

TERMODINÁMICA PARA INGENIEROS

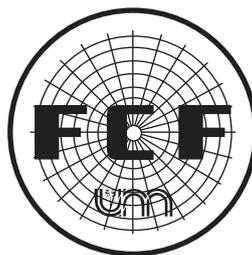
Material didáctico complementario

Parte 1

Javier Alejandro Cequeira

Cátedra: Termodinámica

Colección: Cuadernos de Cátedra



Facultad de Ciencias Forestales
Universidad Nacional de Misiones

Cequeira, Javier Alejandro
Termodinámica para ingenieros : material didáctico complementario :
parte 1 / Javier Alejandro Cequeira. - 1a ed - Posadas : Universidad
Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Forestales, 2024.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-766-238-6

1. Ingeniería. 2. Energía. 3. Materiales Didácticos. I. Título.
CDD 620.007

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES	8
1.1. Energía, Trabajo y Calor	8
1.2. Primera Ley de la Termodinámica	13
1.3. Sistemas Cerrados.....	14
1.4. Definiciones	15
1.5. Procesos	16
1.5.1. Procesos Reversibles e Irreversibles	16
1.6. Segunda Ley de la Termodinámica	21
1.6.1. Entropía.....	27
1.6.2. La Primera Expresión $T \cdot ds$ y la Primera Ley	30
1.7. Sistemas Abiertos	31
1.7.1. Ley de Conservación de la Energía	32
1.8. Forma “más” General de la Ecuación de la Primera Ley	36
2. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES	38
2.1. Revisión	38
2.2. Entropía (continuación)	38
2.3. Segunda Expresión $T \cdot ds$	41
2.4. Análisis Termodinámico	41
2.4.1. Finalidad de este Análisis.....	41
2.4.2. Análisis de una Turbina a Vapor	43
2.5. Conclusiones de un Cuestionario Evaluativo	48
3. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES	51
3.1. Tablas de Propiedades Termodinámicas.....	51
3.2. Superficies y Diagramas Termodinámicos	55
3.3. Definiciones Inherentes a los Diagramas.....	60
3.4. Sistema de Dos Fases: Mezcla Húmeda	63
3.4.1. Propiedades de la Mezcla Húmeda.....	64
4. TABLAS DEL VAPOR.....	69
4.1. Introducción	69
4.2. División de las Tablas de Propiedades	70
5. TRABAJO DE BOMBA.....	77
5.1. El Proceso de Bombear	77

5.2. Idealización y Aproximación de la Compresión en la Bomba	80
6. PROCESOS ADIABÁTICOS.....	85
6.1. Introducción	85
6.2. El Estrangulamiento y el Título de Vapor	87
6.3. Funcionamiento del Calorímetro de Estrangulamiento	91
7. PRODUCCIÓN DE CALDERAS.....	93
7.1. Introducción	93
7.2. Producción de Caldera	94
7.3. Calor Agregado y Poder Calorífico	96
7.4. Rendimiento de Caldera.....	97
7.5. Otros Aspectos Generales de las Calderas	98
8. CICLOS DE PODER (PARTE 1)	105
8.1. Introducción	105
8.2. Caracterización de los Ciclos de Poder.....	106
8.3. Base de Comparación: Ciclo de Carnot	107
8.4. Base de Comparación: Ciclo Rankine	110
8.4.1. Descripción del Diagrama de Energía del Ciclo Rankine.....	110
8.4.2. Ciclo Rankine Ideal y Real.....	114
8.4.3. Subsistemas del Ciclo Rankine	117
8.4.3.1. Caldera	118
8.4.3.2. Turbina	119
9. CICLOS DE PODER (PARTE 2).....	122
9.1. Subsistemas del Ciclo Rankine (continuación)	122
9.1.1. Condensador	122
9.1.2. Compresión de Líquido Subenfriado	124
9.1.3. Bomba	125
9.1.4. Tubería Principal	127
9.2. Conceptos de Interés en Ciclos de Potencia de Vapor.....	129
10. MÁQUINAS TÉRMICAS	135
10.1. Conjunto Moto – Generador.....	135
10.1.1. Máquina de Expansión Incompleta o de Watt.....	138
10.1.2. Máquina de Watt en el Ciclo Rankine	142
10.2. Conjunto Turbo – Generador	144

10.3. Gasto Específico de Calor	147
11. PÉRDIDAS EN LA MÁQUINA A VAPOR Y EN LA TUBERÍA PRINCIPAL	149
11.1. Pérdidas en la Máquina a Vapor.....	149
11.2. Pérdidas en la Tubería Principal.....	154
12. BIBLIOGRAFÍA.....	163
13. ANEXO.....	164
13.1. Glosario	164

Prólogo

Esta publicación es el resultado de la ardua elaboración personal, durante más de cinco años, de la redacción de un material que contenga nociones, conceptos, definiciones y ejemplificaciones, que contribuyan, enriquezcan, formalicen y/o amplíen el contenido que se aborda en los primeros cursos del fascinante mundo de la Termodinámica de las carreras de ingeniería.

De esta manera, el contenido desarrollado es pertinente y relevante a la *cátedra de Termodinámica* de la Facultad de Ciencias Forestales, y busca aportar un recurso didáctico complementario para los estudiantes de grado de la carrera Ingeniería en Industrias de la Madera e Ingeniería Forestal de dicha institución, siendo extensivo, también, a docentes que consideren oportuno incorporar este trabajo como un valioso complemento para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La parte fundamental de esta redacción es el estudio de los *ciclos de poder* y los *ciclos de refrigeración*, estando, el contenido completo, estructurado en 25 capítulos¹, de los cuales 11 corresponden a esta primera parte. Desde luego, ambas partes están interrelacionadas entre sí.

Por otro lado, en todo el documento se ha conservado el punto de vista de la ingeniería, y el lector pronto ha de adquirir conciencia que está incorporando saberes relativos a su futura profesión. En este sentido, se le advierte con frecuencia y de varios modos, las limitaciones de los modelos ideales. Cabe destacar aquí, que, la herramienta más poderosa que tiene la Termodinámica es la idealización, la idealización de procesos: “los procesos reversibles”, y la idealización de los sistemas: “el gas ideal”.

Finalmente, y no por ello menos importante, no se puede silenciar el reconocimiento a quien fuera responsable de la cátedra de Termodinámica II de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción, perteneciente a la Escuela Superior Politécnica del

¹ Con frecuencia aludidos bajo la designación de “Clases”.

Litoral (Guayaquil-Ecuador), el Profesor MSc. Ing. Eduardo Rivadeneira Pazmiño, cuyas clases se han tomado como base para la preparación de éste material, respetando su desarrollo secuencial y pedagógico.

Cualquier tema referente a esta documentación, como así también, los errores en que se pudiere haber incurrido, se solicita sea comunicado directamente a través del correo electrónico:

javiercequeira@yahoo.com.ar

Se debe comprender al finalizar la lectura de este material, que no importa cuán bella sea, toda teoría necesita ser verificada en la práctica.

1. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES

1.1. Energía, Trabajo y Calor

La energía es un concepto esencial de la ciencia y como se ha de analizar posteriormente, su conservación constituye uno de los principios básicos de la Termodinámica, disciplina esta, que se ocupa de estudiar las transferencias de **energía**. Teniendo en cuenta ello, lo primero que hay que comprender, entonces, es: qué es la energía. En este sentido, se puede decir, en principio, que la energía es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo², sin embargo, esta es una respuesta parcial y acotada que no la explica en su totalidad, ya que la energía puede manifestarse de muchas maneras y no solamente mediante el trabajo (como se argumenta enseguida cuando se ofrece una definición del calor).

Sin embargo, es cierto, que también el **trabajo** tiene distintos tipos de manifestaciones, en efecto, cada vez que una *fuerza* mueve un objeto allí hay trabajo, o, por ejemplo, cuando una máquina en funcionamiento disipa altos niveles de *ruido*, este proviene de una fuerza que está aplicándose a algo, con lo cual dicha máquina tiene que estar consumiendo energía para producirlo. La *compresión de un resorte* también es otro caso, en el que no necesariamente se está aplicando una fuerza para desplazar una masa, pero, sí se está desplazando una resistencia³.

Los ejemplos dados en el párrafo anterior representan *formas mecánicas del trabajo*⁴, sin embargo, algunos modos de trabajo encontrados en la práctica son de naturaleza no mecánica, pero pueden tratarse de manera similar si se identifica una *fuerza generalizada* F que actúa en dirección de un *desplazamiento generalizado* x . Entonces, el trabajo W relacionado con el

² Entre las diversas definiciones de energía, esta es la que se puede encontrar en la mayoría de las enciclopedias, diccionarios científicos y tratados de física (DE LUCAS MARTÍNEZ, 1999).

³ De hecho, una forma de definir el trabajo mecánico es el siguiente: Un hombre o una máquina realiza trabajo cuando vence una resistencia a lo largo de un camino (MAIZTEGUI y SABATO, 1965).

⁴ Una forma mecánica del trabajo de particular importancia que se ha de deducir más adelante, es el trabajo de expansión o compresión en un sistema gaseoso.

desplazamiento diferencial bajo la influencia de esa fuerza se determina a partir de:

$$dW = F \cdot dx.$$

Algunos ejemplos de *modos no mecánicos de trabajo* son el trabajo eléctrico, en el que la fuerza generalizada es el voltaje (el potencial eléctrico) y el desplazamiento generalizado es la carga eléctrica, y el trabajo magnético, donde la fuerza generalizada es la intensidad del campo magnético y el desplazamiento generalizado es el momento dipolar magnético. El tratamiento detallado de éstos últimos tipos de trabajo escapan al contenido del curso, sin embargo, el primero de ellos suele aparecer con relativa frecuencia en problemas típicos basados en la resolución de sistemas termodinámicos⁵ y de allí la importancia de esta exposición.

Por otra parte, según CENGEL y BOLES (2012), el **calor** Q se define como la forma de energía que se transfiere entre dos sistemas (o entre un sistema y el exterior) debido a una diferencia de temperatura. Es decir, el calor se manifiesta solo cuando existe una diferencia de temperaturas. Se deduce entonces que no puede haber ninguna transferencia de calor entre dos sistemas que se hallan a la misma temperatura, lo cual constituye un *principio de la transmisión de calor*.

En forma ampliada a la idea anterior, piense en una experiencia común en la que una taza de café caliente colocada sobre una mesa se enfría con el tiempo, y que una bebida fría se entibie en algún momento, así, cuando un cuerpo se pone en contacto con otro que está a una temperatura diferente, el calor se transfiere del que está caliente al frío hasta que ambos alcanzan la misma temperatura. En ese punto se detiene la transferencia de calor y se dice que

⁵ El concepto de sistema se expone a continuación en esta sección.

los dos cuerpos han alcanzado el **equilibrio térmico**: para el cual el único requerimiento es la igualdad de temperatura⁶.

Ahora bien, tanto el calor como el trabajo aludido son transitorios, es decir, dependen de la trayectoria del proceso⁷ y se denominan *funciones de trayectoria*, *funciones de línea* o *funciones de camino* según el autor que trate el tema. En otras palabras, las funciones de trayectoria dependen de la forma que tenga la curva de proceso, siendo, por tanto, *diferenciales inexactas* que se denotan con el símbolo \vec{d} .⁸ De esta manera, una cantidad diferencial de calor o trabajo se representan, respectivamente, mediante $\vec{d}Q$ y $\vec{d}W$, en lugar de dQ o dW . En contraposición, las propiedades termodinámicas que se definen en la Sección 1.4, no dependen de la trayectoria del proceso y se denominan *funciones de punto* o *funciones de estado*, siendo, por tanto, *diferenciales exactas* designadas por el conocido símbolo d .

Para una mejor comprensión de lo anterior considere un cambio diferencial en alguna propiedad termodinámica, por ejemplo, el volumen, así, para obtener su variación total durante un proceso entre los estados 1 y 2, debe integrarse, verificándose: $\int_1^2 dV = V_2 - V_1 = \Delta V$. Es decir, el cambio de volumen siempre se podrá calcular como la diferencia entre el valor en el estado final menos el inicial; y este valor es exacto. Sin embargo, si entre estos dos mismos estados se integra el diferencial de calor o trabajo, se obtiene, respectivamente, el calor y el trabajo

⁶ El concepto de equilibrio térmico se formaliza con la **Ley Cero de la Termodinámica**. ley, que, como indica su nombre, representa un principio físico fundamental, siendo reconocido más de medio siglo después de la formulación de la primera y segunda. Se llamó ley cero puesto que debía preceder a éstas últimas.

⁷ Entiéndase aquí al proceso, como una evolución o transformación termodinámica que se define en la Sección 1.5.

⁸ Es habitual que otros autores (por ejemplo, CENGEL y BOLES, 2012) utilicen la letra griega *delta* δ para representar este tipo de diferencial.

transferido entre 1 y 2, en símbolos: $\int_1^2 dQ = Q_{1a2}$ y $\int_1^2 dW = W_{1a2}$. Es decir, no existe calor en 1 y calor en 2: el calor se transfiere de 1 a 2 (Q_{1a2}), lo mismo vale para el trabajo⁹, **Figura 1**.

La integral de un cambio diferencial de trabajo o calor entre dos estados, representa, respectivamente, el trabajo o el calor transferidos. En símbolos:

$$\left. \begin{array}{l} \int_1^2 dQ = Q \\ \int_1^2 dW = W \end{array} \right\} \rightarrow \text{Diferenciales Inexactas} \rightarrow \text{Funciones de Camino}$$

La integral de un cambio diferencial de una propiedad termodinámica entre dos estados, es exactamente la diferencia entre el valor final y el inicial, por ejemplo, para el volumen:

$$\left. \int_1^2 dV = \underbrace{V_2 - V_1}_{\Delta V} \right\} \rightarrow \text{Diferenciales Exactas} \rightarrow \text{Funciones de Estado}$$

Figura 1. El Trabajo y el Calor son Funciones de Trayectoria asociadas a Diferenciales Inexactas. Las Propiedades de Estado son funciones de Punto Asociadas a Diferenciales Exactas (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En forma extendida, y como nota de cierre de estos conceptos desarrollados, se ha visto que todas las propiedades termodinámicas son funciones de estado, sin embargo, no todas las funciones de estado son propiedades termodinámicas, por ejemplo, la energía cinética EC , la cual puede calcularse como: $\int_1^2 dEC = EC_2 - EC_1$, aunque esta no es una propiedad termodinámica.

⁹ Por ello es incorrecto utilizar la expresión ΔQ o ΔW . Posteriormente en la Sección 1.6.1, se analizan las curvas de proceso en los diagramas $T-s$ y $P-v$ mediante las cuales se visualiza más claramente lo expuesto respecto de las funciones de camino.

Por otra parte, en este hilo de definiciones y previo al análisis de la primera ley, es menester definir y comprender algunos conceptos importantes, refiérase, para ello, a la **Figura 2**.

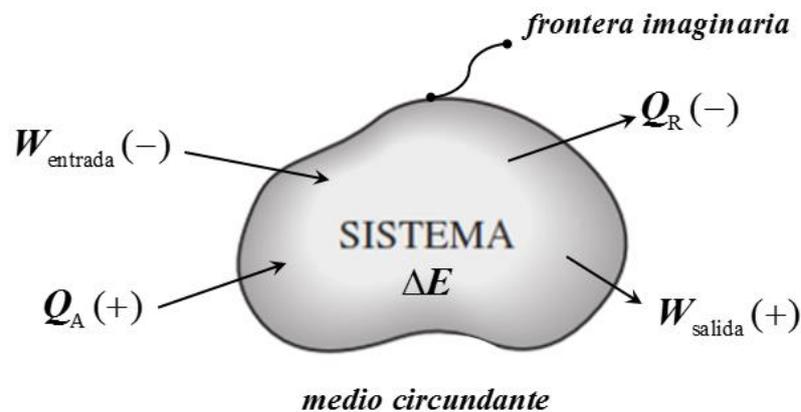


Figura 2. Sistema, Medio Circundante y Frontera. Convenio Formal de Signos para las Interacciones de Calor y Trabajo entre Sistema y Medio (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

La figura anterior representa la manera típica de modelar los problemas en Termodinámica¹⁰, en ella, el *sistema* es una región del universo encerrada por una frontera real o imaginaria, fija o móvil, mientras, que, la región del universo no contenida en el sistema, pero con la cual este interactúa es el *medio circundante* o *alrededores*. En este sentido, cabe aclarar que en Termodinámica la mayoría de los sistemas estudiados en ingeniería son fluidos, en efecto, cuando se analiza algún dispositivo mecánico¹¹ como una turbina o bomba, el sistema es el fluido que pasa a través de estos¹², si, en cambio, el foco de atención es la turbina o bomba en su totalidad, el sistema ya es otro.

La mencionada interacción entre sistema y medio, se da por la transferencia reciproca de calor y/o trabajo entre estos, lo que produce la variación de energía del sistema, ΔE . Así, en este material didáctico los términos energéticos intervinientes se designan como: Q_A : calor

¹⁰ RIVADENEIRA PAZMIÑO (2012), denomina diagrama de energía a esta representación gráfica (Ver Glosario, Sección 13.1).

¹¹ Este dispositivo puede ser una máquina, válvula, tubería, etc.

¹² Se analizan los cambios del fluido cuando pasa por la turbina. Una primera aproximación a ello puede verse en la Sección 1.7.

aportado o añadido al sistema y Q_R : calor rechazado por el mismo; W_{entrada} : trabajo entregado al sistema y W_{salida} : trabajo aportado por el mismo. Los signos en cada uno de estos términos se adoptan por convención, tal como se observa en la figura precedente, a saber: si se aporta calor al sistema este es positivo, si el sistema lo rechaza es negativo; y, por otro lado, si se aporta trabajo al sistema este es negativo y positivo en caso contrario.

1.2. Primera Ley de la Termodinámica

Dice la Primera Ley de la Termodinámica que, en un cierto instante, cuando a un sistema se le añade una cierta cantidad de energía E_{entrada} , este puede variar su energía almacenada ΔE , como así también, entregar energía hacia los alrededores E_{salida} , **Figura 3**. Esta idea puede traducirse analíticamente como lo indica la Ec. (1).

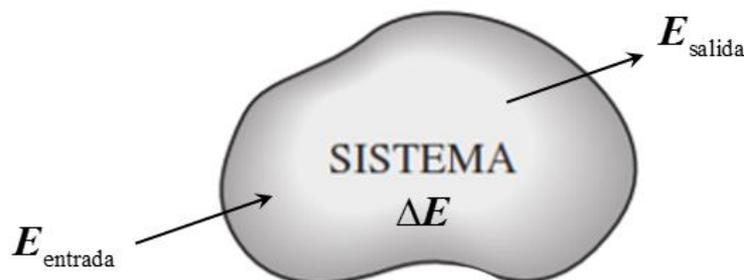


Figura 3. Primera Ley de la Termodinámica: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$E_{\text{entrada}} = \Delta E + E_{\text{salida}} \quad [\text{J}] \quad \text{Principio o Ley de Conservación de la Energía} \quad (1)$$

La expresión anterior, vale decir, la primera ley, es en esencia el principio de conservación de la energía, luego, esta primera ley así formulada toma diversas formas según se la particularice para diferentes tipos de sistemas como el analizado en el apartado siguiente y en la Sección 1.7.

