
Temperatura	<i>c_p</i> kJ/kg ⋅ K	c _v kJ/kg ⋅ K	k	c _p kJ/kg ⋅ K	c _∨ kJ/kg · K	k	c _p kJ/kg ⋅ K	c _v kJ/kg ⋅ K	k
K		Aire		Dióx	kido de carbo	no, CO ₂	Monóxi	ido de carbo	no, CO
250 300	1.003 1.005	0.716 0.718	1.401 1.400	0.791 0.846	0.602 0.657	1.314 1.288	1.039 1.040	0.743 0.744	1.400 1.399
350 400 450	1.008 1.013 1.020	0.721 0.726 0.733	1.398 1.395 1.391	0.895	0.706	1.268 1.252 1.239	1.043	0.746 0.751 0.757	1.398 1.395
500 550	1.029	0.742 0.753	1.387 1.381	1.014	0.825	1.229	1.063	0.767	1.387
600 650	1.051 1.063	0.764	1.376	1.075 1.102	0.886	1.213	1.087	0.790	1.376
750 800	1.075 1.087 1.099	0.800	1.359 1.354	1.120	0.959	1.197 1.193	1.126	0.810	1.358 1.353
900 1000	1.121 1.142	0.834 0.855	1.344 1.336	1.204 1.234	1.015 1.045	1.186 1.181	1.163 1.185	0.866 0.888	1.343 1.335
	-	Hidrógeno,	, H ₂		Nitrógeno,	N_2	0	xígeno, O ₂	
250 300 350 400 450 550 600 650	14.051 14.307 14.427 14.476 14.501 14.513 14.530 14.546 14.571	9.927 10.183 10.302 10.352 10.377 10.389 10.405 10.422 10.447	1.416 1.405 1.400 1.398 1.398 1.397 1.396 1.396 1.395	1.039 1.039 1.041 1.044 1.049 1.056 1.065 1.075 1.086	0.742 0.743 0.744 0.747 0.752 0.759 0.768 0.778 0.789	1.400 1.400 1.399 1.397 1.395 1.391 1.387 1.382 1.376	0.913 0.918 0.928 0.941 0.956 0.972 0.988 1.003 1.017	0.653 0.658 0.668 0.681 0.696 0.712 0.728 0.743 0.758	1.398 1.395 1.389 1.382 1.373 1.365 1.358 1.350 1.343
750 800 900 1000	14.604 14.645 14.695 14.822 14.983	10.480 10.521 10.570 10.698 10.859	1.394 1.392 1.390 1.385 1.380	1.098 1.110 1.121 1.145 1.167	0.801 0.813 0.825 0.849 0.870	1.365 1.360 1.349 1.341	1.031 1.043 1.054 1.074 1.090	0.771 0.783 0.794 0.814 0.830	1.337 1.332 1.327 1.319 1.313

Fuente: Kenneth Wark, Thermodynamics, 4a. ed., Nueva York, McGraw-Hill, 1983, p. 783, Tabla A-4M. Publicada originalmente en Tables of Thermal Properties of Gases, NBS Circular 564, 1955.