1.3. Sistemas Cerrados

Teniendo en cuenta lo analizado en los apartados previos, y considerando específicamente un sistema cerrado (también llamado no fuente) constituido por un gas encerrado en un dispositivo de cilindro-émbolo sin fricción¹³, al cual solo se transfiere calor y del cual solo se obtiene trabajo¹⁴, experimentando este, además, únicamente variación de energía interna, **Figura 4**; la (1) toma la forma de la Ec. (2) para este caso particular.

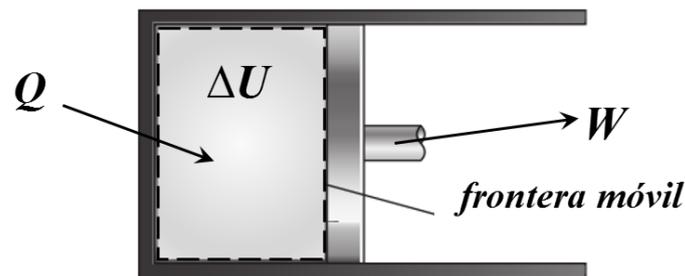


Figura 4. Sistema Cerrado: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$\begin{aligned} a) \quad Q &= \Delta U + W \quad [\text{J}] \\ \text{Y para un instante diferencial:} & \\ b) \quad dQ &= dU + dW \quad [\text{J}] \end{aligned} \tag{2}$$

Donde, Q es el calor transferido entre el sistema y el medio; ΔU es la variación de energía interna¹⁵ del sistema y W es una forma mecánica de trabajo que se denomina trabajo de expansión o de compresión, su deducción se desarrolla en la Sección 1.6.1. Por otra parte, hay que destacar que la expresión (2) representa la *forma más general de la ecuación de la primera ley*, pese a haber sido formulada en el contexto de sistemas cerrados, este aspecto se analiza en la Sección 1.8.

¹³ Estos dispositivos representan la forma más típica de modelar un sistema cerrado.

¹⁴ Para ampliar las diversas formas de expresión de la relación de la primera ley para sistemas cerrados, consulte el capítulo 4 de CENGEL y BOLES (2012).

¹⁵ También denominada energía molecular o térmica.

Como nota ampliatoria relacionada a este tipo de sistemas y previo al abordaje del apartado siguiente, cabe remarcar que tanto el calor como el trabajo son las únicas formas de energía que se pueden transferir al sistema independientemente del flujo de masa¹⁶, en otras palabras, para transmitir calor o trabajo no se requiere transferir masa, sin embargo, cuando se transfiere masa se transfiere también energía.

1.4. Definiciones

El entendimiento de la Termodinámica, cuyo estudio se ha ido desarrollando a lo largo de las secciones precedentes, requiere del conocimiento de diversos conceptos de uso recurrente aun no establecidos formalmente. Algunos de estos se listan a continuación, otros, en la sección siguiente:

Estado termodinámico. Definido en el plano, el estado termodinámico es la condición del sistema definida por dos¹⁷ variables independientes. Dichas variables son las propiedades termodinámicas.

Propiedades termodinámicas. Son características descriptivas de un sistema, en otras palabras, son parámetros que definen un estado. Son ejemplos, la presión, el volumen, la temperatura, etc.

Sustancia en equilibrio. Se dice que una sustancia está en equilibrio cuando el valor de las propiedades termodinámicas son las mismas en todos los puntos de la masa del sistema.

Estado de equilibrio. Es el estado termodinámico de una sustancia que se encuentra en equilibrio.

¹⁶ En los sistemas abiertos analizados en la Sección 1.7, sí se verifica transferencia de masa entre el sistema y los alrededores.

¹⁷ Si el estado se define en el espacio, las variables independientes son 3; y, en tal caso, se habla de volumen termodinámico.

Como nota ampliatoria, en los diagramas termodinámicos¹⁸ solo pueden representarse estados de equilibrio, y dicha representación se realiza mediante un punto. Recíprocamente, el simple hecho de representar un punto en un diagrama es indicativo de una condición de equilibrio. Por otra parte, una sustancia puede pasar de un estado de equilibrio a otro experimentado lo que se conoce como proceso, el cual puede ser reversible o irreversible. Y, son justamente estos conceptos (proceso y reversibilidad) los que se analizan a continuación.

1.5. Procesos

Cualquier cambio de un estado de equilibrio a otro experimentado por un sistema es un proceso (también llamado *transformación* o *evolución*), y la serie de estados por los que pasa el sistema durante este proceso constituye la trayectoria del mismo (refiérase a la **Figura 5**, izquierda). En otras palabras, el sistema pasa de una condición inicial de presión, volumen, temperatura, etc., a una condición final distinta. En este sentido, un criterio de clasificación permite dividirlos en dos grandes grupos, a saber: procesos reversibles e irreversibles.

1.5.1. Procesos Reversibles e Irreversibles

Glosando a CENGEL Y BOLES (2012), un **proceso reversible** se define como un proceso que se puede invertir sin dejar ningún rastro en los alrededores. Es decir, tanto el sistema como los alrededores vuelven a sus estados iniciales una vez finalizado el proceso inverso. Esto es posible sólo si el intercambio de calor y trabajo netos entre el sistema y los alrededores es cero para el proceso combinado (original e inverso).

En otras palabras, un proceso reversible permite retornar del estado final al estado inicial por la misma trayectoria *revirtiendo los mismos términos energéticos*, es decir, y en referencia a la **Figura 5** (izquierda), si al pasar de 1 a 2 el sistema recibió calor o trabajo, entonces, cuando

¹⁸ Tema que se analiza en la Clase 3.

retorna de 2 a 1 debe ceder calor o trabajo en la misma cantidad (RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En términos gráficos, se puede decir que estos tipos de procesos están constituidos, necesariamente, por una *serie continua de estados de equilibrio*. Esto equivale a decir, que, en un diagrama termodinámico en el plano (\mathbb{R}^2) se pueden representar por una curva continua (trayectoria) y cada punto de esta curva es un punto de equilibrio (estado de equilibrio)¹⁹.

En contrapartida, un **proceso irreversible** supone un desequilibrio termodinámico, por lo cual no puede ser representado por una curva continua. En efecto, si bien se podría conocer el estado inicial y final y como varían las propiedades entre ellos, no se podrían graficar los estados intermedios. Por ello, en la **Figura 5** (derecha) la línea de trazos es solo ilustrativa.

Hay que enfatizar, por otra parte, que los *procesos reversibles son una idealización*, mientras que los *irreversibles corresponden a procesos reales*. Sin embargo, la importancia de los primeros radica en que posibilita la modelización de situaciones que permiten abordar la resolución de problemas reales.

¹⁹ Si, en cambio, el análisis se realiza en tres dimensiones (\mathbb{R}^3), no se habla de líneas sino de superficies termodinámicas, y cada punto de esta superficie corresponde a un estado de equilibrio.

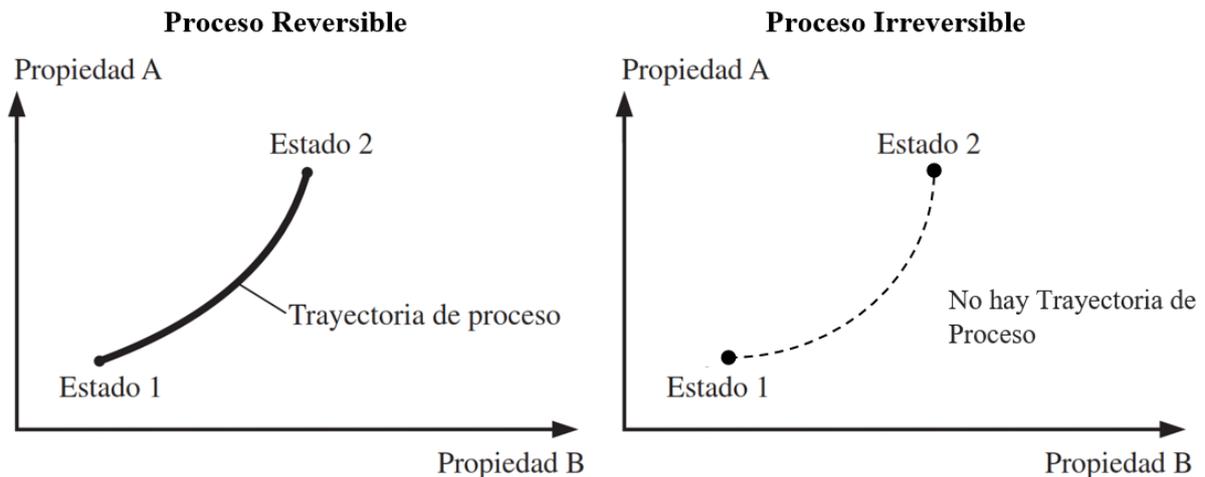


Figura 5. Proceso Reversible e Irreversible: Característica Gráfica (Fuente: Adaptado de CENGEL Y BOLES, 2012).

¿Cómo se Logran los Procesos Reversibles?

Se pueden concebir de varias maneras, a saber:

1-De manera cuasi estática. Es decir, deben ocurrir muy lentamente para no modificar el equilibrio de la sustancia. En otras palabras, para que el sistema migre del estado 1 al 2 se requiere de un tiempo infinito. Pero, *¿cómo puede ocurrir esta modificación del equilibrio si el tiempo fuese menor?* Para dar respuesta, basta con imaginar un cilindro que en un estado inicial contiene un gas en equilibrio, si luego se desplaza su émbolo bruscamente se han de generar zonas de vacío (ausencia de masa) en su interior, con consecuentes diferencias de densidad y movimientos turbulentos de la masa gaseosa, con lo cual, las propiedades del gas han de ser distintas según la zona que se considere: se ha perdido el equilibrio.

2-De manera térmica. Es decir, se debe suministrar calor al sistema con una diferencia de temperatura tendiendo a cero ($\Delta T \rightarrow 0$), de modo tal que la transmisión de calor sea muy lenta, entonces, todos los puntos de la masa irán cambiando hacia otro estado de equilibrio: esto se conoce como *transmisión de calor cuasi estática*.

Por otro lado, la reversibilidad en los fluidos (: sistema) se puede dividir en dos tipos: la reversibilidad interna propia del sistema, y la reversibilidad externa que involucra al entorno. Estos conceptos se desarrollan a continuación.

Tipos de Reversibilidades

Explicar la **reversibilidad interna** de un sistema implica comprender aquello que da lugar a una irreversibilidad también interna al mismo. Es decir, cuando un fluido se desplaza lo hace en una disposición de capas que pueden ser o no paralelas²⁰, de manera tal, que, si se considera una sección transversal del conducto por el que este circula, se verifica que dichas capas tienen velocidades distintas. En efecto, siempre que haya dos cuerpos (capas de fluido, en este caso) en contacto directo y a diferentes velocidades, va a existir una fuerza de contacto: la *fricción*, y, es justamente esta la que hace irreversible a los procesos.

La irreversibilidad causada por la fricción se demuestra fácilmente si se roza el dedo contra una superficie, verificándose en este proceso que este se calienta al desplazarlo de un punto a otro. Sí se repite esta acción en sentido inverso, este se calienta aún más, es decir, no se revierten los términos energéticos (el dedo no se enfría). En definitiva, la reversibilidad se ve afectada internamente debido a la existencia de fricción entre las capas del fluido.

Para terminar, y no por ello menos importante, se pueden mencionar algunas connotaciones que se desprenden del análisis previo. En primer lugar, la fricción siempre se termina disipando como calor al medio circundante, factor de particular interés en los intercambiadores de calor. Más específicamente hablando, el flujo turbulento tiene más contribución a la transmisión de calor que el flujo laminar, por esta razón las superficies internas de los conductos que transportan los fluidos en dichos intercambiadores, se diseñan de tal manera que produzcan

²⁰ El flujo laminar (capas paralelas de fluido) y el flujo turbulento (capas no paralelas) son tópicos atinentes a la Mecánica de Fluidos.

turbulencia. En segundo lugar, y también en relación a la reversibilidad externa, todos los procesos reversibles, por definición, son reversibles internamente.

La **reversibilidad externa**, por su parte, está asociada con la *transmisión de calor* entre el sistema y el medio circundante, de tal manera que, tal reversibilidad es posible si se realiza de forma *cuasi estática*, lo que indica que el proceso, además de ser reversible internamente, es reversible también externamente. En este sentido, un ejemplo que se analiza posteriormente en los ciclos de poder y en los ciclos invertidos, es el *ciclo de Carnot*, el cual, por definición, es reversible internamente, pero, cuando se logra que el calor añadido y el calor rechazado se realicen con diferencias de temperatura diferenciales ($\Delta T \rightarrow 0$) se torna reversible también externamente, motivo por el cual, se verifica un incremento en la eficiencia.

Notas de Cierre

Una vez mencionadas todas las características de un proceso reversible, es común, por parte de algunos autores, afirmar que, los procesos irreversibles son aquellos que no cumplen con las condiciones de reversibilidad.

Por otra parte, afirmar que un proceso reversible puede retornar al estado inicial revirtiendo los términos energéticos de calor y trabajo, no quiere decir que si este fuese irreversible no pueda hacerlo. En efecto, en estos últimos es también factible retornar al estado inicial (proceso 2-1 en la Figura 5), pero, probablemente, se necesite imprimir un poco más de calor o trabajo o ambas cosas (en tal caso, el trabajo neto y el calor neto no serían cero tal como lo exige la definición de proceso reversible dada al inicio de esta sección).

Un ejemplo ilustrativo de lo expresado en el párrafo anterior es el inflado del neumático de un automóvil mediante un tanque con aire comprimido: se dispone de un tanque con aire a alta presión, cuando se lo conecta al neumático y se abre la válvula, el aire reduce su presión al ingresar a la cámara. Este proceso es irreversible, puesto que, si se quiere volver a introducir el

aire al tanque se necesita realizar trabajo sobre este para que alcance una presión mayor que la del tanque.²¹

Para terminar, y tal como lo expresa FACORRO RUIZ (2011): “la transformación reversible es la más perfecta que puede realizarse y *permite el mejor aprovechamiento de energía*” (p.26). Este es el motivo por el cual estas transformaciones están estrechamente vinculadas a la *segunda ley de la termodinámica* (tema que se trata a continuación y que se ha de extender y/o profundizar principalmente a lo largo de las Capítulos 8 a 22).²²

En forma ampliada, la segunda ley de la termodinámica se usa para determinar los límites teóricos en el desempeño de sistemas de ingeniería de uso ordinario, como máquinas térmicas y refrigeradores, así como predecir el grado de terminación de las reacciones químicas. En el mismo sentido, está también estrechamente asociada con el concepto de *perfección*, de hecho, esta ley define la *perfección para los procesos termodinámicos*. Se puede usar para cuantificar el nivel de perfección de un proceso y señalar la dirección para eliminar eficazmente las imperfecciones (CENGEL y BOLES, 2012).

1.6. Segunda Ley de la Termodinámica

Daniel Bernoulli (1700-1782), matemático, estadístico, físico y médico suizo, fue el primero en establecer formalidades de la primera ley (sin saberlo, dicen); y, cien años después cuando se comienza a hablar de la segunda ley, este hecho fue confirmado. En este sentido, y tal cómo se indica en la Ec. (3), la *definición histórica de la primera ley* dice que calor y trabajo son mutuamente convertibles. Sin embargo, durante las experimentaciones, desarrollo de máquinas

²¹ Del tanque al neumático el trabajo es cero, en cambio, del neumático al tanque el trabajo tendría que ser distinto de cero.

²² Segunda ley de la termodinámica orientada a sus aplicaciones en ciclos y dispositivos cíclicos (CENGEL y BOLES, 2012).

y pruebas de aquella época²³ no se encontraba una explicación al hecho de que, para determinada cantidad de calor aportado el trabajo obtenido fuese menor. Esto da inicio al estudio de la *Segunda Ley de la Termodinámica: No todo el calor que se añade se convierte en trabajo*. La cual es de carácter cualitativa, **Figura 6**.

$$\oint dQ = \oint dW \quad [J] \quad (3)$$



Figura 6. Leyes de la Termodinámica: Caracterización (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Teniendo en cuenta lo dicho, el estudio de la segunda ley se puede empezar a enmarcar considerando una fuente térmica, fuente calórica o cuerpo caliente que está a una temperatura T_H , y desde la cual se añade calor Q_A a un sistema S . También interviene un cuerpo frío o sumidero de calor que está a una temperatura T_L , y hacia el cual se rechaza calor Q_R . Estas dos fuentes constituyen el *medio circundante del sistema* y se caracterizan en que su temperatura se mantiene constante pese a entregar o recibir grandes cantidades de calor, **Figura 7**. Por ejemplo, en las cercanías de una central térmica siempre existen lagos, ríos o arroyos donde se puede rechazar el calor sin que su temperatura se vea afectada, o, quizás sí, pero en una pequeña zona, manteniendo el afluente en general constante su temperatura.

²³ Segunda década del 1800, en adelante.

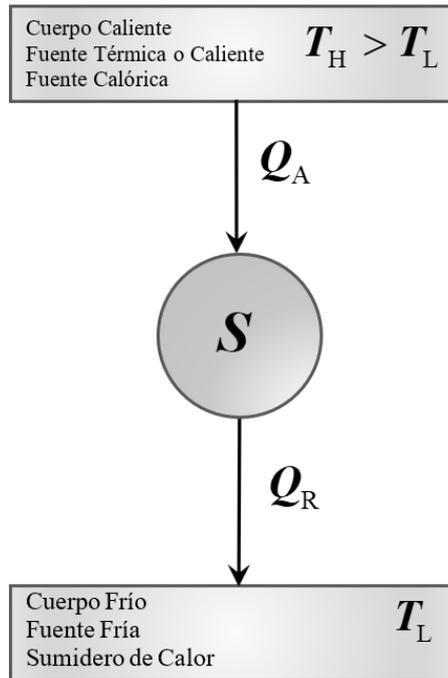


Figura 7. Segunda Ley de la Termodinámica: Esquema (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Observando el esquema anterior se puede decir que el calor fluye por sí solo de mayor a menor temperatura, el camino inverso, en cambio (de menor a mayor temperatura), no es posible de forma natural, pero se vuelve factible si se aporta trabajo al sistema tal como sucede en los ciclos invertidos. Lo anterior constituye el *Enunciado de Clausius*²⁴ que es uno de los enunciados clásicos de la segunda ley, representado esquemáticamente en la **Figura 8** y formalmente expresado como: “Es imposible construir un dispositivo que opere en un ciclo sin que produzca ningún otro efecto que la transferencia de calor de un cuerpo de menor temperatura a otro de mayor temperatura” (CENGEL y BOLES, 2012, p.292).

El otro, es el *Enunciado de Kelvin-Planck*:²⁵ “Es imposible que un dispositivo que opera en un ciclo reciba calor de un solo depósito y produzca una cantidad neta de trabajo” (CENGEL y BOLES, 2012, p.287). Es decir, otros autores enuncian esto mismo como: para poder obtener

²⁴ Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888), físico y matemático alemán, considerado uno de los fundadores centrales de la ciencia de la Termodinámica.

²⁵ William Thomson, lord Kelvin (1824-1907), físico y matemático británico. Max Planck (1858-1947), físico alemán.

trabajo mecánico del calor es necesario contar con dos fuentes de calor a distintas temperaturas (FACORRO RUIZ, 2011). Una será la fuente caliente, que entrega calor al sistema, y la otra la fuente fría que recibe calor del mismo, **Figura 9**.

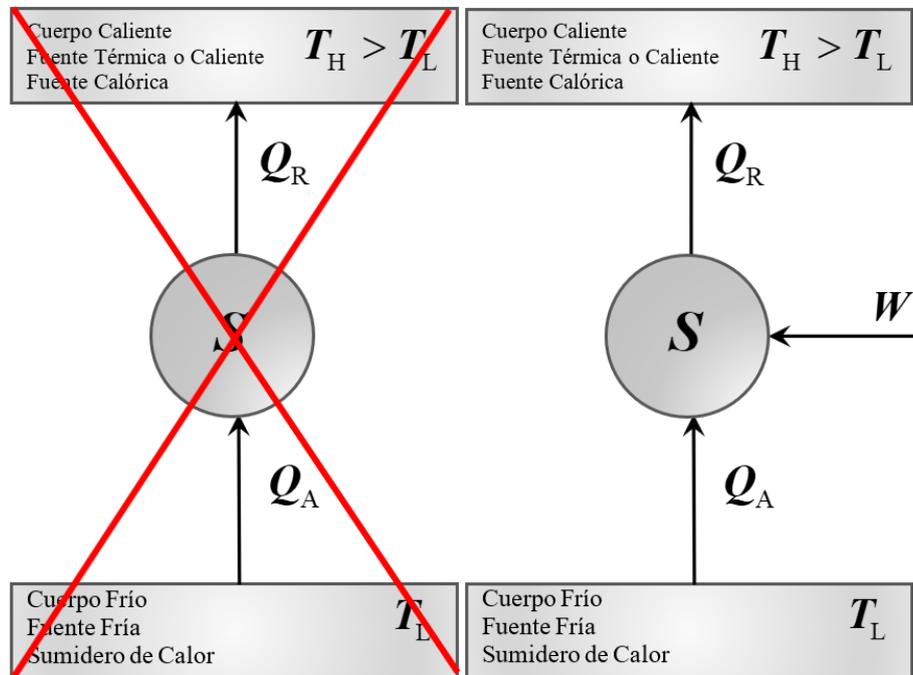


Figura 8. Enunciado de Clausius: Esquema (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

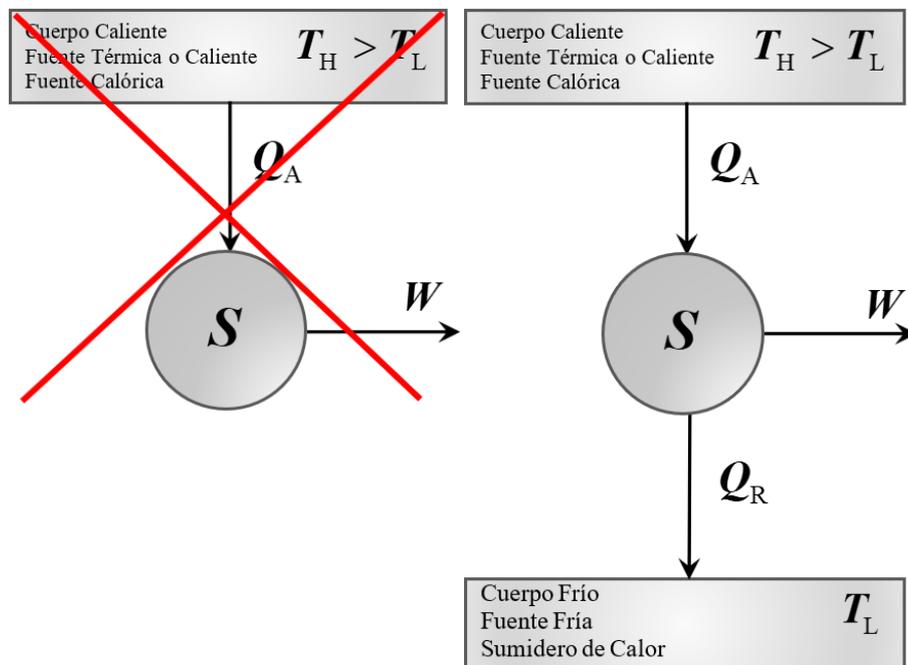


Figura 9. Enunciado de Kelvin-Planck: Esquema (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Es decir, y respecto a la relación cualitativa mencionada, cuando a un sistema se transfiriere energía en forma de calor existe solo una parte que es *energía útil*²⁶ y es habida de transformarse en trabajo, la restante se disipa al medio²⁷ (esto se analiza con más detalle en el Capítulo 8). En otras palabras, para que un fluido (: sistema) pueda realizar trabajo a base de energía que recibe en forma de calor, necesita disipar una parte de ella. Hay que enfatizar que esta última condición, es, en esencia, una circunstancia o *ley natural*: es propia de la naturaleza.

En forma ampliada, que la disipación de cierta energía responda a una ley natural, se puede entender fácilmente si se piensa en que los procesos reales son de alta velocidad y potencia. Por ejemplo, en las fases de un cilindro de un motor de combustión interna no se alcanza (es imposible) a convertir en trabajo todo el calor producido por la combustión. Más aun, esta energía rechazada contribuye a un *equilibrio natural*. Sin embargo, si a la energía rechazada se añade un porcentaje de energía disponible que no ha sido convertida en trabajo (por ejemplo, los gases de combustión en los automóviles²⁸), se está contribuyendo a una *contaminación térmica del ambiente*.

Este último concepto, representa un riesgo que puede propiciar el aumento de la temperatura del sumidero (: medio circundante), lo cual está siendo verificado en la actualidad con el *calentamiento global*. En definitiva (y ya no solo desde un punto de vista ingenieril) se debe buscar reducir al mínimo la emisión de energía útil que no se ha convertido en trabajo²⁹.

²⁶ Esta energía útil es 100 % convertible en trabajo y se denomina energía disponible, E_a (a: *avalailable*). El objetivo del ingeniero es optimizarla.

²⁷ Esta energía disipada es 0 % convertible en trabajo y se llama energía no disponible, E_u (u: *unavalailable*).

²⁸ Para este caso particular, más energía se convertiría en trabajo, si, por ejemplo, se utilizara un combustible que se quemara más eficientemente (el gas, por ejemplo, se quema más rápido y tiene mayor poder calorífico) que la gasolina.

²⁹ Esto se está haciendo en diversos procesos, por ejemplo, mediante la recirculación de los gases de combustión para el precalentamiento de un fluido (en una caldera o en un automóvil, por ejemplo), o para mover cierto mecanismo, etc.

Un concepto importante que surge del enunciado de Kelvin-Planck es el de *eficiencia térmica* o *rendimiento térmico*; y, como se ha de ver en el estudio de los ciclos de poder, ninguna máquina térmica puede tener una *eficiencia* del 100 %, ni aun en la más perfecta. En este sentido, térmicamente hablando, las máquinas son de bajo rendimiento, es decir, el rendimiento térmico suele ser bajo en comparación con otros, como, por ejemplo, el mecánico.

Retomando las formalizaciones de la Segunda Ley de la Termodinámica, recordará el lector que ya se han definido en este capítulo dos enunciados clásicos muy importantes, el de Kelvin-Planck y el de Clausius³⁰. A este respecto, *un tercer enunciado* que es pertinente traer a colación, dice: *los cambios espontáneos conducen a estados más probables* (FAIRES y SIMMANG, 1983). Para comprender este último considere el siguiente ejemplo: un clavo de acero se deja reposar sobre alguna superficie en un ambiente determinado, al cabo de un tiempo este se oxida, lo que ha ocurrido en esta situación fue una reacción infinitesimal entre el oxígeno del aire y el hierro del metal (clavo) para producir óxido de hierro, lo cual quiere decir que ese cambio o proceso espontáneo (la oxidación) condujo a ese clavo a un estado más probable, en otras palabras, este elemento puede estar en mejor condición de equilibrio con el ambiente cuando está oxidado que cuando no lo está³¹: *los estados más probables son los que están más cerca del equilibrio*.

Tal como lo muestra el ejemplo previo y las anteriores ilustraciones presentadas en el desarrollo de los dos enunciados precedentes, es importante enfatizar en la idea de que todos estos procesos responden a leyes de la naturaleza, siendo el hombre un simple facilitador que las ha descubierto, aplicado y descrito en términos matemáticos.

³⁰ Existen diversos enunciados válidos de la segunda ley de la Termodinámica, pero, estos dos aludidos, tienen relativa importancia porque guardan relación con algunos dispositivos de ingeniería que operan en ciclos (CENGEL y BOLES, 2012).

³¹ De esta manera, el hierro hallado en las minas se encuentra formando óxidos, hay que separarlos.

Para terminar, hay que decir que existen *otros conceptos* que surgen directamente del análisis de la segunda ley, tal como la *contaminación térmica del ambiente* (brevemente mencionada) y la *degradación del calor* que se analizan en el Capítulo 9; del mismo modo, la *entropía*, que se analiza en esta y en clases posteriores.

1.6.1. Entropía

Las circunstancias que establecen los enunciados antes mencionados, han hecho necesario la definición de una nueva cantidad que refleje o permita medir esos efectos o cambios, esta cantidad se conoce como *entropía*. La entropía es una *propiedad termodinámica*, y, por lo dicho, es una consecuencia de la segunda ley. En otras palabras, así como la primera ley no puede explicarse sin el concepto de energía interna,³² de la misma manera, no se puede explicar la segunda ley sin la entropía³³ (cabe aclarar que este concepto tiene que ver con un análisis a nivel molecular de la sustancia).

En términos más específicos, la definición de entropía se construye a partir de los enunciados de Clausius y Kelvin-Planck a través del *Teorema de Clausius*³⁴ y es únicamente aplicable a *procesos reversibles*, quedando definida matemáticamente como lo indica la Ec. (4) *a*), así mismo, su cambio o variación entre dos estados cualesquiera se indica en la Ec. (4) *b*). Por otra parte, los valores de entropía, y por ende sus cambios, pueden representarse en diagramas de propiedades, uno muy importante en este curso es el diagrama $T - s$, **Figura 10**.

³² Si a un sistema se entregan 100 unidades de calor y este realiza 80 unidades de trabajo, entonces, las 20 unidades restantes han contribuido al incremento de su energía interna: la energía interna es una propiedad de estado definida en la primera ley.

³³ La entropía es una propiedad de estado definida en la segunda ley.

³⁴ El teorema de Clausius establece una relación entre los calores y las temperaturas que algún sistema intercambia con distintas fuentes durante algún proceso cíclico. El detalle de este desarrollo no se presenta en este material, pero se recomienda que se dé lectura del mismo en algunas de las fuentes bibliográficas citadas.

$$\begin{aligned}
 a) \quad dS &= \left(\frac{dQ}{T} \right)_{\text{rev.}} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \\
 b) \quad \Delta S &= \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T} \right)_{\text{rev.}} = S_2 - S_1 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

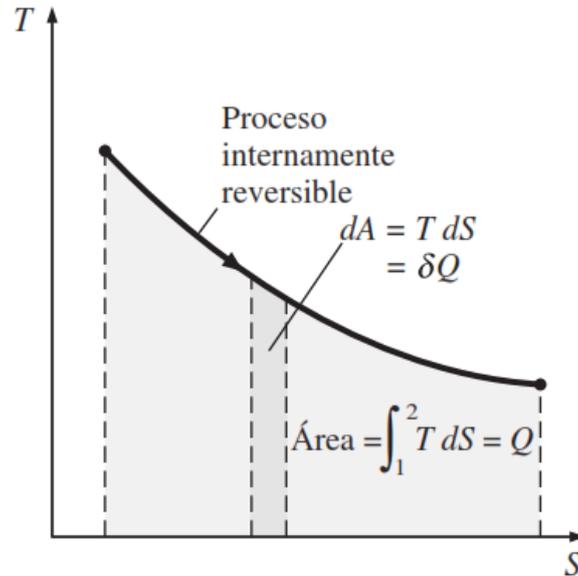


Figura 10. El Área bajo la Curva de un Proceso Reversible en un Diagrama $T-S$ representa el Calor Transferido Q , para Sistemas Abiertos o Cerrados. Nota: en esta figura $\delta \equiv d$ (Fuente: CENGEL y BOLES 2012).

La conclusión del análisis anterior es que, el área bajo la curva de un proceso reversible en un diagrama $T-S$ representa el calor transferido Q , sea el sistema cerrado o abierto (con flujo o sin flujo). Esto último se justifica porque a un determinado sistema se puede transferir la misma cantidad de calor este o no fluyendo. Por otra parte, se puede hacer una *analogía* del análisis precedente con el trabajo de un sistema cerrado en un diagrama $P-v$. En efecto, en este último diagrama el área bajo la curva de un proceso reversible representa el trabajo transferido W , **Figura 11.**

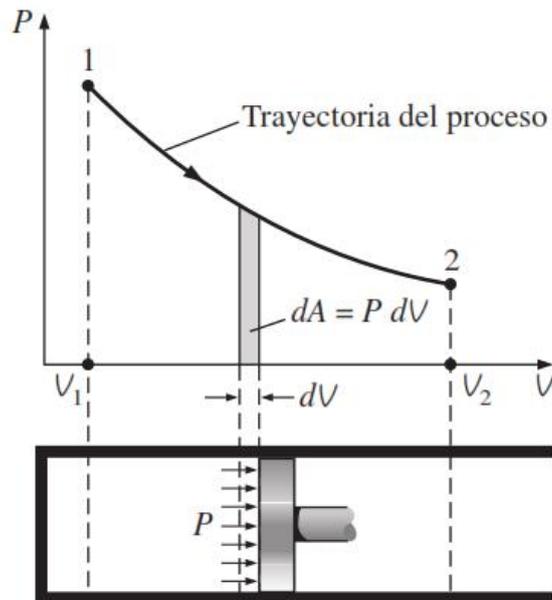


Figura 11. El Área bajo la Curva de un Proceso Reversible en un Diagrama $P-v$ representa el Trabajo Transferido W para Sistemas Cerrados (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

En consecuencia, la expresión para el cálculo del *trabajo en sistemas cerrados* se puede deducir de la figura anterior como sigue, Ec. (5).

$$a) \quad P \cdot V = \frac{F}{A} \cdot \underbrace{A \cdot L_{1-2}}_V = F \cdot L_{1-2} = W \quad [\text{J}]$$

O bien, en términos diferenciales: (5)

$$b) \quad P \cdot dv = \overset{2}{\int}_1 P \cdot dv = W \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Donde P es la presión sobre el émbolo, F es la fuerza aplicada al émbolo, A es el área transversal del émbolo, y L_{1-2} es la distancia recorrida de 1 a 2. Es decir, cada vez que se multiplica el volumen V por la presión P se obtiene el valor del trabajo para sistemas cerrados.

Una *conclusión importante* del análisis de los diagramas precedentes, es que el cambio en la forma de la curva de proceso modifica la *relación* $T \cdot ds$ o $P \cdot dv$, variando, por tanto, el área

bajo dicha curva, lo cual habilita definir al calor y trabajo como *funciones de trayectoria*, como se ha indicado al inicio del capítulo.

De manera extendida, esta nueva forma de definir calor y trabajo permite modificar la ecuación de la primera ley introduciendo las relaciones $T \cdot ds$ y $P \cdot dv$ obtenidas, tal como se analiza a continuación. Cabe destacar, que, de esta modificación se deriva la primera de las dos famosas expresiones $T \cdot ds$, quedando la segunda para la Sección 2.3.

1.6.2. La Primera Expresión $T \cdot ds$ y la Primera Ley

Como se ha enfatizado, solo se necesita definir que el proceso sea reversible para indicar con toda certeza que el área bajo la curva en un diagrama $T - s$ representa el calor transferido Q , del mismo modo que el área bajo la curva en un $P - v$ representa el trabajo para un sistema cerrado (siempre en un proceso reversible). Considerando esto, la expresión de la primera ley dada por la (6-a) (derivada de la 8), puede reescribirse como, Ec. (6-b).

$$\begin{aligned}
 a) \quad \dot{d}q &= du + \dot{d}w \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad \text{Expresión Más General de la Primera Ley} \\
 \text{Y considerando que } &\rightarrow \begin{cases} T \cdot ds = \dot{d}q & \text{Calor Transferido (sistema cerrado o abierto)} \\ P \cdot dv = \dot{d}w & \text{Trabajo Transferido (sistema cerrado)} \end{cases} \quad (6) \\
 b) \quad T \cdot ds &= du + P \cdot dv \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad \text{Expresión Más General de la Primera Ley}
 \end{aligned}$$

La (6-b) se conoce también como relación o expresión $T \cdot ds$. Notar que contiene cinco propiedades termodinámicas, la cual la hace una herramienta muy poderosa, y por tratarse de una relación de parámetros es *aplicable a cualquier sistema* (con flujo o sin flujo) y a *cualquier proceso* (reversible e irreversible) haciendo las *consideraciones* correspondientes, a saber:

1-Si el proceso es reversible, $T \cdot ds$ representa el calor transferido sea el sistema cerrado o abierto³⁵; 2-Si el sistema es cerrado y el proceso es reversible $P \cdot dv$ representa el trabajo; 3-Si el proceso es irreversible las dos relaciones anteriores se siguen cumpliendo, pero, $T \cdot ds$ ya no es calor y $P \cdot dv$ ya no es trabajo; por lo tanto, para determinar cualquiera de estos dos términos se debe utilizar la (6-a); y, 4-Si el sistema es abierto y el proceso es reversible $P \cdot dv$ no es trabajo.

Como nota de cierre, hay que acentuar que las expresiones $T \cdot ds$ revisten gran importancia ya que complementadas con la ecuación general de la primera ley permiten afrontar la resolución de situaciones problemáticas. Por otra parte, y, para terminar, hay que decir que, hasta este punto de avance del desarrollo de contenido ya se ha analizado directa e indirectamente los sistemas cerrados (: no fluentes), los sistemas abiertos (: fluentes), por su parte, se analizan a continuación.