c) Como una	función de	la tempe	ratura					
			$\overline{c}_{p} = a$	$+ bT + cT^2 + dT^3$				
			(Ten k	$(. c_{-} en kJ/kmol \cdot K)$				
			(, - <i>р</i> ,			0/ 1-	
						Rango de	% de	error
Sustancia	Fórmula	а	b	С	d	temp., K	Máx.	Prom.
Acetileno	C ₂ H ₂	21.8	9.2143×10^{-2}	-6.527×10^{-5}	18.21×10^{-9}	273-1500	1.46	0.59
Aire		28.11	0.1967×10^{-2}	0.4802×10^{-5}	-1.966×10^{-9}	273-1800	0.72	0.33
Amoniaco	NH ₃	27.568	2.5630×10^{-2}	0.99072×10^{-5}	-6.6909×10^{-9}	273-1500	0.91	0.36
Azufre	S ₂	27.21	2.218×10^{-2}	-1.628×10^{-5}	3.986×10^{-9}	273-1800	0.99	0.38
Benceno	C ₆ H ₆	-36.22	48.475×10^{-2}	-31.57×10^{-5}	77.62×10^{-9}	273-1500	0.34	0.20
<i>i</i> -Butano	C4H10	-7.913	41.60×10^{-2}	-23.01×10^{-5}	49.91×10^{-9}	273-1500	0.25	0.13
<i>n</i> -Butano	C4H10	3.96	37.15×10^{-2}	-18.34×10^{-5}	35.00×10^{-9}	273-1500	0.54	0.24
Cloruro de hidrógeno	HCI	30.33	-0.7620×10^{-2}	1.327×10^{-5}	-4.338×10^{-9}	273-1500	0.22	0.08
Dióxido de	1101	00.00	0.7020 / 10	1.02, /. 10	1.000 / 10	270 1000	U.LL	0.00
azufre	SO ₂	25.78	5.795×10^{-2}	-3.812×10^{-5}	8.612×10^{-9}	273-1800	0.45	0.24
Dióxido de								
carbono	CO ₂	22.26	5.981×10^{-2}	-3.501×10^{-5}	7.469×10^{-9}	273-1800	0.67	0.22
Dióxido de	NO	00.0	5 715 × 10-2	2 5 2 1 1 2 - 5	7.07 × 10-9	070 1500	0.40	0.10
nitrogeno	NU ₂	22.9	5.715×10^{-2}	-3.52×10^{-5}	7.87×10^{-9}	273-1500	0.46	0.18
Etano	C ₂ H ₆	6.900	17.27×10^{-2}	-6.406×10^{-5}	7.285×10^{-9}	273-1500	0.83	0.28
Etanol	C ₂ H ₆ U	19.9	20.96×10^{-2}	-10.38×10^{-5}	20.05×10^{-9}	273-1500	0.40	0.22
Etileno	C ₂ H ₄	3.95	15.64 × 10 ⁻²	-8.344×10^{-5}	17.67×10^{-9}	273-1500	0.54	0.13
n-Hexano	C6H14	6.938	55.22 × 10 ²	-28.65×10^{-5}	57.69 × 10 °	273-1500	0.72	0.20
Hidrogeno	H ₂	29.11	-0.1916×10^{-2}	0.4003×10^{-5}	$-0.8/04 \times 10^{-9}$	273-1800	1.01	0.26
Metano	CH ₄	19.89	5.024×10^{-2}	1.269×10^{-5}	-11.01×10^{-9}	273-1500	1.33	0.57
Metanol	CH ₄ O	19.0	9.152 × 10 2	-1.22×10^{-5}	-8.039×10^{-9}	273-1000	0.18	0.08
	00	20 16	0 1675 × 10-2	0 5272 × 10-5	2 222 × 10-9	072 1900	0.90	0.27
Carbono	CO	28.10	0.1675×10^{-2}	0.5372×10^{-5}	-2.222×10^{-9}	273-1800	0.89	0.37
Nitrogeno	N ₂	28.90	-0.15/1 × 10 2	0.8081×10^{-5}	-2.8/3 × 10 °	273-1800	0.59	0.34
Óxido nitrico	NO	29.34	-0.09395 × 10 2	0.9747 × 10 °	-4.187×10^{-9}	273-1500	0.97	0.30
Oxido nitroso	N ₂ O	24.11	5.8632×10^{-2}	-3.562×10^{-5}	10.58×10^{-9}	273-1500	0.59	0.26
Uxigeno	02	25.48	1.520×10^{-2}	-0.7155×10^{-5}	1.312×10^{-9}	2/3-1800	1.19	0.28
n-Pentano	C5H12	0.774	45.43×10^{-2}	-22.40×10^{-5}	42.29×10^{-9}	2/3-1500	0.56	0.21
Propano	C ₃ H ₈	-4.04	30.48×10^{-2}	-15.72×10^{-5}	31.74×10^{-9}	2/3-1500	0.40	0.12
Propileno Trióxido de	C ₃ H ₆	3.15	23.83×10^{-2}	-12.18×10^{-5}	24.62×10^{-9}	2/3-1500	0.73	0.17
azufre	SO3	16.40	14.58×10^{-2}	-11.20×10^{-5}	32.42×10^{-9}	273-1300	0.29	0.13