1.7. Sistemas Abiertos

A diferencia de los cerrados, estos sistemas involucran flujo másico que atraviesa sus fronteras, y pueden ser de dos tipos: de flujo estacionario o de flujo no estacionario. En este material se analizan los primeros.

Entonces, según lo dicho, un *sistema abierto de flujo estacionario* (o estable) o *sistema fuente de flujo estacionario*,³⁶ generalmente encierra un dispositivo que tiene que ver con un flujo másico, como un compresor, turbina o tobera, entre otros. El flujo por estos dispositivos se estudia mejor si se selecciona la región dentro del dispositivo como un volumen de control (VC). Tanto, la masa, como el calor y el trabajo, pueden cruzar la frontera de un VC, **Figura**

³⁵ Observar que, según el análisis precedente, esta primera expresión $T \cdot ds$ está deducida con base en la entropía.

³⁶ En inglés: *steady state flow system*.

12. Hay que decir, en este sentido, que un gran número de problemas de ingeniería tienen que ver con flujo de masa dentro y fuera de un sistema y, por lo tanto, se modelan como VC.

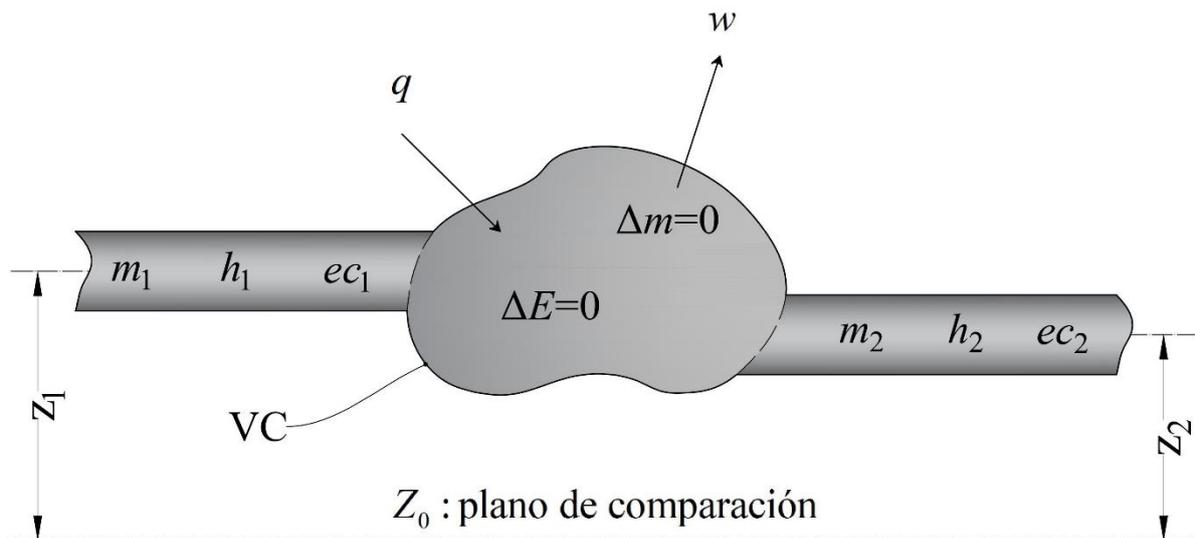


Figura 12. Sistema Abierto de Flujo Estacionario: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En el diagrama anterior, ΔE y Δm , son respectivamente, la variación de energía del sistema y la variación de masa del sistema, ec la energía cinética y h la entalpía³⁷. El producto de la masa m por la altura Z representa la energía potencial ep . En todos los casos los subíndices 1 y 2 indican, respectivamente, energías entrantes y salientes del sistema.

Por otra parte, el análisis de sistemas fluyentes, implica, como en el caso de los sistemas cerrados, un balance de energía y también de masa. Hay que aclarar, a este respecto, que en los cerrados el balance de masa está implícito al decir que la masa dentro del mismo es constante.

1.7.1. Ley de Conservación de la Energía

Tal como se ha analizado en la primera ley, el balance de energía expresa: la energía que ingresa al sistema es igual a la variación de la energía almacenada en el mismo más la energía que egresa. En símbolos: $E_{\text{entrada}} = \Delta E + E_{\text{salida}}$. Si, ΔE se mantiene constante ($\Delta E = 0$), entonces,

³⁷ El concepto de entalpía se explica en la sección siguiente.

la anterior queda como: $E_{\text{entrada}} = E_{\text{salida}}$; y, para que ello ocurra, las propiedades termodinámicas en cada punto de la masa del sistema deben permanecer constantes, pero, ojo, constantes no quiere decir iguales. En forma ampliada, es como tomar una foto del sistema en la que se observan los valores de las propiedades en cada punto en ese instante. De esta manera, y teniendo en cuenta la figura anterior, la primera ley queda expresada según se indica en la Ec. (7).

Ecuación de la primera ley para sistemas de flujo estacionario

$$a) \quad ec_1 + ep_1 + h_1 + q = ec_2 + ep_2 + h_2 + w \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \text{ (ecuación completa)}$$

donde:

$$b) \quad h = u + P \cdot v \rightarrow \begin{cases} u : \text{energía interna} \\ P : \text{presión} \\ v : \text{volumen específico} \\ P \cdot v : \text{energía o trabajo de flujo} \end{cases} \quad (7)$$

y despejando q :

$$c) \quad q = \Delta ec + \Delta ep + \Delta h + w \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad \text{donde: } \begin{cases} \Delta ec = ec_2 - ec_1 \\ \text{ídem para los otros términos} \end{cases}$$

y en términos diferenciales:

$$d) \quad dq = dec + dep + dh + dw \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Respecto de la **entalpía** (Ec. 7-b), es menester brindar algunas precisiones dado que es una propiedad de combinación (o función compuesta) importante. En efecto, esta mide la mayor o menor capacidad que tiene un sistema para transportar mayor o menor energía. Dicho de otra manera, en uno de los *enunciados de la segunda ley* dice que, mientras más caliente este un cuerpo más alto es su temperatura, siendo, por tanto, más difícil añadirle calor (que es energía) para ser transportado. En cambio, cuando “está frío” se lo calienta rápidamente. Como analogía,

considere un recipiente cargado parcialmente con algún líquido (por ejemplo, en un 50 %), entonces, aun se tiene un 50 % adicional disponible: esa es la entalpía.

Además de lo expresado en el párrafo anterior, se pueden decir otras cosas sobre esta propiedad de combinación, sin embargo, la mejor definición es la que expresa su formulación matemática: $h = u + P \cdot v$, en la cual el término $P \cdot v$ es el **trabajo de flujo** que representa la energía que necesita el fluido para cruzar la frontera del sistema (entrar o salir), es decir, el fluido tiene que vencer esa resistencia. Entonces, la entalpía es una forma de representar un término energético en el que se suma la energía propia de la sustancia (energía interna, u) y la energía de flujo ($P \cdot v$).

Ahora bien, en reiteradas ocasiones a lo largo de este curso se ha de encarar la resolución de problemas asociados a sistemas fluyentes, los cuales, han de requerir lo que RIVADENEIRA PAZMIÑO (2012) denomina *análisis termodinámico*.³⁸ Dicho análisis se explica detalladamente en la Sección 2.4, sin embargo, como ejemplo ilustrativo considere una primera aproximación de lo que ocurre en un dispositivo ingenieril de flujo estacionario como una turbina a vapor:

Cuando el vapor ingresa a una turbina lo hace en determinadas condiciones, es decir, tiene ciertas propiedades termodinámicas, algunas de las cuales se han consignado en la **Figura 13**, luego, se expande entregando parte de su energía al rotor de la misma provocando su giro, giro mediante el cual, rota también el eje de la turbina por estar solidario al mismo. A este respecto, la turbina es, entonces, un dispositivo mecánico que permite la obtención de trabajo.

³⁸ Se trata de una estrategia o metodología para la resolución de los problemas.

Como se ha de ver más adelante, la expresión para el cálculo de dicho trabajo³⁹ se puede obtener partiendo de la ecuación 7-a), c) o d), teniendo en cuenta las condiciones de diseño y de proceso de este dispositivo. En otras palabras, a partir de las ecuaciones mencionadas se ha de conseguir particularizar la ecuación de la primera ley para el caso de la turbina, siendo esta la finalidad del análisis termodinámico.

En definitiva, cuando se realiza un análisis termodinámico se tienen en cuenta varios factores, como ser el tipo de sistema, la finalidad del dispositivo, sus condiciones de diseño, etc., aplicándose todo ello a la ecuación de la primera ley.

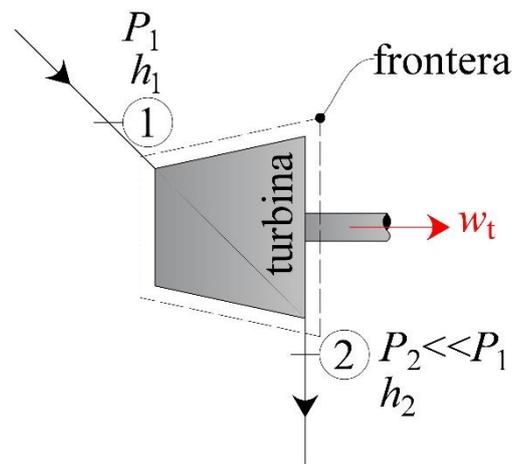


Figura 13. Diagrama de Energía para el Caso de una Turbina a Vapor (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Un aspecto a destacar, es, que, el trabajo obtenido⁴⁰ mediante el análisis termodinámico en la turbina (w_t , donde “t” proviene de turbina) representa el **trabajo de fluido** o **trabajo termodinámico**.⁴¹ El primer término surge porque se trata de un dispositivo mecánico que se mueve *por efecto del fluido*, el segundo, porque está calculado y/o deducido con base en propiedades termodinámicas.

³⁹ O bien, la expresión para el cálculo de otra propiedad o magnitud de interés, por ejemplo, el calor transferido.

⁴⁰ Es decir, el trabajo que aparece en la primera ley (Ver Ec. 7).

⁴¹ Para otros dispositivos abiertos de flujo estacionario, vale también esta concepción del trabajo.

Posteriormente, este trabajo de fluido hace girar el rotor de la turbina obteniéndose de ella trabajo mecánico (como se ha dicho), es decir, w_t no es el trabajo que entrega la turbina en el eje (: no es mecánico)⁴², sino la energía que entrega el fluido al pasar por la turbina. Un análisis similar puede realizarse para el caso de una bomba de agua, en efecto, cuando en esta se calcula el trabajo (denotado como w_p) mediante análisis termodinámico, este no representa la energía que está consumiendo la bomba, sino, la energía que recibe el fluido al pasar por la bomba. Finalmente, y como nota extendida, aclarar que la expresión para el trabajo en este tipo de sistemas se deduce en el Capítulo 2, Sección 2.4.2.

Como resumen de esta sección, es necesario enfatizar que la (7) representa la **ecuación de la energía, ecuación del calor**⁴³ o simplemente ecuación de la primera ley para sistemas abiertos de flujo estacionario. Sin embargo, como se explica a continuación, esta no es la única ecuación aplicable a este tipo de sistemas.

1.8. Forma “más” General de la Ecuación de la Primera Ley

La ecuación (2), pese a haber sido particularizada a sistemas cerrados (Ver Sección 1.3), es la **forma “más” general de la ecuación de la energía**, siendo, por tanto, válida y aplicable a cualquier sistema y a cualquier proceso. Notar que la (2) es equivalente a la (1) cuando las energías de interacción entre sistema y medio son únicamente calor y/o trabajo y el sistema solo experimenta variación de su energía interna. Teniendo en cuenta lo anterior, considere nuevamente dicha expresión reescrita en la Ec. (8).

⁴² De hecho, del 100 % de w_t solo una parte se convierte en trabajo en el eje: aparece el rendimiento de turbina. en las Clases 8 y 9 se han de brindar más precisiones de este tema en particular.

⁴³ “Ecuación del calor” es una expresión acuñada por algunos autores tomando en consideración que se despeja el término q , siendo, esto, aplicable también a la expresión de la primera ley para sistemas cerrados.

$$\left. \begin{array}{l}
 a) \quad Q = \Delta U + W \quad [\text{J}] \\
 \text{y para un instante diferencial:} \\
 b) \quad dQ = dU + dW \quad [\text{J}]
 \end{array} \right\} \text{Ley de Conservación de la Energía} \quad (8)$$

Como nota de cierre, una consideración importante y digna de mencionar respecto de lo expresado en el párrafo anterior, es, que, cuando no sea factible determinar el valor del calor (Q) o el trabajo (W) mediante la expresión para flujos estacionarios (Ec. 7), se puede utilizar la forma más general (Ec. 8).

2. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES

2.1. Revisión

Como aspectos a resaltar, en el capítulo anterior se ha enunciado la Primera Ley de la Termodinámica y se ha demostrado que esta no puede explicarse sin el concepto de energía interna, en efecto, esta cantidad es una consecuencia de la misma. En este contexto, se ha presentado la formulación de la ecuación general de la primera ley y su aplicación a sistemas fluyentes y no fluyentes, obteniéndose, para dichos sistemas, las ecuaciones de la energía, también llamadas ecuaciones del calor o simplemente ecuaciones de la primera ley.

Así mismo, se ha analizado también la Segunda Ley de la Termodinámica en su formulación tradicional, y, al igual que en la primera, se ha enfatizado que esta no puede explicarse sin la entropía, propiedad de la cual se han de exponer otros aspectos en la siguiente sección. También, en relación a este último concepto se ha deducido la primera expresión $T \cdot ds$ la cual está más fuertemente vinculada a un sistema no fluyente (sin excluir a los fluyentes) ya que la base para su obtención ha sido dicho sistema.

2.2. Entropía (continuación)

La entropía, así como otras propiedades de estado, es un concepto que admite una interpretación o analogía física para ser entendida o explicada. En este sentido, algunos textos señalan que dicha cantidad está asociada con el *nivel de actividad propia de la materia*, la cual, ante algún cambio⁴⁴ se vuelve más “desorganizada” (respecto a su estado inicial), en el sentido del movimiento aleatorio de sus moléculas (movimiento *browniano*), **Figura 14**.

⁴⁴ Este cambio puede deberse a la variación de alguna propiedad o a la eliminación de algún vínculo o restricción del mismo. Luego, la importancia de esta propiedad radica en que permite establecer un criterio macroscópico que indica el sentido de evolución del sistema: la direccionalidad de los procesos.

Según lo dicho en el párrafo anterior, la figura referenciada es una forma exagerada de representar la estructura de la materia, ya que en realidad las partículas mencionadas están muy próximas unas respecto de otras⁴⁵. Considere, por ejemplo, que una micra cúbica contiene treinta millones de moléculas.

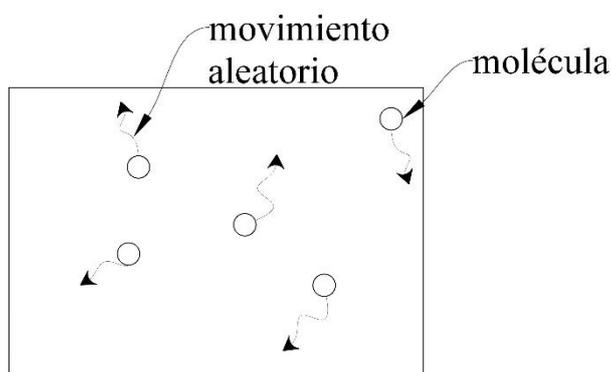


Figura 14. Actividad Molecular de la Materia y su Analogía con la Entropía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Para ilustrar de mejor manera dicho nivel de actividad, considere que cuando se añade calor a una sustancia (: sistema) el movimiento de sus moléculas se intensifica; y, si se permite el desplazamiento de la frontera del sistema⁴⁶, su volumen aumenta y en consecuencia también el espacio entre moléculas, lo que en última instancia se traduce en un mayor “desorden” molecular en el sentido del “mayor” y poco predecible movimiento de dichas partículas. Observe, por otra parte, que con base en todo lo expuesto se puede afirmar que la entropía es una definición molecular,⁴⁷ **Figura 15.**

⁴⁵ Recuerde que esta condición es totalmente válida para sólidos y líquidos, ya que en los gases las moléculas pueden considerarse significativamente separadas sobre todo en determinadas condiciones de presión y temperatura, tal como se analiza en la teoría cinético molecular del gas ideal.

⁴⁶ O bien, la dilatación de la sustancia.

⁴⁷ En otras palabras: no es una propiedad atómica. Existen otras magnitudes que tienen que ver con lo atómico.

La entropía es una propiedad molecular y puede definirse así:

La entropía es una propiedad termodinámica cuyo cambio se determina para procesos reversibles, de la siguiente manera:

$$\Delta S = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T} \right)_{\text{rev.}} = S_2 - S_1 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

Figura 15. La Entropía es una Propiedad Termodinámica (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Relacionada a la entropía, otra propiedad importante también de carácter molecular es la **temperatura**, es decir, *la temperatura se determina como parte de la actividad molecular*, **Figura 16**. En efecto, cuando se introduce un termómetro en una sustancia las moléculas de esta le transmiten energía⁴⁸ a las moléculas del fluido *termométrico* (por ejemplo, mercurio), este se dilata y dicha dilatación traducida a una escala permite medir la temperatura. Cabe destacar que la temperatura es una magnitud de medición indirecta: se hace cambiar otra propiedad para medirla.

Con la temperatura, los calores específicos y la entropía, se termina de abordar el estudio molecular de la sustancia.

Figura 16. Propiedades Moleculares de la Sustancia (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Para terminar, esta sección también admitiría algunos comentarios más respecto de la entalpía como propiedad termodinámica, pero, las precisiones de interés de esta magnitud ya han sido expuestas con anterioridad. Sin embargo, su definición se toma como base en la deducción del tema central del apartado que sigue.

⁴⁸ Este sentido de transferencia es correcto si la sustancia está a mayor temperatura que el fluido termométrico.

2.3. Segunda Expresión $T \cdot ds$

En el Capítulo 1 se ha deducido la primera expresión $T \cdot ds$, la cual, como se ha señalado, está más fuertemente vinculada a un sistema no fluente en virtud de su obtención. De la misma manera, la segunda expresión $T \cdot ds$ analizada a continuación, está más vinculada a un sistema fluente. Sin embargo, dichas vinculaciones no son exclusivas de uno u otro sistema.