Agua (vapor)	HaO	32.24	0.1923×10^{-2}	1.055×10^{-5}	-3.595×10^{-9}	273-1800	0.53	0.24

Anexo 11. c_p como una función de la temperatura (conclusión) (Fuente: CENGEL, 2012).

TABLA A-2

Fuente: B. G. Kyle, Chemical and Process Thermodynamics, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, Prentice Hall, 1984. Usada con permiso.

Ane	xo 12.	Propiedad	es de líquic	los, sólidos	y alimentos	comunes	(Fuente:	CENGEL,	2012).
	TABLA	A-3							

Propiedades de líquidos, solidos y alimentos comune	Propiedades	de líquidos.	sólidos v	alimentos	comunes
---	-------------	--------------	-----------	-----------	---------

a) Líquidos

	Datos de ebi	ullición a 1 atm	Datos de	congelación		Propiedades	de líquidos
Sustancia	Punto de ebulli- ción normal. °C	Calor latente de vaporización	Punto de conge- lación, °C	Calor latente de fusión ha, kJ/kg	Temperatura, °C	Densidad	Calor específico c., kJ/kg · K
	cion normal, c	ing, torte	idereni, e			<i>p</i> ,	
Aceite comestible					05	010	1.00
(ligero)	100	0057	0.0	222 7	25	910	1.80
Agua	100	2257	0.0	555.7	0	1000	4.22
					25	997	4.18
					50	900	4.10
					100	975	4.19
Alashal stilios	70 6	955	156	109	100	900	4.22
Alcohor ethico	/0.0	1257	-156	100	20	109	2.04
Amoniaco	-33.3	1557	-//./	522.4	-33.5	665	4.45
					-20	639	4.52
					25	603	4.00
Argón	195 0	1616	100 2	20	195 6	1204	4.00
Rencono	-165.9	394	-109.5	126	-185.6	979	1.14
n Butano	00.2	395 2	129 5	20 3	20	601	2.21
n-Dulano Dióvido do corbono	-0.5	230 5 (2 0°C)	-136.5	60.5	-0.5	202	2.51
Dioxido de carbono	-70.4	230.3 (8 0 °C)	-36.6	100	25	290	0.59
Etanol	109.1	838.3	-114.2	109	25	1100	2.40
Clicerine	196.1	074	-10.8	200.6	20	1261	2.04
Gilcerina	1/9.9	974	18.9	200.6	20	1201	2.52
Hello	-268.9	22.8			-268.9	146.2	22.8
Hidrogeno	-252.8	445.7	-259.2	59.5	-252.8	70.7	10.0
Isobutano	-11.7	367.1	-160	105.7	-11./	593.8	2.28
Mercurio	356.7	294.7	-38.9	11.4	25	13,560	0.139
Metano	-161.5	510.4	-182.2	58.4	-161.5	423	3.49
	64.5	1100	077		-100	301	5.79
Metanol	64.5	1100	-97.7	99.2	25	/8/	2.55
Nitrógeno	-195.8	198.6	-210	25.3	-195.8	809	2.06
0.1	1010	206.2	F7 F	100 7	-160	596	2.97
Octano	124.8	306.3	-57.5	180.7	20	/03	2.10
Oxigeno	-183	212.7	-218.8	13.7	-183	1141	1./1
Petroleo		230-384			20	640	2.0
Propano	-42.1	427.8	-18/./	80.0	-42.1	581	2.25
					0	529	2.53
-					50	449	3.13
Queroseno	204-293	251	-24.9		20	820	2.00
Oxígeno	-183	212.7	-218.8	13.7	-183	1141	1.71
Petróleo		230-384			20	640	2.0
Propano	-42.1	427.8	-187.7	80.0	-42.1	581	2.25
					0	529	2.53
					50	449	3.13
Queroseno	204-293	251	-24.9	-	20	820	2.00
Refrigerante 134a	-26.1	217.0	-96.6		-50	1443	1.23
Salmuera (20% de							
cloruro de sodio							
a base másica)	103.9		-17.4		20	1150	3.11
					-26.1	1374	1.27
					0	1295	1.34
					25	1207	1.43

* Temperatura de sublimación. (A presiones por debajo de la presión de punto triple de 518 kPa, el dióxido de carbono existe como un sólido o un gas. También, la temperatura de punto de congelamiento del dióxido de carbono es la temperatura de punto triple de -56.5°C.)

Anexo 13. Propiedades de líquidos, sólidos y alimentos comunes (Fuente: CENGEL, 2012). TABLA A-3

Propiedades de líquidos,	sólidos y alimer	ntos comunes (con	clusión)		
b) Sólidos (los valores sol	n para temperat	ura ambiente, exce	pto que se indique otra cosa)		
Sustancia	Densidad, ho kg/m ³	Calor específico, c _p kJ/kg · K	Sustancia	Densidad, $ ho$ kg/m ³	Calor específico c _p kJ/kg · K
Metales			No metales		
Acero dulce	7,830	0.500	Arena	1520	0.800
Aluminio			Arcilla	1000	0.920
200 K		0.797	Asfalto	2110	0.920
250 K		0.859	Caucho (blando)	1100	1.840
300 K	2,700	0.902	Caucho (duro)	1150	2.009
350 K		0.929	Concreto	2300	0.653
400 K		0.949	Diamante	2420	0.616
450 K		0.973	Grafito	2500	0.711
500 K		0.997	Granito	2700	1.017
Bronce (76% Cu. 2% Zn.	8,280	0.400	Hielo		
2% AI)	-,		200 K		1.56
Cobre			220 K		1 71
-173°C		0 254	240 K		1.86
-100°C		0.342	260 K		2.01
-50°C		0.367	273 K	921	2 11
0°C		0.381	Ladrillo común	1922	0.79
300 K	2 700	0.902	Caucho (duro)	1150	2 009
350 K	2,700	0.929	Concreto	2300	0.653
400 K		0.9/9	Diamante	2420	0.616
450 K		0.973	Grafito	2500	0.711
500 K		0.975	Granito	2700	1 017
Bronce (76% Cu 2% 7n	8 280	0.400	Hielo	2700	1.017
2% AI)	0,200	0.400	200 K		1 56
Cobro			200 K		1.50
172%		0.254	220 K		1.71
100%		0.234	240 K		2.01
=100 C		0.342	200 K	021	2.01
-50 C		0.307		921	2.11
270	8 000	0.381	Ladrillo comun	1922	0.79
27°C	8,900	0.386	Ladrillo retractario (500°C)	2300	0.960
100°C		0.393	Madera contrachapada	EAE	1.01
200°C	7.040	0.403	(abeto Douglas)	545	1.21
Hierro	7,840	0.45	Maderas duras (maple, encino, etc.)	721	1.26
Laton amarillo (65% Cu,	8 310	0.400	Maderas suaves (abeto, pino, etc.)	513	1.38
35% Zn)		10011110102020	Mármol	2600	0.880
Magnesio	1,730	1.000	Piedra	1500	0.800
Níquel	8,890	0.440	Piedra caliza	1650	0.909
Plata	10,470	0.235	Vidrio para ventanas	2700	0.800
Plomo	11,310	0.128	Vidrio pirex	2230	0.840
Tungsteno	19,400	0.130	Yeso o tabla de yeso	800	1.0

c) Alimentos

			Calor esp kJ/kg	pecífico, L·K					Calor espe kJ/kg ·	cífico, K	
Alimentos	Contenido de agua, % (masa)	Punto de conge- lación, °C	Por encima del punto de conge- lación	Por debajo del punto de conge- lación	Calor latente de fusión, kJ/kg	Alimentos	Contenido de agua, % (masa)	Punto de conge- lación, °C	Por encima del punto de conge- lación	Por debajo del punto de conge- lación	Calor latente de fusión, kJ/kg
Brócoli	90	-0.6	3.86	1.97	301	Helado	63	-5.6	2.95	1.63	210
Camarón	83	-2.2	3.62	1.89	277	Mantequilla	16		-	1.04	53
Carne de pollo	74	-2.8	3.32	1.77	247	Manzanas	84	-1.1	3.65	1.90	281
Carne de res	67		3.08	1.68	224	Naranjas	87	-0.8	3.75	1.94	291
Cerezas	80	-1.8	3.52	1.85	267	Papas	78	-0.6	3.45	1.82	261
Espinaca	93	-0.3	3.96	2.01	311	Pavo	64		2.98	1.65	214
Fresas	90	-0.8	3.86	1.97	301	Plátanos	75	-0.8	3.35	1.78	251
Huevo entero	74	-0.6	3.32	1.77	247	Queso suizo	39	-10.0	2.15	1.33	130
Leche entera	88	-0.6	3.79	1.95	294	Salmón	64	-2.2	2.98	1.65	214
Lechuga	95	-0.2	4.02	2.04	317	Sandía	93	-0.4	3.96	2.01	311
Maíz dulce	74	-0.6	3.32	1.77	247	Tomates (madure	os) 94	-0.5	3.99	2.02	314