En efecto, para la obtención de esta segunda relación dada por la Ec. 9-e), se toma en cuenta la definición de entalpía a), se realiza la diferenciación b) y c), y se reemplaza el valor de la expresión $T \cdot ds$ indicada en la 6-b).

$$a) \quad h = u + P \cdot v \quad (\text{definición de entalpía})$$

$$b) \quad dh = du + d(P \cdot v) \quad \left. \vphantom{dh = du + d(P \cdot v)} \right\} (\text{diferenciación})$$

$$c) \quad dh = du + P \cdot dv + v \cdot dP$$

$$\text{recordando que: } du + P \cdot dv = T \cdot ds \quad (\text{1ra. expresión } T \cdot ds) \quad (9)$$

$$d) \quad dh = T \cdot ds + v \cdot dP$$

despejando:

$$e) \quad T \cdot ds = dh - v \cdot dP \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (\text{2da. expresión } T \cdot ds)$$

Esta segunda relación de propiedades, al igual que la primera, es también aplicable a cualquier sistema (con flujo o sin flujo) y a cualquier proceso (reversible o irreversible), sin embargo, resulta más útil en sistemas abiertos ya que en estos aparece la entalpía. Por otro lado, y tal como se ha indicado con anterioridad, a continuación, se formaliza la definición de análisis termodinámico iniciado en la clase precedente.

2.4. Análisis Termodinámico

2.4.1. Finalidad de este Análisis

El análisis termodinámico consiste en la obtención de la ecuación de la energía del sistema bajo estudio. Sistema que es, generalmente, un fluido que está experimentando uno o varios

procesos a través de uno o más dispositivos. Específicamente hablando, este análisis implica, en primer lugar, dar respuesta a dos interrogantes respecto del sistema: **¿para qué es?** y **¿cómo lo hace?**

Luego, se siguen los pasos siguientes, a saber:

1-Se define el tipo de sistema (abierto o cerrado) y se realiza el diagrama de energía; **2-**Se escribe la ecuación de la energía completa para el sistema definido en el punto anterior; **3-**Se plantean las condiciones del sistema, tanto, de diseño como de operación (o proceso); **4-**Se aplican dichas condiciones a la ecuación completa, y, finalmente; **5-** Se opera algebraicamente y se obtiene la ecuación particular de la primera ley para el dispositivo analizado (la aplicación de todos estos pasos se puede ver en detalle en el Capítulo 8, Sección 8.4.3).

Por ejemplo, se pide realizar el análisis termodinámico de un compresor que toma aire a la presión inicial P_0 y lo introduce en un tanque de almacenamiento a la presión P_i , verificándose que $P_i \gg P_0$. Para llevar esto a cabo se entrega trabajo al compresor (recordar: compresor, ventilador y bomba son lo mismo, solo debe tenerse en cuenta que se está bombeando). Entonces, para dar respuesta a la situación planteada, primero se debe responder **¿para qué es?** *Respuesta:* El compresor toma aire atmosférico, lo comprime a alta presión y lo almacena en un tanque; en segundo lugar, **¿cómo lo hace?** *Respuesta:* Haciendo trabajo sobre el sistema.

A la luz de este ejemplo, y como ya se ha señalado en otra oportunidad, el lector debe tener siempre presente que en la mayoría de los casos el sistema es el fluido (Sistema \Leftrightarrow Fluido). De este modo, en la turbina del ejemplo siguiente, el fluido ingresa, se expande y genera trabajo, se puede decir, por tanto, que el cuerpo de la turbina solamente delimita las fronteras de este dispositivo.

2.4.2. Análisis de una Turbina a Vapor

Hay que aclarar, en principio, que en una primera instancia es la bomba de agua la que lleva el líquido a la presión de trabajo de la caldera realizando trabajo sobre este (valga la redundancia), posteriormente, el fluido se calienta y se evapora en este cuerpo de presión aumentado su entalpía, lo que le permite generar el trabajo requerido en la turbina. Recordar, que este trabajo es trabajo útil que proviene del calor útil⁴⁹, luego, el calor que no realiza trabajo (q_R) se rechaza al sumidero (cumpliendo la Segunda Ley de la Termodinámica).

Ahora bien, el vapor llega a la turbina en determinadas condiciones e ingresa a la misma por su entrada (llamada estrangulamiento o válvula de toma), **Figura 17**, luego, se expansiona buscando una menor presión, genera trabajo w_t ; y, en su salida pasa por un condensador. Hay que aclarar que en la figura referenciada el condensador se muestra independizado de la turbina para observar de mejor manera los dos procesos (la expansión en la turbina y la condensación), sin embargo, en la realidad se encuentran físicamente unidos.

⁴⁹ Este calor útil ha sido nombrado más genéricamente en la clase anterior como energía útil o energía disponible (E_a).

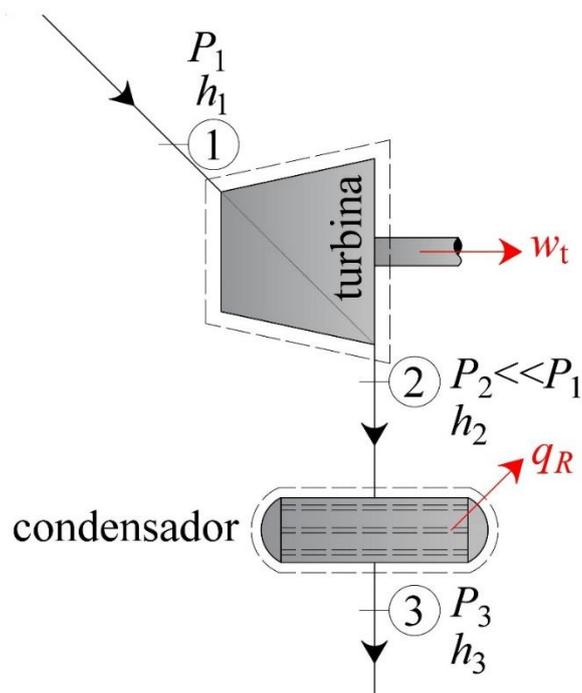


Figura 17. Turbina: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

El abordaje del análisis termodinámico propiamente dicho se realiza a continuación, siendo los aspectos mencionados hasta aquí, meramente introductorios. Sin embargo, tenga presente el lector que el orden y/o desarrollo de este análisis puede resultarle, quizás, más claro y detallado cuando se estudia este mismo dispositivo en el Capítulo 8.

En efecto, primero deben responderse las interrogantes: *para qué es* la turbina: para generar trabajo; *cómo lo hace*: aprovechando la energía contenida en el vapor. Luego, se identifica el *tipo de sistema*: en este caso sistema abierto de flujo estacionario⁵⁰.

Posteriormente se establecen las condiciones de diseño y de proceso (u operación): *condiciones de diseño*: el vapor que se genera en la caldera es para obtener trabajo en la turbina

w_t (¡no es para otra cosa!); *condiciones del proceso*: *teniendo en cuenta la finalidad del

⁵⁰ Muchos dispositivos de ingeniería operan en esencia bajo las mismas condiciones durante periodos largos. Por ejemplo, los componentes de una termoelectrica (turbinas, compresores, intercambiadores de calor y bombas) operan sin parar durante meses antes de detener el sistema para mantenimiento, por lo tanto, pueden ser analizados de manera conveniente como dispositivos de flujo estacionario (CENGEL y BOLES, 2012). Sin embargo, recuerde que en la realidad operan bajo regímenes transitorios.

dispositivo, se asume que no debe haber disipación de calor en la turbina (proceso adiabático, $q \cong 0$); *Las velocidades a la entrada y salida son prácticamente iguales, por lo tanto, se puede despreciar la variación de energía cinética ($\Delta ec \cong 0$)⁵¹; *Respecto de algún nivel de referencia arbitrario, la cota entre la entrada y la salida del fluido es pequeña, y por ende la energía potencial es despreciable ($\Delta ep \cong 0$)⁵², y, por último, como ya se ha mencionado: $*P_2 \ll P_1$ indicativo del proceso de expansión del vapor.

Finalmente, todas estas condiciones deben aplicarse a la ecuación completa (Ec. 7-c), permitiendo obtener la expresión de la primera ley para este dispositivo mecánico, Ec. (10). En particular, para este caso se despeja el término del trabajo.

$$\begin{aligned}
 a) \quad w_t &= -\Delta h \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 b) \quad w_t &= h_1 - h_2 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Si el proceso de expansión del vapor en la turbina es reversible; se puede utilizar la expresión $T \cdot ds$ que involucra la entalpía para obtener la forma general de la ecuación del trabajo para las condiciones mencionadas, Ec. (11).

⁵¹ No interesa aquí incrementar o disminuir la velocidad del fluido, en cambio, ello si es de interés, por ejemplo, en una tobera o difusor.

⁵² Al igual que el caso de la energía cinética, la finalidad de la turbina no es almacenar energía potencial. En cambio, esto si interesaría, por ejemplo, cuando se considera el caso de un mecanismo con contrapesos para mover un cuerpo u objeto mediante energía potencial

$$a) \overbrace{T \cdot dS = dh - v \cdot dP}^{2da. \text{ expresión } T \cdot dS}$$

dado que un proceso adiabático es necesariamente isentrópico, y, además, se pide que sea reversible, entonces : $T \cdot dS = q = 0$, por lo tanto:

$$b) \quad 0 = dh - v \cdot dP \Rightarrow \\ dh = v \cdot dP$$

integrando:

(11)

$$c) \quad \Delta h = \int_1^2 v \cdot dP = h_2 - h_1$$

multiplicando la anterior por (-1) y considerando la Ec.10-b) se llega a la expresión buscada :

$$d) \quad w_t = - \int_1^2 v \cdot dP \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

La d), pese a haber sido deducida para el caso de una turbina y para un proceso isentrópico (adiabático y reversible)⁵³, representa la **forma general de la ecuación del trabajo** asociado a un **sistema de flujo estacionario** cuando la variación de energía cinética y potencial son despreciables (en caso de que estas últimas sean significativas, deben sumarse como términos en el integrando).

En otras palabras, la 11-d) resulta aplicable a cualquier dispositivo de flujo estacionario cuyo fluido asociado experimenta cualquier proceso reversible (esta última condición es válida por ser la 11-d) una relación de propiedades termodinámicas del fluido). De hecho, tanto, CENGEL y BOLES (2012) como FACORRO RUIZ (2011), denominan genéricamente a esta expresión “trabajo reversible⁵⁴ de flujo estacionario” y “trabajo de circulación en una transformación reversible”, respectivamente.

⁵³ Hay que aclarar que, tal como lo exponen CENGEL y BOLES (2012), un proceso adiabático reversible implica, necesariamente, un proceso isentrópico, sin embargo, un proceso isentrópico no implica, necesariamente, un proceso adiabático reversible. Sin embargo, el término proceso isentrópico se usa habitualmente en Termodinámica para referirse a un proceso adiabático reversible.

⁵⁴ Trabajo reversible porque se deriva de un proceso reversible.

Por otra parte, el trabajo dado por la ecuación 11-*d*) representa, en un diagrama $P-v$, el **área detrás de la curva**, tal como se aprecia en la **Figura 18**. En el mismo también se observa que un incremento del volumen produce una disminución de la presión dando un resultado negativo al evaluar la primitiva, sin embargo, este signo se ve anulado al considerar el signo menos que trae la 11-*d*), lo que es coherente⁵⁵, ya que el sistema entrega trabajo al medio y por lo tanto debe ser positivo. En cambio, si el trabajo fuese de compresión, resultaría negativo (por ejemplo, en una bomba o un compresor). Del mismo modo, hay que acentuar, también, que en este diagrama el **área bajo la curva** representa el trabajo de un sistema cerrado.

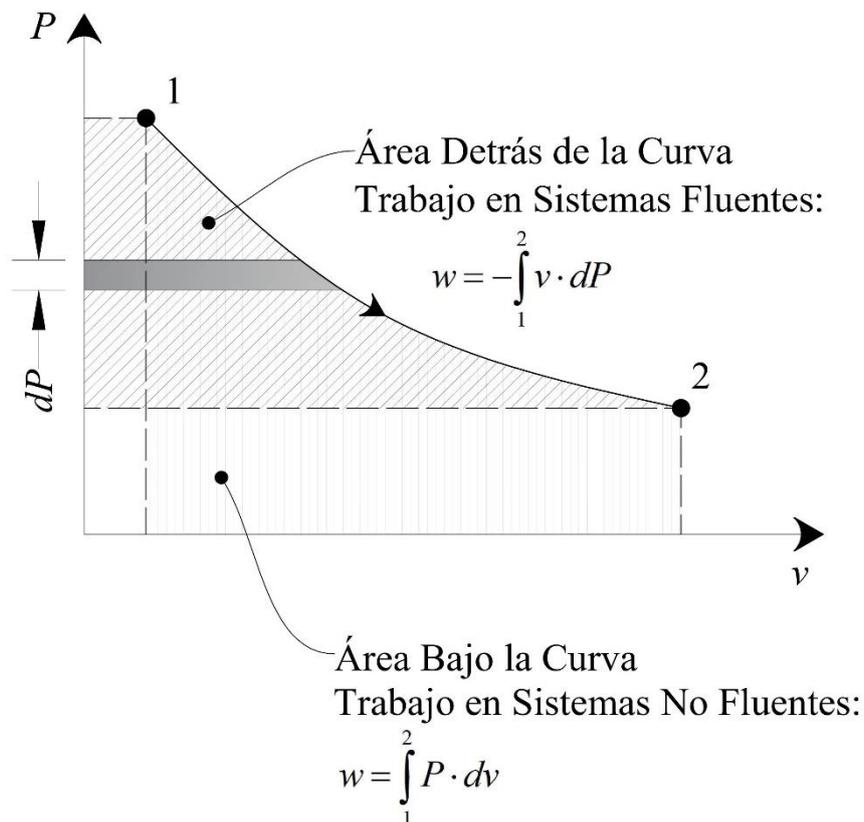


Figura 18. Trabajo de Entrada o Salida Asociado a un Sistema de Flujo Estacionario durante un Proceso Reversible: Significado Gráfico (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

A partir del análisis anterior, y en forma ampliada, un aspecto interesante de destacar es la relación que existe entre estas formas de trabajo presentadas en la Figura 18 cuando se tiene un

⁵⁵ Coherente con la convención adoptada.

gas ideal que evoluciona durante un proceso isotérmico. En efecto, se verifica que la curva de proceso en estas condiciones de temperatura constante responde a una hipérbola equilátera, con lo cual, el área tras curva resulta ser igual al área bajo la curva, es decir, que, durante un proceso reversible e isotérmico, el trabajo de un sistema cerrado es igual al trabajo de un sistema abierto de flujo estacionario. En símbolos: $w = \int_1^2 P \cdot dv = - \int_1^2 v \cdot dP$.

Finalmente, y no por ello menos importante, a continuación, se expone como cierre de capítulo las conclusiones derivadas de un cuestionario evaluativo suministrado por RIVADENEIRA PAZMIÑO (2012) con el fin de fijar algunos conceptos importantes.

2.5. Conclusiones de un Cuestionario Evaluativo

1- ¿Cómo se puede clasificar al trabajo: como energía almacenada o como energía en transición? *Respuesta:* Como energía en transición;

2- ¿Cómo se entiende o define lo que es un sistema termodinámico? *Respuesta:* Una región del universo encerrada por una frontera imaginaria;

3- ¿Qué es la presión y con qué unidades se mide? *Respuesta:* Presión es el cociente entre la fuerza y superficie;

4- ¿Qué representa para una sustancia su fórmula química? *Respuesta:* La composición molecular;

5- ¿Qué son, el estado termodinámico y la fase de una sustancia? *Respuesta:* El estado es la condición del sistema definida por dos variables independientes y representado por un punto en un diagrama termodinámico. La fase, en cambio, es una región. En este sentido, al decir “el agua se encuentra en estado líquido” se debe aclarar que se trata de un *estado de agregación de la materia* para no confundir con estado termodinámico. Más aun, dentro de una fase líquida

(región) pueden existir infinitos estados termodinámicos, correspondiéndole a cada uno valores distintos de, por ejemplo, volumen específico;

6- ¿Cuál es la diferencia entre energía interna y calor? *Respuesta:* El calor (al igual que el trabajo) es energía en transición. La energía interna, en cambio, es energía almacenada en la sustancia, de esta manera, cuando se añade calor a una sustancia esta incrementa su energía interna;

7- ¿Cuál es la diferencia entre gas y vapor? *Respuesta:* El término “gas”, en su aplicación en la práctica a fluidos reales, tiene su origen en el modelo de gas ideal. En este sentido, el gas ideal es: **a)** Una sustancia gaseosa que no admite cambio de fase (¡siempre es gas!); **b)** Una sustancia que obedece las leyes del gas ideal; **c)** Una sustancia que tiene calores específicos (c_v y c_p) constantes; y, **d)** Una sustancia cuya energía interna y entalpía son función solo de la temperatura (Ley de Joule). Todo enunciado contrario a lo expresado en los ítems **a)** a **d)**, es cierto para gases reales.

Teniendo en cuenta todo lo expresado en el párrafo anterior, considere una situación hipotética en la que se escoge una sustancia real y se la lleva a la fase gaseosa (fuera de la cámara de saturación) a una presión muy baja ($P \leq 1 \text{ psia} = 11 \text{bf/pulg}^2$), de modo tal, que, en estas condiciones se comporta “casi” como el gas ideal⁵⁶. Sin embargo, aún sigue teniendo calores específicos variables, aun se puede condensar y su energía interna y entalpía no son solo funciones de la temperatura. A estas sustancias algunos autores las denominan **semi perfectas**;

Como nota ampliatoria del ítem 7, CENGEL y BOLES (2012) expresan: A temperaturas por debajo de la temperatura crítica, a la fase gaseosa de una sustancia se le denomina

⁵⁶ En el sentido que obedece la ecuación de estado.

frecuentemente como vapor. El término vapor implica un estado gaseoso que se encuentra cerca de la región de saturación de la sustancia, lo cual incrementa la posibilidad de condensación durante el proceso. (p.737).

8- ¿Qué es un proceso? ¿cuándo es reversible? *Respuesta:* Se denomina proceso al cambio de, por lo menos, una propiedad en un estado termodinámico. Es reversible cuando todos sus estados son de equilibrio.

3. CONCEPTOS, DEFINICIONES Y LEYES

3.1. Tablas de Propiedades Termodinámicas

Las tablas de propiedades son herramientas que aparecen cuando se trata con sustancias reales. En este sentido, la relación entre propiedades en el gas ideal es relativamente simple y está dada por la ecuación de estado, en cambio, para sustancias reales la relación es más compleja, por lo tanto, sus ecuaciones de estado también lo son. En efecto, estas se componen, en general, de expresiones dadas en términos de series numéricas en función de la temperatura y utilizan coeficientes que dependen del rango de presiones en que se trabaja, dando, por tanto, resultados con cierta aproximación para cada estado de la sustancia real, lo que implica, además, la realización de cálculos tediosos y complicados.

A raíz de las dificultades mencionadas en el párrafo anterior, *aparecen para ingeniería* el uso de *tablas de propiedades*, las cuales se construyen a partir de determinado punto de estado en el cual es factible medir las propiedades de la sustancia; y, a partir de este dato calcular matemáticamente los demás valores: los tabulados. En otras palabras, para su construcción se debe definir un **punto de referencia**⁵⁷: las tablas, dan, entonces, valores medidos a partir de esa referencia arbitraria.