Fuente: Los valores han sido obtenidos de varios manuales y otras fuentes, o se han calculado. El contenido de agua y los datos de punto de congelación para alimentos provienen del ASHRAE, Handbook of Fundamentals, versión SI, Atlanta, Georgia, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993, Capítulo 30, Tabla 1. El punto de congelación es la temperatura a la que comienza la congelación para frutas y verduras, así como la temperatura promedio de congelación para otros alimentos.

Anexo 14. Propiedades del agua saturada en función de la temperatura (Fuente: CENGEL, 2012). TABLA A-4

Agua s	aturada. Ta	bla de tem	peraturas									
		Volume	n específico, m ³ /kg	L	Energía ir kJ/kį	nterna, g		Entalpí kJ/kg	a,		Entropía kJ/kg · k	, (
Temp.,	Pres. sat.,	Líq. sat.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,	Líq. sat.,	Evap.,	Vapor sat.,
T °C	P _{sat} kPa	V _f	Vg	U _f	U _{fg}	и _g	h _f	h _{fg}	hg	S_f	S _{fg}	Sg
0.01	0.6117	0.001000	206.00	0.000	2374.9	2374.9	0.001	2500.9	2500.9	0.0000	9.1556	9.1556
5	0.8725	0.001000	147.03	21.019	2360.8	2381.8	21.020	2489.1	2510.1	0.0763	8.9487	9.0249
10	1.2281	0.001000	106.32	42.020	2346.6	2388.7	42.022	2477.2	2519.2	0.1511	8.7488	8.8999
15	1.7057	0.001001	77.885	62.980	2332.5	2395.5	62.982	2465.4	2528.3	0.2245	8.5559	8.7803
20	2.3392	0.001002	57.762	83.913	2318.4	2402.3	83.915	2453.5	2537.4	0.2965	8.3696	8.6661
25	3.1698	0.001003	43.340	104.83	2304.3	2409.1	104.83	2441.7	2546.5	0.3672	8.1895	8.5567
30	4.2469	0.001004	32.879	125.73	2290.2	2415.9	125.74	2429.8	2555.6	0.4368	8.0152	8.4520
35	5.6291	0.001006	25.205	146.63	2276.0	2422.7	146.64	2417.9	2564.6	0.5051	7.8466	8.3517
40	7.3851	0.001008	19.515	167.53	2261.9	2429.4	167.53	2406.0	2573.5	0.5724	7.6832	8.2556
45	9.5953	0.001010	15.251	188.43	2247.7	2436.1	188.44	2394.0	2582.4	0.6386	7.5247	8.1633
50	12.352	0.001012	12.026	209.33	2233.4	2442.7	209.34	2382.0	2591.3	0.7038	7.3710	8.0748
55	15.763	0.001015	9.5639	230.24	2219.1	2449.3	230.26	2369.8	2600.1	0.7680	7.2218	7.9898
60	19.947	0.001017	7.6670	251.16	2204.7	2455.9	251.18	2357.7	2608.8	0.8313	7.0769	7.9082
65	25.043	0.001020	6.1935	272.09	2190.3	2462.4	272.12	2345.4	2617.5	0.8937	6.9360	7.8296
70	31.202	0.001023	5.0396	293.04	2175.8	2468.9	293.07	2333.0	2626.1	0.9551	6.7989	7.7540
75	38.597	0.001026	4.1291	313.99	2161.3	2475.3	314.03	2320.6	2634.6	1.0158	6.6655	7.6812
80	47.416	0.001029	3.4053	334.97	2146.6	2481.6	335.02	2308.0	2643.0	1.0756	6.5355	7.6111
85	57.868	0.001032	2.8261	355.96	2131.9	2487.8	356.02	2295.3	2651.4	1.1346	6.4089	7.5435
90	70.183	0.001036	2.3593	376.97	2117.0	2494.0	377.04	2282.5	2659.6	1.1929	6.2853	7.4782
95	84.609	0.001040	1.9808	398.00	2102.0	2500.1	398.09	2269.6	2667.6	1.2504	6.1647	7.4151
100	101.42	0.001043	1.6720	419.06	2087.0	2506.0	419.17	2256.4	2675.6	1.3072	6.0470	7.3542
105	120.90	0.001047	1.4186	440.15	2071.8	2511.9	440.28	2243.1	2683.4	1.3634	5.9319	7.2952
110	143.38	0.001052	1.2094	461.27	2056.4	2517.7	461.42	2229.7	2691.1	1.4188	5.8193	7.2382
115	169.18	0.001056	1.0360	482.42	2040.9	2523.3	482.59	2216.0	2698.6	1.4737	5.7092	7.1829
120	198.67	0.001060	0.89133	503.60	2025.3	2528.9	503.81	2202.1	2706.0	1.5279	5.6013	7.1292
125	232.23	0.001065	0.77012	524.83	2009.5	2534.3	525.07	2188.1	2713.1	1.5816	5.4956	7.0771
130	270.28	0.001070	0.66808	546.10	1993.4	2539.5	546.38	2173.7	2720.1	1.6346	5.3919	7.0265
135	313.22	0.001075	0.58179	567.41	1977.3	2544.7	567.75	2159.1	2726.9	1.6872	5.2901	6.9773
140	361.53	0.001080	0.50850	588.77	1960.9	2549.6	589.16	2144.3	2733.5	1.7392	5.1901	6.9294
145	415.68	0.001085	0.44600	610.19	1944.2	2554.4	610.64	2129.2	2739.8	1.7908	5.0919	6.8827
150	476.16	0.001091	0.39248	631.66	1927.4	2559.1	632.18	2113.8	2745.9	1.8418	4.9953	6.8371
155	543.49	0.001096	0.34648	653.19	1910.3	2563.5	653.79	2098.0	2751.8	1.8924	4.9002	6.7927
160	618.23	0.001102	0.30680	674.79	1893.0	2567.8	675.47	2082.0	2757.5	1.9426	4.8066	6.7492
165	700.93	0.001108	0.27244	696.46	1875.4	2571.9	697.24	2065.6	2762.8	1.9923	4.7143	6.7067
170	792.18	0.001114	0.24260	718.20	1857.5	2575.7	719.08	2048.8	2767.9	2.0417	4.6233	6.6650
175	892.60	0.001121	0.21659	740.02	1839.4	2579.4	741.02	2031.7	2772.7	2.0906	4.5335	6.6242
180	1002.8	0.001127	0.19384	761.92	1820.9	2582.8	763.05	2014.2	2777.2	2.1392	4.4448	6.5841
185	1123.5	0.001134	0.17390	783.91	1802.1	2586.0	785.19	1996.2	2781.4	2.1875	4.3572	6.5447
190	1255.2	0.001141	0.15636	806.00	1783.0	2589.0	807.43	1977.9	2785.3	2.2355	4.2705	6.5059
195	1398.8	0.001149	0.14089	828.18	1763.6	2591.7	829.78	1959.0	2788.8	2.2831	4.1847	6.4678

Anexo 15. Propiedades del agua saturada en función de la temperatura (Fuente: CENGEL, 2012). TABLA A-4

		Volume	n específico, m ³ /kg	E	Energía in kJ/kg	nterna, g		Entalpí kJ/kg	a,		Entropía kJ/kg · k	, (
Temp., <i>T</i> °C	Pres. sat., <i>P</i> _{sat} kPa	Líq. sat, v _f	Vapor sat., v _e	Líq. sat., <i>u_f</i>	Evap., <i>u_{fg}</i>	Vapor sat., <i>u_g</i>	Líq. sat., <i>h</i> f	Evap., h _{fg}	Vapor sat., h _g	Líq. sat., s _f	Evap., <i>s_{fg}</i>	Vapor sat., <i>s</i> g
205	1724.3	0.001164	0.11508	872.86	1723.5	2596.4	874.87	1920.0	2794.8	2.3776	4.0154	6.3930
210	1907.7	0.001173	0.10429	895.38	1702.9	2598.3	897.61	1899.7	2797.3	2.4245	3.9318	6.3563
215	2105.9	0.001181	0.094680	918.02	1681.9	2599.9	920.50	1878.8	2799.3	2.4712	3.8489	6.3200
220	2319.6	0.001190	0.086094	940.79	1660.5	2601.3	943.55	1857.4	2801.0	2.5176	3.7664	6.2840
225	2549.7	0.001199	0.078405	963.70	1638.6	2602.3	966.76	1835.4	2802.2	2.5639	3.6844	6.2483
230	2797.1	0.001209	0.071505	986.76	1616.1	2602.9	990.14	1812.8	2802.9	2.6100	3.6028	6.2128
235	3062.6	0.001219	0.065300	1010.0	1593.2	2603.2	1013.7	1789.5	2803.2	2.6560	3.5216	6.1775
240	3347.0	0.001229	0.059707	1033.4	1569.8	2603.1	1037.5	1765.5	2803.0	2.7018	3.4405	6.1424
245	3651.2	0.001240	0.054656	1056.9	1545.7	2602.7	1061.5	1740.8	2802.2	2.7476	3.3596	6.1072
250	3976.2	0.001252	0.050085	1080.7	1521.1	2601.8	1085.7	1715.3	2801.0	2.7933	3.2788	6.0721
255 260 265 270 265 270 275	4322.9 4692.3 5085.3 5503.0 5085.3 5503.0 5946.4	0.001263 0.001276 0.001289 0.001303 0.001289 0.001303 0.001317	0.045941 0.042175 0.038748 0.035622 0.038748 0.035622 0.035622 0.032767	1104.7 1128.8 1153.3 1177.9 1153.3 1177.9 1202.9	1495.8 1469.9 1443.2 1415.7 1443.2 1415.7 1387.4	2600.5 2598.7 2596.5 2593.7 2596.5 2593.7 2593.7 2590.3	1110.1 1134.8 1159.8 1185.1 1159.8 1185.1 1210.7	1689.0 1661.8 1633.7 1604.6 1633.7 1604.6 1574.5	2799.1 2796.6 2793.5 2789.7 2793.5 2789.7 2789.7 2785.2	2.8390 2.8847 2.9304 2.9762 2.9304 2.9762 3.0221	3.1979 3.1169 3.0358 2.9542 3.0358 2.9542 2.8723	6.0369 6.0017 5.9662 5.9305 5.9662 5.9305 5.9305 5.8944
280	6416.6	0.001333	0.030153	1228.2	1358.2	2586.4	1236.7	1543.2	2779.9	3.0681	2.7898	5.8579
285	6914.6	0.001349	0.027756	1253.7	1328.1	2581.8	1263.1	1510.7	2773.7	3.1144	2.7066	5.8210
290	7441.8	0.001366	0.025554	1279.7	1296.9	2576.5	1289.8	1476.9	2766.7	3.1608	2.6225	5.7834
295	7999.0	0.001384	0.023528	1306.0	1264.5	2570.5	1317.1	1441.6	2758.7	3.2076	2.5374	5.7450
300	8587.9	0.001404	0.021659	1332.7	1230.9	2563.6	1344.8	1404.8	2749.6	3.2548	2.4511	5.7059
305	9209.4	0.001425	0.019932	1360.0	1195.9	2555.8	1373.1	1366.3	2739.4	3.3024	2.3633	5.6657
310	9865.0	0.001447	0.018333	1387.7	1159.3	2547.1	1402.0	1325.9	2727.9	3.3506	2.2737	5.6243
315	10,556	0.001472	0.016849	1416.1	1121.1	2537.2	1431.6	1283.4	2715.0	3.3994	2.1821	5.5816
320	11,284	0.001499	0.015470	1445.1	1080.9	2526.0	1462.0	1238.5	2700.6	3.4491	2.0881	5.5372
325	12,051	0.001528	0.014183	1475.0	1038.5	2513.4	1493.4	1191.0	2684.3	3.4998	1.9911	5.4908
330	12,858	0.001560	0.012979	1505.7	993.5	2499.2	1525.8	1140.3	2666.0	3.5516	1.8906	5.4422
335	13,707	0.001597	0.011848	1537.5	945.5	2483.0	1559.4	1086.0	2645.4	3.6050	1.7857	5.3907
340	14,601	0.001638	0.010783	1570.7	893.8	2464.5	1594.6	1027.4	2622.0	3.6602	1.6756	5.3358
345	15,541	0.001685	0.009772	1605.5	837.7	2443.2	1631.7	963.4	2595.1	3.7179	1.5585	5.2765
350	16,529	0.001741	0.008806	1642.4	775.9	2418.3	1671.2	892.7	2563.9	3.7788	1.4326	5.2114
355	17,570	0.001808	0.007872	1682.2	706.4	2388.6	1714.0	812.9	2526.9	3.8442	1.2942	5.1384
360	18,666	0.001895	0.006950	1726.2	625.7	2351.9	1761.5	720.1	2481.6	3.9165	1.1373	5.0537
365	19,822	0.002015	0.006009	1777.2	526.4	2303.6	1817.2	605.5	2422.7	4.0004	0.9489	4.9493
370	21,044	0.002217	0.004953	1844.5	385.6	2230.1	1891.2	443.1	2334.3	4.1119	0.6890	4.8009
373.95	22,064	0.003106	0.003106	2015.7	0	2015.7	2084.3	0	2084.3	4.4070	0	4.4070