Cabe remarcar, por otra parte, que la propiedad o punto de referencia mencionado anteriormente no es el **cero absoluto**, lo cual se fundamenta desde la imposibilidad de lograr dicho valor. Sin embargo, esta condición no es del todo relevante ya que en ingeniería interesa, generalmente, conocer los cambios en las propiedades (“los *deltas*”) y no necesariamente el valor de la propiedad en un estado específico.

⁵⁷ Concretamente, valores numéricos de referencia para algunas propiedades se especifican en el capítulo siguiente.

Para ilustrar todo esto considere la **Figura 19** en la cual se observa que las propiedades en los estados 1 y 2 se podrían medir en forma absoluta (propiedad absoluta), es decir, a partir del cero absoluto, o bien, desde las referencias arbitrarias 1 y 2⁵⁸, obteniéndose para este último caso, las propiedades X_1 , X_2 , Y_1 e Y_2 . Por ende, cuando en una tabla se lee el valor de alguna propiedad se está leyendo, en realidad, el valor de un cambio (: delta) desde el estado de referencia hasta el estado considerado⁵⁹. Se puede decir, entonces, que las tablas contienen **valores pseudo absolutos**, siendo una evidencia de ello los valores negativos consignados en algunas de ellas, en particular para los refrigerantes.

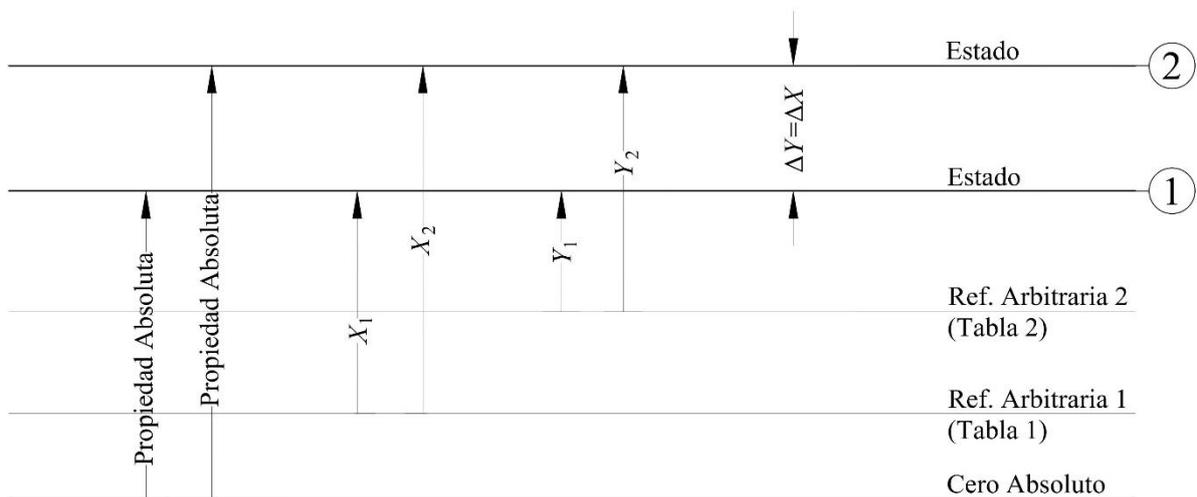


Figura 19. Puntos de Referencia Arbitrarios en Tablas de Propiedades (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Ahora bien, a partir de la figura anterior observe que $X_1 \neq Y_1$ ya que son propiedades medidas desde tablas distintas, sin embargo, los cambios son iguales, $\Delta X = \Delta Y$. Es decir, el cambio entre un estado y otro es el mismo independientemente de la tabla que se utilice.

⁵⁸ Las referencias arbitrarias 1 y 2 corresponden a tablas 1 y 2, respectivamente.

⁵⁹ Por supuesto, las tablas no explicitan esta circunstancia.

Por otra parte, un aspecto muy importante que se desprende del análisis precedente, es que, si se han de utilizar tablas y diagramas para la resolución de un problema, ambas deben corresponder al mismo autor⁶⁰, **Figura 20**.



Figura 20. Coherencia en el Uso de Tablas y Diagramas de Propiedades (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Otro aspecto que se desprende de las tablas de propiedades y que reviste importancia en la resolución de los problemas, tiene que ver con la **interpolación** y **extrapolación lineal** de sus datos. En efecto, si estos se graficarán se observaría, que, en general, siguen la tendencia mostrada en la **Figura 21** para dos propiedades cualesquiera x e y ⁶¹. Este comportamiento tiene que ver con la variación de los rangos entre dos estados consecutivos, es decir, las distancias entre valores consecutivos de propiedades se dan de tal manera que sea válido la realización de operaciones de interpolación y extrapolación lineal, **Figura 22**.

⁶⁰ Como nota aclaratoria, considere que los diagramas se construyen a partir de las tablas.

⁶¹ Observe que en dicha figura se aprecian tramos que siguen aproximadamente una línea recta (intervalos $a \leq x \leq b \wedge c \leq x \leq d$).

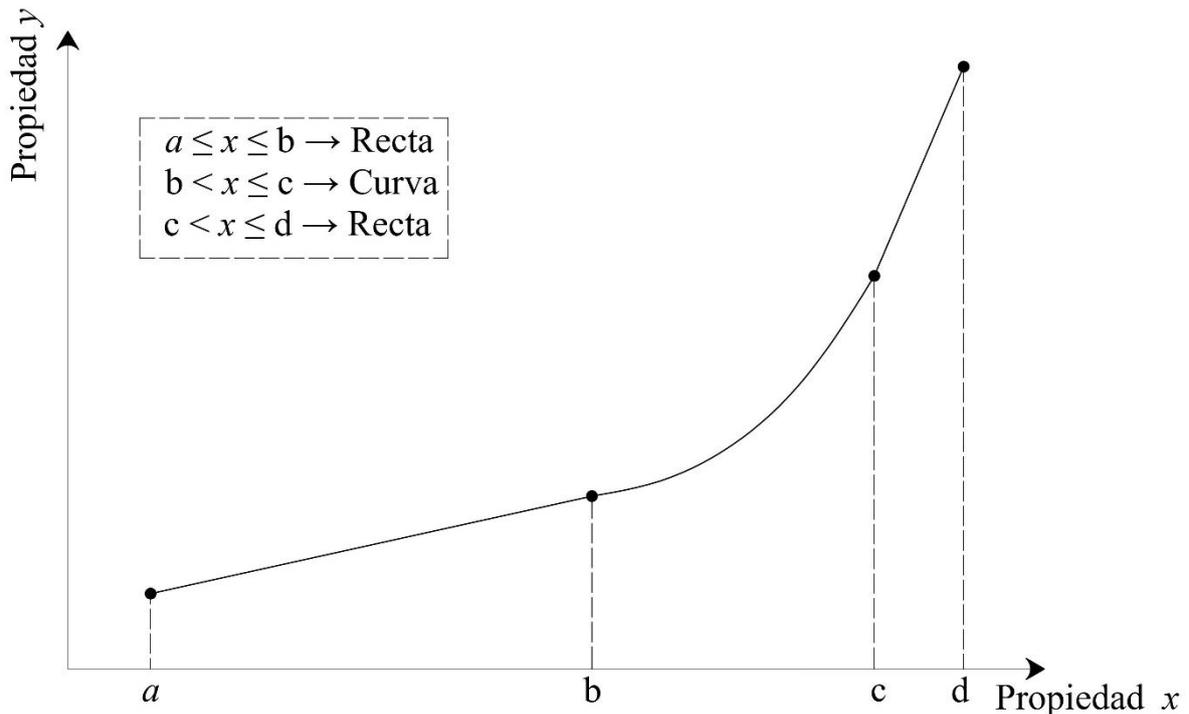


Figura 21. Curva de Variación de la Propiedades Termodinámicas (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

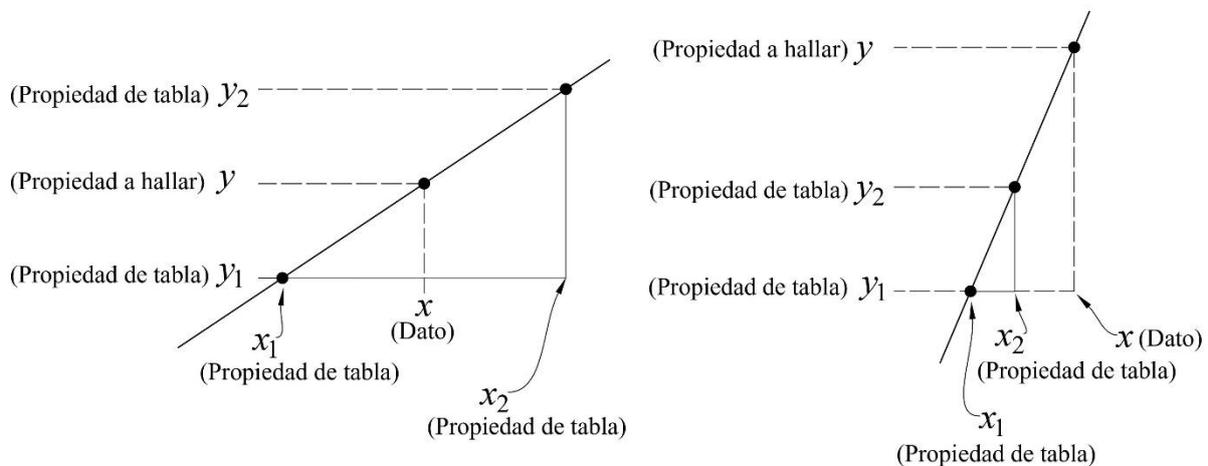


Figura 22. Interpolación (*izquierda*) y Extrapolación (*derecha*) Lineal en Tablas de Propiedades (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Como se observa en la figura anterior, la interpolación o extrapolación consisten en una linealización, es decir, se ajusta una recta entre dos estados conocidos. Para el primer caso, se quiere hallar un valor intermedio a los datos y para el segundo un valor externo a los mismos. En general estos problemas se resuelven con el planteo de semejanza de triángulos, o bien, definiendo una ecuación lineal con las coordenadas dato.

Por otra parte, se ha dicho que las tablas de propiedades surgen cuando se trabaja con sustancias reales, las cuales admiten cambio de **fase**. En este sentido, fases distintas implican propiedades distintas, aspecto este que vuelve relevante su comprensión sobre todo pensando en aplicativos ingenieriles de suma importancia para este curso. Por ejemplo, en el análisis de los ciclos de poder e invertidos que se estudian más adelante, interesa conocer el comportamiento de las fases líquida y gaseosa, y, del mismo modo, todo lo que arroje este análisis ha de ser igualmente aplicable a la región sólido-líquido, por ejemplo, en procesos siderúrgicos cuando se funden metales.

Teniendo en cuenta lo dicho, en el transcurso de los años las investigaciones y experimentaciones han llevado a la elaboración de lo que se denomina superficie termodinámica, la cual determina, precisamente, las propiedades termodinámicas $P-v-T$ en función de las fases.

3.2. Superficies y Diagramas Termodinámicos

Las superficies termodinámicas para diferentes sustancias reales tienen aproximadamente la misma forma tridimensional⁶², en particular, para las propiedades $P-v-T$ son como se muestran en las **Figuras 23 y 24**, en efecto, la primera corresponde a sustancias que se contraen al congelarse (este es el comportamiento de la mayoría de las sustancias), y la segunda corresponde a sustancias que se expanden al congelarse (por ejemplo, el agua⁶³). Dichas distinciones de contracción y/o expansión se aprecian de mejor manera en los diagramas bidimensionales $P-v$ de las **Figuras 25 y 26**.

⁶² Es necesario aclarar, que, todos los puntos de la superficie presentada corresponden a estados de equilibrio (: superficie de equilibrio), por lo tanto, los diagramas que a partir de ella se han de obtener son, así mismo, diagramas de equilibrio, tal como se ha enfatizado en secciones anteriores.

⁶³ Este comportamiento anómalo del agua ocurre únicamente entre los 0 y 4 grados Celsius.

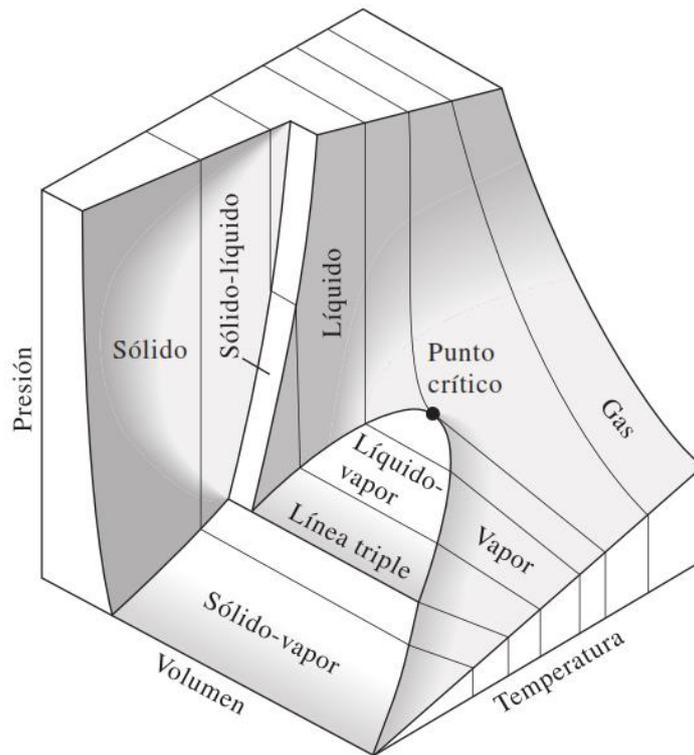


Figura 23. Superficie Termodinámica para Sustancias que se Contraen al Congelarse (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

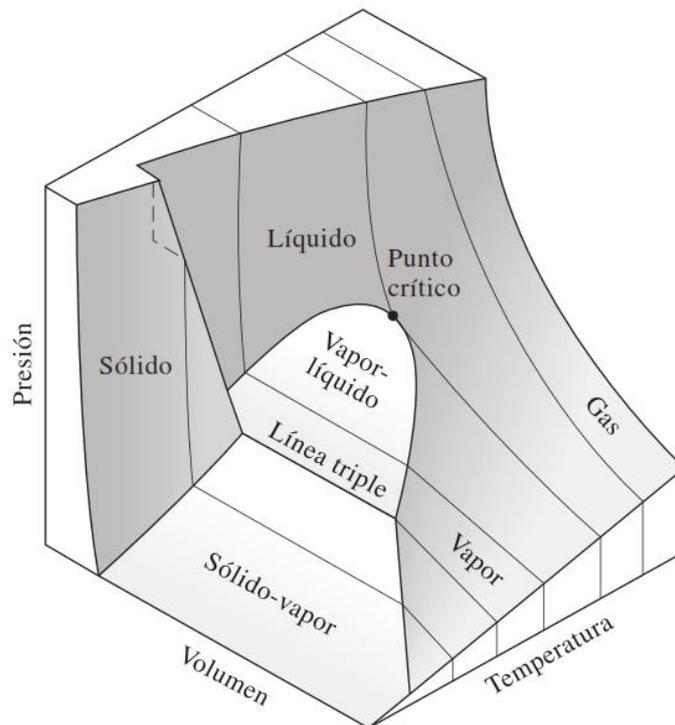


Figura 24. Superficie Termodinámica para Sustancias que se Expanden al Congelarse. Es el caso del Agua (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

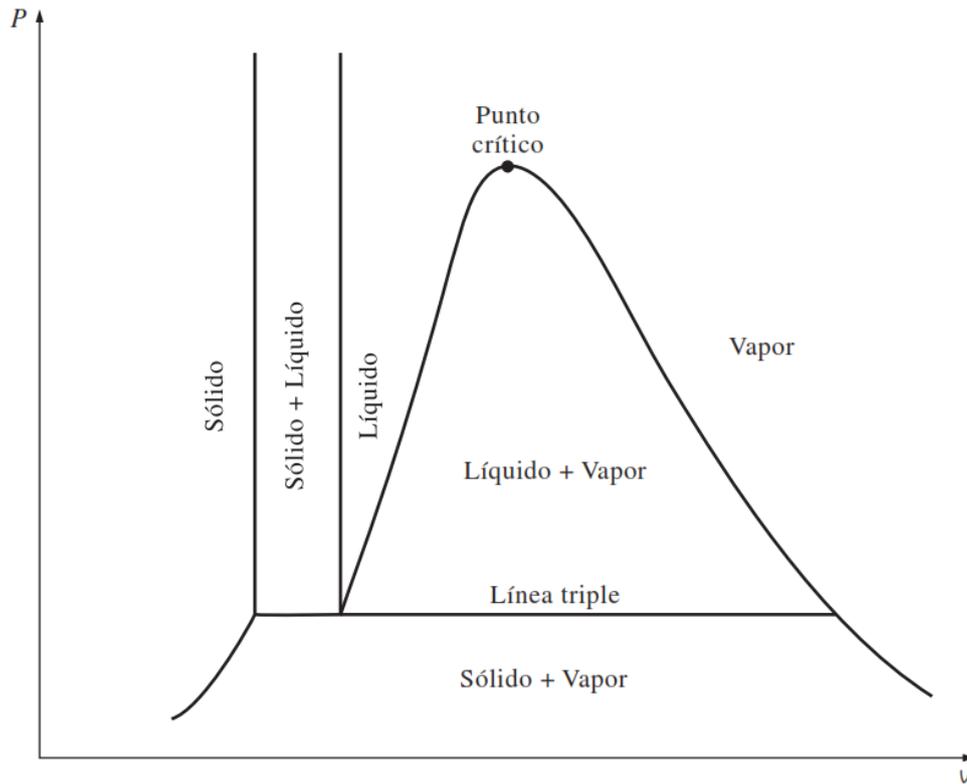


Figura 25. Sustancia que se Contrae al Congelarse: Diagrama $P-v$ (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

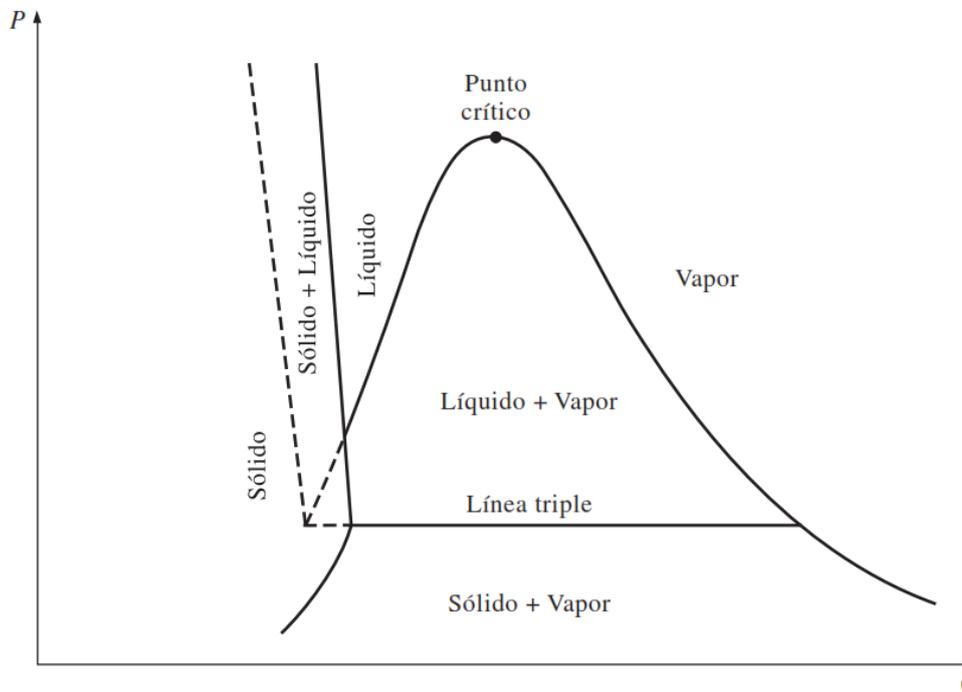


Figura 26. Sustancia que se Expande al Congelarse: Diagrama $P-v$ (por ejemplo, el agua) (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

A partir de la superficie presentada se pueden obtener **diagramas bidimensionales** mediante la proyección ortogonal de dicha superficie a cada plano coordenado. El resultado son los

diagramas $P-v$, $T-v$ y $P-T$, algunos de los cuales ya han sido utilizados y/o referenciados anteriormente en este documento, siendo, ahora, presentados formalmente mediante las **Figuras 27 a 29**.⁶⁴ Cabe aclarar que, típicamente para la resolución de problemas en Termodinámica, en estas representaciones no se incluye la fase sólida, ya que en general se trata con fluidos.