Fuente: Las tablas A-4 a A-8 fueron generadas utilizando el programa para resolver ecuaciones de ingeniería (EES) desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. La rutina utilizada en los cálculos es la altamente precisa Steam_IAPWS, que incorpora la Formulación 1995 para las Propiedades Termodinámicas de la Sustancia Agua Ordinaria para Uso Científico y General, editada por The International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS). Esta formulación reemplaza a la formulación de 1984 de Haar, Gallagher y Kell (NBS/NRC Steam Tables, Hemisphere Publishing Co., 1984), la cual está también disponible en EES como la rutina STEAM. La nueva formulación se basa en las correlaciones de Saul y Wagner (J. Phys. Chem. Ref. Data, 16, 893, 1987) con modificaciones para ajustarla a la Escala Internacional de Temperaturas de 1990. Las modificaciones están descritas por Wagner y Pruss (J. Phys. Chem. Ref. Data, 22, 783, 1993). Las propiedades del hielo están basadas en Hyland y Wexler, "Formulations for the Thermodynamic Properties of the Saturated Phases of H₂O from 173.15 K a 473.15 K", *ASHRAE Trans.*, Part 2A, Paper 2793, 1983.

Pres., <i>P</i> kPa	Temp. sat., T _{sat} °C	Volumen específico, m ³ /kg		Energía interna, kJ/kg			Entalpía, kJ/kg			Entropía, kJ/kg · K		
		Líq. sat., v _f	Vapor sat., v _g	Líq. sat., u _f	Evap., <i>u_{fg}</i>	Vapor sat., u _g	Líq. sat, h _f	Evap., <i>h_{fg}</i>	Vapor sat., h _g	Líq. sat., s _f	Evap.,	Vapor sat.,
											S _{fg}	Sg
1.0	6.97	0.001000	129.19	29.302	2355.2	2384.5	29.303	2484.4	2513.7	0.1059	8.8690	8.974
1.5	13.02	0.001001	87.964	54.686	2338.1	2392.8	54.688	2470.1	2524.7	0.1956	8.6314	8.827
2.0	17.50	0.001001	66.990	73.431	2325.5	2398.9	73.433	2459.5	2532.9	0.2606	8.4621	8.722
2.5	21.08	0.001002	54,242	88,422	2315.4	2403.8	88.424	2451.0	2539.4	0.3118	8.3302	8.642
3.0	24.08	0.001003	45.654	100.98	2306.9	2407.9	100.98	2443.9	2544.8	0.3543	8.2222	8.576
10	28.96	0.001004	3/ 701	121 30	2203 1	2414 5	121 30	21323	2553 7	0 1221	8 0510	8 173
5.0	32.87	0.001005	28 185	127.75	2282 1	2419.8	137 75	2423.0	2560.7	0.4762	7 9176	8 303
7.5	10.20	0.001003	10 233	168 74	2261 1	2419.0	168 75	2425.0	2500.7	0.4702	7 6738	8 250
10	40.29	0.001008	19.233	100.74	2201.1	2429.0	101.75	2405.5	2574.0	0.5703	7.0730	0.200
15	43.01	0.001010	10.020	225.93	2245.4	2437.2	225.94	2392.1	2598.3	0.75492	7 2522	8.00
20	60.06	0.001017	7 6 4 9 1	251.40	2204 6	2440.0	251.40	2072.0	2000.0	0.0000	7.0750	7.007
20	60.06	0.001017	7.6481	251.40	2204.6	2456.0	251.42	2357.5	2608.9	0.8320	1.0752	7.90
25	64.96	0.001020	6.2034	2/1.93	2190.4	2462.4	2/1.96	2345.5	2617.5	0.8932	6.9370	7.830
30	69.09	0.001022	5.2287	289.24	21/8.5	2467.7	289.27	2335.3	2624.6	0.9441	6.8234	1.76
40	/5.86	0.001026	3.9933	317.58	2158.8	2476.3	317.62	2318.4	2636.1	1.0261	6.6430	1.66
50	81.32	0.001030	3.2403	340.49	2142.7	2483.2	340.54	2304.7	2645.2	1.0912	6.5019	7.59
75	91.76	0.001037	2.2172	384.36	2111.8	2496.1	384.44	2278.0	2662.4	1.2132	6.2426	7.45
100	99.61	0.001043	1.6941	417.40	2088.2	2505.6	417.51	2257.5	2675.0	1.3028	6.0562	7.35
101.325	99.97	0.001043	1.6734	418.95	2087.0	2506.0	419.06	2256.5	2675.6	1.3069	6.0476	7.35
125	105.97	0.001048	1.3750	444.23	2068.8	2513.0	444.36	2240.6	2684.9	1.3741	5.9100	7.28
150	111.35	0.001053	1.1594	466.97	2052.3	2519.2	467.13	2226.0	2693.1	1.4337	5.7894	7.22
175	116.04	0.001057	1.0037	486.82	2037.7	2524.5	487.01	2213.1	2700.2	1.4850	5.6865	7.17
200	120.21	0.001061	0.88578	504.50	2024.6	2529.1	504.71	2201.6	2706.3	1.5302	5.5968	7.12
225	123.97	0.001064	0.79329	520.47	2012.7	2533.2	520.71	2191.0	2711.7	1.5706	5.5171	7.08
250	127.41	0.001067	0.71873	535.08	2001.8	2536.8	535.35	2181.2	2716.5	1.6072	5.4453	7.05
275	130.58	0.001070	0.65732	548.57	1991.6	2540.1	548.86	2172.0	2720.9	1.6408	5.3800	7.02
300	133.52	0.001073	0.60582	561.11	1982.1	2543.2	561.43	2163.5	2724.9	1.6717	5.3200	6.99
325	136.27	0.001076	0.56199	572.84	1973.1	2545.9	573.19	2155.4	2728.6	1.7005	5.2645	6.96
350	138.86	0.001079	0.52422	583.89	1964.6	2548.5	584.26	2147.7	2732.0	1.7274	5.2128	6.94
375	141.30	0.001081	0.49133	594.32	1956 6	2550 9	594.73	2140 4	2735 1	1.7526	5.1645	6.91
400	143.61	0.001084	0.46242	604.22	1948.9	2553.1	604.66	2133.4	2738.1	1.7765	5.1191	6.89
150	147 00	0.001088	0 /1302	622 65	1034 5	2557 1	623 14	2120 3	27/13 /	1 8205	5 0356	6.85
500	151 83	0.001088	0.37/83	630 54	1934.3	2560 7	640.00	2120.3	2743.4	1.8604	1 9603	6.82
550	155.46	0.001093	0.3/403	655 16	1008 9	2563.0	655 77	2006.6	2740.1	1 8070	4.9003	6.79
600	159.40	0.001097	0.34201	660 72	1900.0	2566.9	670.39	2090.0	2756.2	1 0300	4.0910	6.75
550	161 09	0.001101	0.31360	683 37	1886 1	2560 4	681 08	2005.0	2750.2	1.9500	4.0200	6.72
550	101.90	0.001104	0.29200	003.37	1000.1	2009.4	004.00	2075.5	2109.0	1.9025	4.7099	0.75
700	164.95	0.001108	0.27278	696.23	1875.6	2571.8	697.00	2065.8	2762.8	1.9918	4.7153	6.70
/50	167.75	0.001111	0.25552	708.40	1865.6	2574.0	709.24	2056.4	2765.7	2.0195	4.6642	6.68

Anexo 16. Propiedades del agua saturada en función de la presión (Fuente: CENGEL, 2012). TABLA A-5

Ane	xo 17 . Propiedades d	el agua saturada	en función de	e la presión	(Fuente:	CENGEL,	2012).
1	ABLA A-5						