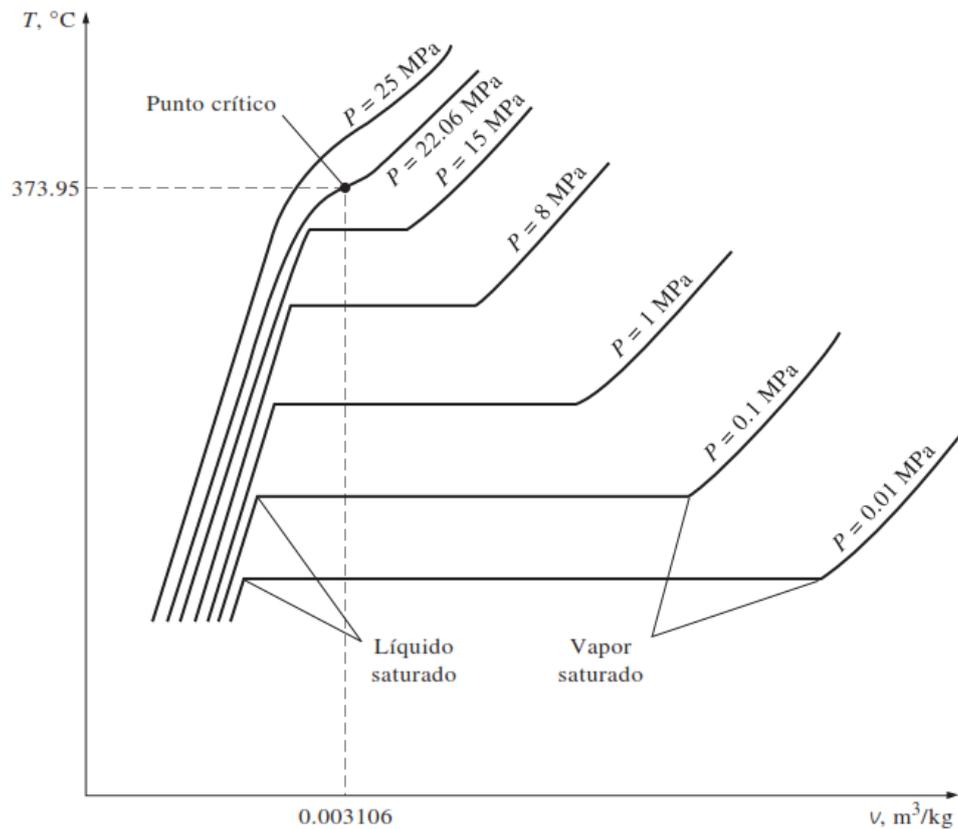


Figura 27. Diagrama $T-v$ para el Agua (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

⁶⁴ Los diagramas presentados corresponden al agua, la cual, como sustancia familiar se utiliza habitualmente para demostrar los principios básicos. Sin embargo, es necesario recordar que todas las sustancias puras exhiben el mismo comportamiento general.

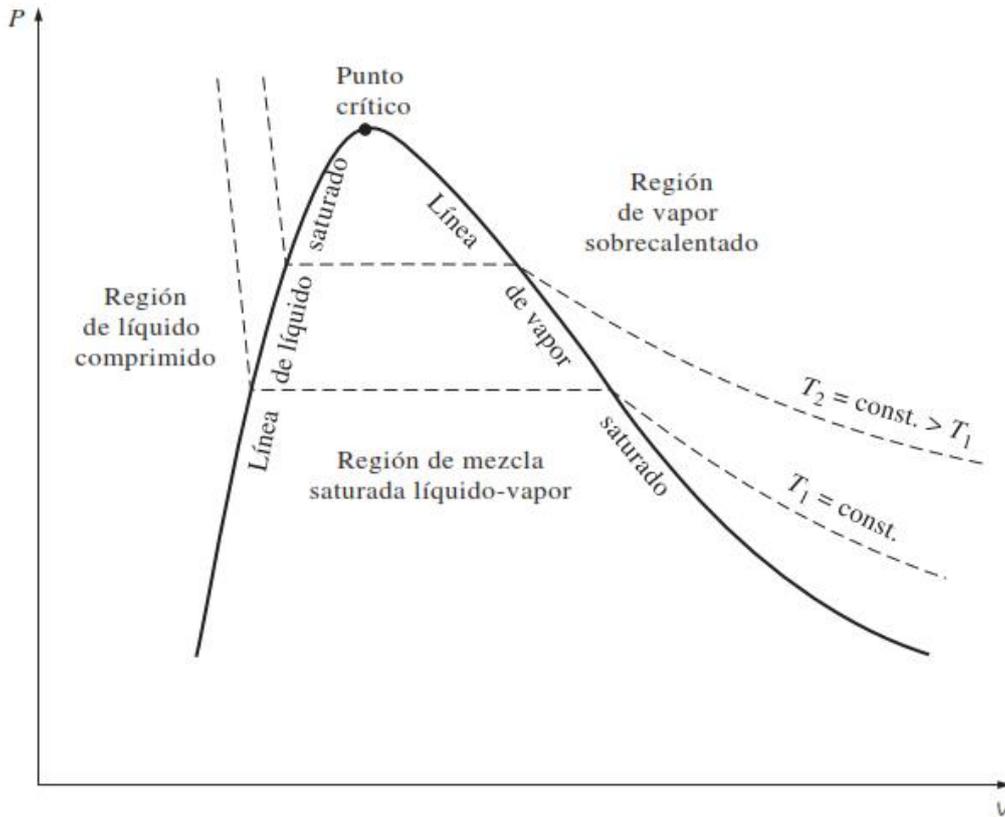


Figura 28. Diagrama $P-v$ para el Agua (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

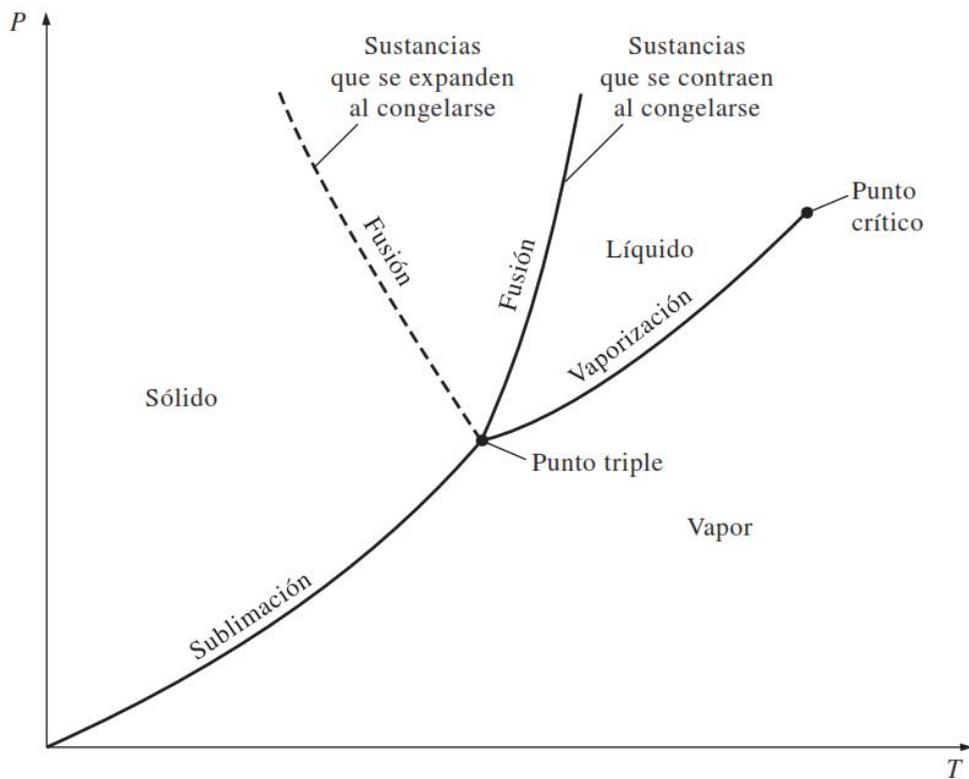


Figura 29. Diagrama $P-T$ o Diagrama de Fases para el Agua (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

Según el análisis precedente, se puede decir que los diagramas quedan definidos en función de las fases de una sustancia, y, en este sentido, si se tiene en cuenta el ítem 5) del cuestionario evaluativo de la clase anterior, es necesario enfatizar que una sustancia se puede manifestar de diferentes formas, determinando distintas regiones homogéneas (: fases), significando ello, que, de un punto a otro cercano la variación en sus propiedades no es significativa.

Para ilustrar lo anterior considere un vaso que contiene agua y cubos de hielo, y sobre la superficie libre de líquido, una masa gaseosa en suspensión debida a algunas moléculas que se liberan, en esta situación, la densidad entre las 3 fases es “bastante” diferente, sin embargo, el valor de esta magnitud es aproximadamente igual en cualquier subregión del líquido que se considere, es decir, los valores se desvían diferencialmente de la media. En otras palabras, se puede asumir que dentro de una misma fase los estados son de equilibrio, sin embargo, el lector debe tener en cuenta que, en la realidad, por ejemplo, en un gas contenido en un recipiente, las propiedades nunca han de ser las mismas en un punto que en otro⁶⁵.

Finalmente, y para cerrar con el estudio de los diagramas presentados, en la Sección 3.3 siguiente se ha de dar más formalismo a algunos conceptos ya aludidos, mientras que en la 3.4 se profundizará el análisis de la región de mezcla saturada líquido-vapor, concepto que también se formaliza a continuación.

3.3. Definiciones Inherentes a los Diagramas

1-Líquido Saturado. Un líquido que está a punto de evaporarse se llama líquido saturado.

2-Vapor Saturado. Un vapor que está a punto de condensarse se llama vapor saturado.

⁶⁵ Una vez más, son las consideraciones que se hacen en ingeniería para resolver los problemas.

3-Temperatura de Saturación, T_{sat} . Es la temperatura a la que la sustancia alcanza el estado de ebullición (: inicia el cambio de fase). La presión a la que ocurre este cambio de fase se denomina **Presión de Saturación, P_{sat}** .⁶⁶ A este respecto, como criterio gráfico considere, que, en un diagrama $P-v$ las presiones de saturación son las que cortan a las líneas de saturación y sus valores son subcríticos, en cambio, las presiones que no cortan a las líneas de saturación corresponden a presiones súper críticas.

4-Líneas de Saturación. Los estados de líquido saturado y vapor saturado que se indican en el diagrama $T-v$ de la Figura 27, pueden conectarse mediante una línea para obtener las denominadas líneas de líquido saturado y vapor saturado, respectivamente, tal como se aprecia en el diagrama $P-v$ de la Figura 28. Estas dos líneas se unen en un punto denominado **Punto Crítico** (formando un máximo en la curva⁶⁷), el cual se define como el punto en el que los estados de líquido saturado y de vapor saturado son idénticos⁶⁸.

5-Regiones en los Diagramas. Según una distinción expuesta por FACORRO RUIZ (2011), página 194 (referirse a las Figura 23 y 28), la línea de líquido saturado, vapor saturado e isoterma crítica⁶⁹ dividen al plano $P-v$ en cuatro regiones que delimitan las fases de la sustancia, a saber:

Región de líquido comprimido o subenfriado. Corresponde a todos los estados de la sustancia que se localizan a la izquierda de la línea de líquido saturado. Al respecto, hay que

⁶⁶ Hay que especificar que existe una relación biunívoca entre la T_{sat} y la P_{sat} , es decir, a una determinada T_{sat} le corresponde una única P_{sat} ; y a la inversa también es cierto, y esta relación se mantiene constante durante todo proceso de cambio de fase de la sustancia.

⁶⁷ En virtud de la forma de esta curva algunos autores la denominan campana de saturación.

⁶⁸ Una evidencia de ello se puede observar en las tablas de vapor saturado (o tablas de saturación como lo define RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012, en el capítulo siguiente), en las cuales, y para el punto crítico, se consignan valores nulos para las magnitudes de: energía interna de vaporización, entalpía de vaporización y entropía de vaporización, tal como lo presenta CENGEL y BOLES (2012) en la Tabla A-4.

⁶⁹ Isoterma crítica es la que corresponde al punto crítico.

decir que, en la mayoría de los libros se presenta escasa información de las propiedades termodinámicas de esta región. Esto es así porque en ella ocurren cambios energéticos relativamente bajos, a tal punto que las propiedades de líquido comprimido se suelen aproximar utilizando los valores de propiedades de líquido saturado a la misma temperatura⁷⁰. Sin embargo, en este curso se han de considerar casos puntuales de interés, por ejemplo, la compresión de líquido en las bombas utilizadas en las centrales térmicas, dado que, pese a que estos dispositivos son pequeños y consumen poca energía en relación a otras máquinas: su funcionamiento es crítico.

Región de mezcla saturada líquido-vapor. Corresponde a todos los estados de la sustancia encerrados por las líneas de líquido saturado y vapor saturado.

Región de vapor sobrecalentado. Corresponde a todos los estados de la sustancia que se encuentran a la derecha de la línea de vapor saturado y por debajo de la isoterma crítica.

Región de gas. Corresponde a todos los estados de la sustancia que se encuentran por encima de la isoterma crítica.

Los conceptos de líquido comprimido, mezcla saturada y vapor sobrecalentado se definen en las numeraciones siguientes, mientras que en la Sección 3.4 se ha de dar particular énfasis al análisis de la mezcla saturada. Por otra parte, y como nota ampliatoria, hay que decir que por encima del punto crítico la transición entre las fases líquido-gas no tiene fronteras exactamente definidas, es difusa, no pudiéndose determinar una línea que las separe. Como contraste, entre

⁷⁰ En este sentido, CENGEL y BOLES (2012) exponen, que, las tablas para líquido comprimido no son muy comunes dada la relativa independencia de sus propiedades respecto a la presión. Por ejemplo, aumentar 100 veces esta última ocasiona que las propiedades cambien menos de 1 %. Lo que ocurre, por otra parte, es que las propiedades del líquido comprimido tienen mayor dependencia de la temperatura que de la presión. Como idea de cierre, si se considera el volumen específico, la energía interna y la entalpía, la propiedad cuyo valor es más sensible a las variaciones de presión es la entalpía.

las fases sólida y líquida sí se aprecian cambios bruscos de las propiedades de la sustancia, lo que permite evidenciar que, efectivamente, se da un cambio de fase en la misma.

6-Líquido Comprimido o Subenfriado. Para el primer término: se llama así porque su presión es mayor a la P_{sat} a la misma temperatura⁷¹. Para el segundo término: se llama así porque su temperatura es menor a la T_{sat} a la misma presión⁷². En este último caso, a este decremento de la temperatura por debajo de la T_{sat} se lo denota con ΔT_{sc} (donde el subíndice “sc” proviene de *sub cool*).

7- Vapor Húmedo o Mezcla Saturada Líquido-Vapor. Corresponde a los estados de la sustancia que se encuentran entre las líneas de saturación. Su denominación es debida a que en estos estados las fases líquida y vapor coexisten en equilibrio.

8-Vapor Sobrecalentado o Supercalentado. Se llama así porque su temperatura es mayor que la T_{sat} a la misma presión⁷³. A este incremento por sobre la T_{sat} se denomina *grado de sobrecalentamiento*, simbolizado con ΔT_{sh} (donde el subíndice “sh” proviene de *super heated*).

3.4. Sistema de Dos Fases: Mezcla Húmeda

Como se ha dicho, el sistema de dos fases en equilibrio⁷⁴ de interés corresponde a los estados de la sustancia contenida entre las líneas de saturación, y se denomina comúnmente: **Vapor Húmedo, Mezcla Saturada⁷⁵ Líquido-Vapor** o simplemente **Mezcla Húmeda**. La relevancia del análisis de esta región radica, en que, constituye el sistema termodinámico principal de los

⁷¹ El lector puede apreciar esto en un diagrama $P-v$.

⁷² El lector puede apreciar esto en un diagrama $T-v$.

⁷³ El lector puede apreciar esto en un diagrama $T-v$.

⁷⁴ En equilibrio quiere decir que la mezcla de agua líquida y gaseosa se encuentra en las mismas condiciones de presión y temperatura.

⁷⁵ Es saturada porque está constituida por líquido saturado y vapor saturado.

ciclos de poder y refrigeración que se han de estudiar posteriormente, en particular, cuando el fluido de trabajo de estos ciclos es agua.

En las tablas de propiedades, por otra parte, a los estados de saturación se los designa con los subíndices f y g , para señalar, líquido saturado y vapor saturado, respectivamente. Por ejemplo, una cierta masa de vapor saturado se expresa como m_g , mientras, que, h_f representa la entalpia de un determinado líquido saturado, etc.