Pres., <i>P</i> kPa	Temp. sat., <i>T</i> _{sat} °C	Volumen específico, m³/kg		Energía interna, kJ/kg			Entalpía, kJ/kg			Entropía, kJ/kg · K		
		Líq. sat., v _f	Vapor sat., v _g	Líq. sat., <i>u_f</i>	Evap., u _{fg}	Vapor sat., <i>u_g</i>	Líq. sat, h _f	Evap., <i>h_{fg}</i>	Vapor sat., <i>h_g</i>	Líq. sat., <i>s_f</i>	Evap., s _{fg}	Vapor sat., <i>s</i> g
800	170.41	0.001115	0.24035	719.97	1856.1	2576.0	720.87	2047.5	2768.3	2.0457	4.6160	6.6616
850	172.94	0.001118	0.22690	731.00	1846.9	2577.9	731.95	2038.8	2770.8	2.0705	4.5705	6.6409
900	175.35	0.001121	0.21489	741.55	1838.1	2579.6	742.56	2030.5	2773.0	2.0941	4.5273	6.6213
950	177.66	0.001124	0.20411	751.67	1829.6	2581.3	752.74	2022.4	2775.2	2.1166	4.4862	6.6027
1000	179.88	0.001127	0.19436	761.39	1821.4	2582.8	762.51	2014.6	2777.1	2.1381	4.4470	6.5850
1100	184.06	0.001133	0.17745	779.78	1805.7	2585.5	781.03	1999.6	2780.7	2.1785	4.3735	6.5520
1200	187.96	0.001138	0.16326	796.96	1790.9	2587.8	798.33	1985.4	2783.8	2.2159	4.3058	6.5217
1300	191.60	0.001144	0.15119	813.10	1776.8	2589.9	814.59	1971.9	2786.5	2.2508	4.2428	6.4936
1400	195.04	0.001149	0.14078	828.35	1763.4	2591.8	829.96	1958.9	2788.9	2.2835	4.1840	6.4675
1500	198.29	0.001154	0.13171	842.82	1750.6	2593.4	844.55	1946.4	2791.0	2.3143	4.1287	6.4430
1750	205.72	0.001166	0.11344	876.12	1720.6	2596.7	878.16	1917.1	2795.2	2.3844	4.0033	6.3877
2000	212.38	0.001177	0.099587	906.12	1693.0	2599.1	908.47	1889.8	2798.3	2.4467	3.8923	6.3390
2250	218.41	0.001187	0.088717	933.54	1667.3	2600.9	936.21	1864.3	2800.5	2.5029	3.7926	6.2954
2500	223.95	0.001197	0.079952	958.87	1643.2	2602.1	961.87	1840.1	2801.9	2.5542	3.7016	6.2558
3000	233.85	0.001217	0.066667	1004.6	1598.5	2603.2	1008.3	1794.9	2803.2	2.6454	3.5402	6.1856
3500	242.56	0.001235	0.057061	1045.4	1557.6	2603.0	1049.7	1753.0	2802.7	2.7253	3.3991	6.1244
4000	250.35	0.001252	0.049779	1082.4	1519.3	2601.7	1087.4	1713.5	2800.8	2.7966	3.2731	6.0696
5000	263.94	0.001286	0.039448	1148.1	1448.9	2597.0	1154.5	1639.7	2794.2	2.9207	3.0530	5.9737
6000	275.59	0.001319	0.032449	1205.8	1384.1	2589.9	1213.8	1570.9	2784.6	3.0275	2.8627	5.8902
7000	285.83	0.001352	0.027378	1258.0	1323.0	2581.0	1267.5	1505.2	2772.6	3.1220	2.6927	5.8148
8000	295.01	0.001384	0.023525	1306.0	1264.5	2570.5	1317.1	1441.6	2758.7	3.2077	2.5373	5.7450
9000	303.35	0.001418	0.020489	1350.9	1207.6	2558.5	1363.7	1379.3	2742.9	3.2866	2.3925	5.6791
10,000	311.00	0.001452	0.018028	1393.3	1151.8	2545.2	1407.8	1317.6	2725.5	3.3603	2.2556	5.6159
11,000	318.08	0.001488	0.015988	1433.9	1096.6	2530.4	1450.2	1256.1	2706.3	3.4299	2.1245	5.5544
12,000	324.68	0.001526	0.015988	1473.0	1041.3	2514.3	1491.3	1194.1	2685.4	3.4964	1.9975	5.4939
13,000	330.85	0.001566	0.012781	1511.0	985.5	2496.6	1531.4	1131.3	2662.7	3.5606	1.8730	5.4336
14,000	336.67	0.001610	0.011487	1548.4	928.7	2477.1	1571.0	1067.0	2637.9	3.6232	1.7497	5.3728
15,000	342.16	0.001657	0.010341	1585.5	870.3	2455.7	1610.3	1000.5	2610.8	3.6848	1.6261	5.3108
16,000	347.36	0.001710	0.009312	1622.6	809.4	2432.0	1649.9	931.1	2581.0	3.7461	1.5005	5.2466
17,000	352.29	0.001770	0.008374	1660.2	745.1	2405.4	1690.3	857.4	2547.7	3.8082	1.3709	5.1791
18,000	356.99	0.001840	0.007504	1699.1	675.9	2375.0	1732.2	777.8	2510.0	3.8720	1.2343	5.1064
19,000	361.47	0.001926	0.006677	1740.3	598.9	2339.2	1776.8	689.2	2466.0	3.9396	1.0860	5.0256
20,000	365.75	0.002038	0.005862	1785.8	509.0	2294.8	1826.6	585.5	2412.1	4.0146	0.9164	4.9310
21,000	369.83	0.002207	0.004994	1841.6	391.9	2233.5	1888.0	450.4	2338.4	4.1071	0.7005	4.8076
22,000	373.71	0.002703	0.003644	1951.7	140.8	2092.4	2011.1	161.5	2172.6	4.2942	0.2496	4.5439
22,064	373.95	0.003106	0.003106	2015.7	0	2015.7	2084.3	0	2084.3	4.4070	0	4.4070