En este sentido, los estados de saturación vienen tabulados en prácticamente todos los libros de Termodinámica y sus valores son fácilmente identificables conociendo, simplemente, el valor de presión o el valor de la temperatura de la sustancia. Sin embargo, la determinación de los estados de una mezcla húmeda requiere conocer una propiedad extra, en otras palabras, no basta con conocer solo la presión o solo la temperatura, ya que estas variables no son independientes dentro de la campana de saturación⁷⁶.

Teniendo en cuenta las particularidades expresadas en los párrafos anteriores, es evidente que un análisis completo de la mezcla saturada requiere de un estudio adicional, pensando, principalmente, en la determinación de sus propiedades termodinámicas, tal como se analiza a continuación.

3.4.1. Propiedades de la Mezcla Húmeda

Durante un proceso de evaporación una sustancia existe como una parte líquida y otra de vapor, es decir, es una mezcla de líquido saturado y vapor saturado, y para analizarla de manera apropiada es necesario conocer en que proporciones se hallan dentro de la mezcla dichas fases. Lo anterior se consigue definiendo una nueva propiedad llamada **Calidad de Vapor** o **Título**

⁷⁶ Recuerde el lector, que un estado termodinámico es la condición del sistema definida por dos variables independientes.

de Vapor que se denota comúnmente con la letra "x", y se calcula como la razón entre la masa de vapor, m_{vapor} , y la masa total de la mezcla, m_{total} , Ec. (12). Esta nueva cantidad definida sirve como una de las dos propiedades intensivas independientes necesarias para describir el estado de la mezcla húmeda⁷⁷.

$$x = \frac{m_{\text{vapor}}}{m_{\text{total}}} \quad [1] \quad \text{donde: } 0 \leq x \leq 1 \quad \text{o bien: } 0 \% \leq x \leq 100 \% \quad (12)$$

Donde, $m_{\text{total}} = m_{\text{líquido}} + m_{\text{vapor}} = m_f + m_g$. Hay que aclarar, que, la calidad para líquido saturado es 0 (o 0 %), mientras que para vapor saturado es 1 (o 100 %). Por otro lado, también es importante tener presente que durante el proceso de vaporización solo cambia la cantidad de líquido saturado, no sus propiedades, lo mismo sucede con el vapor saturado. Sin embargo, por lo general se desconoce la cantidad de masa de cada fase; por lo cual, suele ser más conveniente imaginar que las dos fases se encuentran bien mezcladas y forman una **mezcla homogénea**, entonces, las propiedades de esta mezcla serán las **propiedades promedio del vapor húmedo** en consideración⁷⁸, esto permite la obtención de una nueva expresión para el cálculo del título, tal como se expone a continuación.

Teniendo en cuenta lo dicho en el párrafo anterior, considere un recipiente que contiene vapor húmedo en el cual el volumen ocupado por el líquido saturado y el vapor saturado han de ser, respectivamente, V_f y V_g , siendo, el volumen total V , por su parte, la suma de estos dos: $V_f + V_g = V$. Si, luego, se introduce el concepto de volumen específico, se reemplaza en la

⁷⁷ Por lo dicho, este concepto solo tiene sentido para esta región.

⁷⁸ En virtud de estas propiedades promedio, ha de aparecer luego el uso del subíndice "prom".

ecuación anterior y se opera, se llega a la Ec. (13-b), de la cual puede obtenerse una nueva expresión para el cálculo del título, Ec. (14).

Para una mezcla saturada homogénea se verifica que el volumen total V , vale:

$$\begin{array}{l}
 V = V_f + V_g \\
 \text{o bien, en términos del volumen específico:} \\
 m_{\text{total}} \cdot v_{\text{prom.}} = m_f \cdot v_f + m_g \cdot v_g \\
 a) \left\{ \begin{array}{l}
 \text{considerando } m_f = m_{\text{total}} - m_g \text{ y reemplazando en la anterior:} \\
 m_{\text{total}} \cdot v_{\text{prom.}} = (m_{\text{total}} - m_g) \cdot v_f + m_g \cdot v_g \\
 \text{y dividiendo miembro a miembro por } m_{\text{total}} : \\
 v_{\text{prom.}} = (1-x) \cdot v_f + x \cdot v_g
 \end{array} \right. \quad (13)
 \end{array}$$

Finalmente operando en la última expresión de la a) se obtiene:

$$b) \quad v_{\text{prom.}} = v_f + x \cdot v_{fg} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$$x = \frac{v_{\text{prom.}} - v_f}{v_{fg}} \quad [1] \quad (14)$$

En la (14), x es el título de vapor, $v_{\text{prom.}}$ es el volumen específico del vapor húmedo (recordar que este volumen es representativo de una mezcla homogénea de líquido y vapor, por ello el subíndice prom.) para un título determinado, v_f es el volumen específico del líquido saturado y $v_{fg} = v_g - v_f$ (donde v_g es el volumen específico del vapor saturado). Hay que enfatizar nuevamente que todas estas cantidades son para una determinada presión y temperatura de la mezcla.

Otro aspecto también útil, es reconocer la forma aproximada que siguen las isolíneas de título constante. Por ejemplo, en un diagrama entrópico (: diagrama $T-s$) dichas isolíneas son como se muestran en la **Figura 30**, sin embargo, son similares en cualquier otro diagrama.

Por otra parte, y con base en la ecuación (14), la calidad también se puede relacionar geoméricamente con las distancias horizontales en un diagrama $P-v$ o $T-v$, tal como se muestra en la **Figura 31**. Este **cálculo geométrico de la calidad** no es meramente ilustrativo, de hecho, es un recurso que puede utilizarse ante la falta de datos, siempre y cuando el diagrama en el cual se hacen las mediciones este a escala.

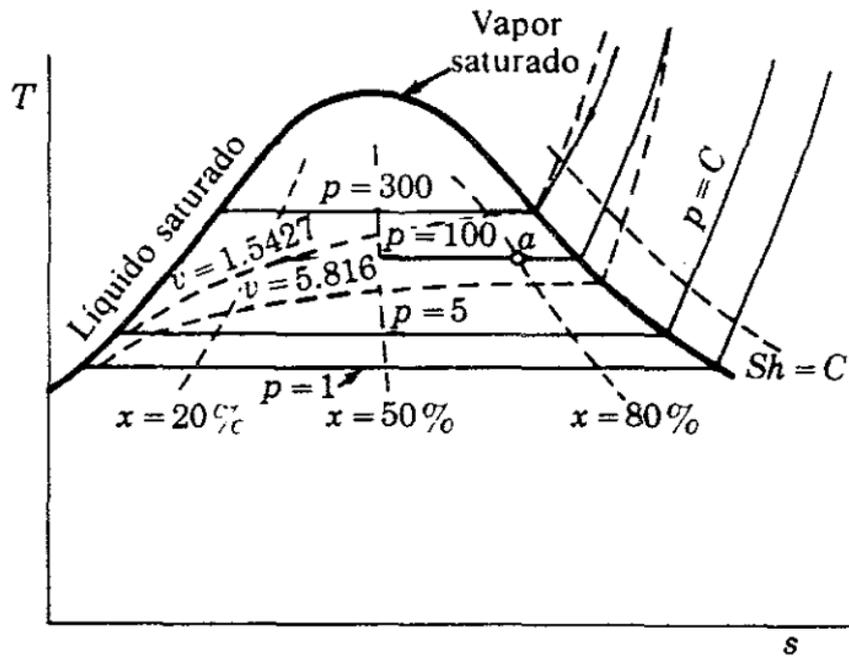


Figura 30. Líneas de Calidad o Título Constantes (Fuente: FAIRES y SIMMANG, 1983).

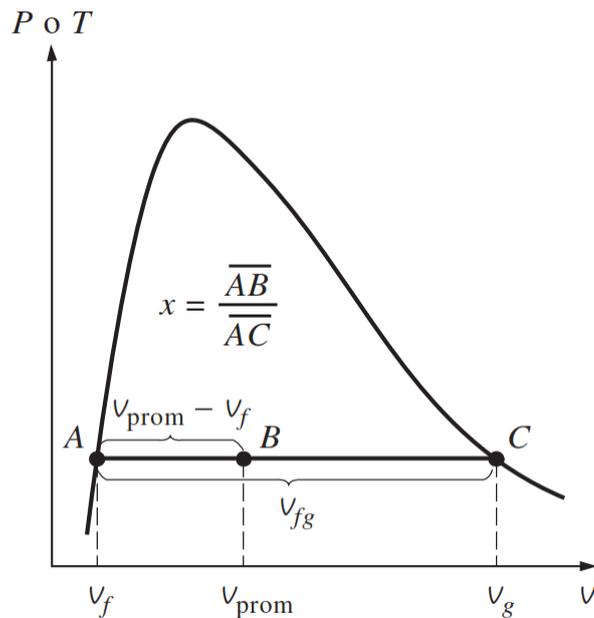


Figura 31. Relación Geométrica de la Calidad o Título del Vapor Húmedo en un Diagrama $P-v$ o $T-v$ (Fuente: CENGEL y BOLES, 2012).

Finalmente, es posible generalizar la (13-b) para otras propiedades como la energía interna, la entalpía y la entropía, con el fin de obtener los valores de estas cantidades para un título específico. A esta propiedad generalizada se la ha de denotar con la letra “y”, Ec. (15).

$$y_{\text{prom.}} = y_f + x \cdot y_{fg} \rightarrow \begin{cases} a) & u_{\text{prom.}} = u_f + x \cdot u_{fg} & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ b) & h_{\text{prom.}} = h_f + x \cdot h_{fg} & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ c) & s_{\text{prom.}} = s_f + x \cdot s_{fg} & \left[\frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kg}} \right] \end{cases} \quad (15)$$

Donde, $u_{\text{prom.}}$, $h_{\text{prom.}}$ y $s_{\text{prom.}}$ son, respectivamente, la energía interna, la entalpía y la entropía del vapor húmedo para un título determinado. Hay que destacar que los valores de las propiedades de los vapores húmedos están siempre entre los valores de líquido saturado y vapor saturado, es decir: $y_f \leq y_{\text{prom.}} \leq y_g$, lo cual no es un detalle menor, ya que en el manejo de tablas es importante tener en cuenta los valores de las propiedades para identificar si se trata de estados termodinámicos de saturación, de sobrecalentamiento o de líquido comprimido.

4. TABLAS DEL VAPOR

4.1. Introducción

En el capítulo anterior se han analizado características generales de origen, uso y construcción de las tablas de propiedades termodinámicas, en este apartado se han de consignar, también, otros aspectos igual de importantes. En primer lugar, en efecto, de los **estados de referencia** es conveniente explicitar que la mayoría de las tablas tienen como punto de partida, a 0 °C ⁷⁹, un valor de entalpía y entropía de líquido saturado nulos, **Figura 32**; a partir de los cuales se consignan consecutivamente los demás estados, como ya se ha mencionado.

$$\left. \begin{array}{l} h_f = 0 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ s_f = 0 \left[\frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kg}} \right] \end{array} \right\} \rightarrow \text{a } 0\text{ °C} = 32\text{ °F}$$

Figura 32. Valores de Entalpía (h) y Entropía (s) del Líquido Saturado a 0 °C : Estados de Referencia en Tablas de Propiedades (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Otro aspecto importante, y extensible también a las tablas de propiedades en general, es, que, los valores numéricos tabulados están dados con determinadas **cifras significativas**, y, a este respecto, y en particular en lo pertinente a la resolución de los ejercicios, lo importante es que en los cálculos intermedios se conserve la cantidad de dígitos (¡no aproximar!⁸⁰) para evitar la introducción de errores “grandes”⁸¹, particularmente, en las interpolaciones y extrapolaciones, en efecto, se debe aproximar recién en el resultado final.

Una tercera cuestión un tanto específica pero válida de mencionar, es la que refiere al **formato** de algunas tablas, en efecto, la energía interna no viene en algunas de ellas, siendo

⁷⁹ La temperatura de 0 °C es el valor de referencia arbitrario más típicamente adoptado.

⁸⁰ Truncar o redondear.

⁸¹ Estos errores aludidos se dan debido a que hay muchos valores que tienen sus 2 y hasta 3 primeras cifras decimales iguales. En contraposición, hay que decirlo, la cantidad de dígitos consignados en las tablas no están dados al azar: tienen como objetivo reducir al mínimo el error introducido en los cálculos.

necesario, por tanto, calcularla a partir de otras propiedades conocidas sí tabuladas. Por ejemplo, se pide determinar la energía interna de una mezcla saturada conociendo la T_{sat} , entonces, recordando que: $h = u + P \cdot v$, de la cual se deduce: $u = h - P \cdot v$; y, mediante el uso de las tablas se obtienen los valores de: $h = h_f + x \cdot h_{fg}$, $v = v_f + x \cdot v_{fg}$ y $P = P_{sat}$, que resuelven el problema.

Por último, puede presentarse una clasificación de las tablas de propiedades existentes, en este sentido, las del vapor⁸² son las que revisten relativa importancia para este curso, correspondiendo estas más comúnmente al agua y siendo particularmente importantes para el estudio de los ciclos de poder, de la misma manera, en que las tablas de las sustancias refrigerantes lo son para los ciclos invertidos.

4.2. División de las Tablas de Propiedades

Tal como lo expresa RIVADENEIRA PAZMIÑO (2012), se puede realizar una clasificación de los tipos de tablas del vapor que se utilizan, a saber: tablas de saturación, tablas de vapor sobrecalentado y tablas de líquido comprimido, así mismo, las tablas de saturación se suelen subdividir en dos grupos. En la **Figura 33** se explicita esta clasificación y posteriormente se brinda una descripción de la misma.

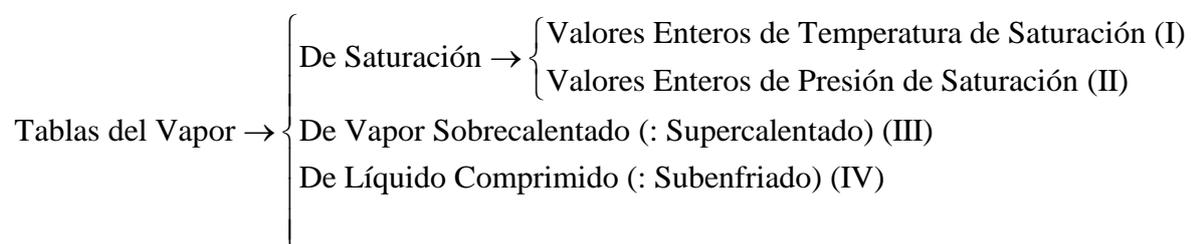


Figura 33. Tablas del Vapor: Clasificación (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

⁸² Hay que aclarar, que, con la expresión “tablas del vapor” RIVADENEIRA PAZMIÑO (2012) incluye también a las de líquido comprimido, aunque estas no describan una fase gaseosa de la sustancia.

Antes de dar paso a la descripción de cada una de las tablas, es necesario recordar al lector que los valores consignados en ellas están en coherencia con las regiones definidas en la Sección 3.3. Es decir, la (I) y (II) contienen valores de propiedades de la mezcla saturada, mientras que la (III) y (IV) valores de la fase gaseosa⁸³ y líquida, respectivamente. También, y aunque parezca redundante, es pertinente mencionar aquí que todas ellas contienen valores de propiedades termodinámicas como la presión, temperatura, entropía, etc., por ello, en la descripción que sigue no se ha de ser minucioso en este aspecto, más bien, se ha de hacer énfasis en las particularidades de cada una de ellas.

1-Tablas de Saturación. Esta se divide típicamente en dos partes: (I) y (II). Con la (I) se pueden obtener otros estados ingresando con valores enteros de T_{sat} , la primera columna de esta tabla, en efecto, consta de valores enteros de T_{sat} . En cambio, en la (II), la primera columna contiene valores enteros de P_{sat} , en ambos casos, la segunda columna corresponde a la P_{sat} o T_{sat} , respectivamente⁸⁴. Por otra parte, el rango (valores mínimo y máximo) de estas tablas viene determinado por el estado de referencia como límite inferior y el estado crítico como límite superior, por citar un ejemplo, para el caso del agua los valores son los que se indican en la **Figura 34**.

$$Rango^{(1)} \Rightarrow \begin{cases} 0,01 \text{ }^\circ\text{C} \leq \text{Temperatura} \leq 373,95 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0,6117 \text{ kPa} \leq \text{Presión} \leq 22064 \text{ kPa} \end{cases}$$

Figura 34. Rango en Tablas de Saturación para el caso del Agua. ⁽¹⁾ Valores Exactos (Fuente: Adaptado de CENGEL y BOLES, 2012).

⁸³ Un detalle importante a tener en cuenta en este sentido, es, que, según se ha visto en la clase anterior FACORRO RUIZ (2011) al igual que otros autores, hace distinción entre vapor sobrecalentado y gas, sin embargo, las tablas de vapor sobrecalentado consignan valores de propiedades también para temperaturas superiores a la crítica, razón por la cual no existe una tabla designada como “tabla de gas”.

⁸⁴ La conveniencia de esta subclasificación es evitar la interpolación, en efecto, si el dato es un valor entero de temperatura se utiliza la (I), en cambio, si lo es la presión, conviene utilizar la (II).

2-Tablas de Vapor Sobrecalentado (: Supercalentado). Un vapor sobrecalentado se encuentra en fase gaseosa (: una sola fase), por lo tanto, su estado queda completamente definido por dos propiedades termodinámicas independientes⁸⁵, por eso estas tablas, pese a presentarse en varios formatos (según el autor), en todas ellas figuran las diferentes temperaturas y su correspondiente presión; además, claro, de otras propiedades termodinámicas.

3-Tablas de Líquido Comprimido (: Subenfriado). Así como el vapor sobrecalentado, el líquido comprimido también se encuentra en una sola fase y por ello su formato de presentación de tabla es similar al primero. Esta característica hace que en este párrafo no sea necesario un estudio minucioso de este aspecto, motivo por el cual, el análisis que sigue está más centrado en la descripción del proceso de compresión a que puede estar sometido este líquido (por ejemplo, en una bomba) y en las conclusiones obtenidas a partir de ello, conclusiones que luego se han de aplicar en la clase siguiente. Sin embargo, hay que decir, que, en este contexto, las tablas de líquido comprimido son herramientas siempre necesarias.

Entonces, y en referencia a la **Figura 35**, considere un líquido saturado en el estado d que se enfría a presión constante hasta los estados B, c o b, que corresponden (según su definición) a líquido subenfriado. Por otra parte, considere también un líquido saturado en “a” y suponga que se bombea hasta alcanzar una presión más alta según bcBd. En este sentido, si se bombea isotérmicamente, el estado final es b⁸⁶; si se lo hace en forma isentrópica, el estado final es c⁸⁷;

⁸⁵ En este sentido, recordar que en una sola fase la presión y la temperatura son independientes, esto a diferencia de la mezcla saturada (: dos fases) en la que estas dos cantidades son dependientes, requiriéndose de la presión o la temperatura y el título para poder definir el estado de la mezcla húmeda (: para poder dibujar el punto en el diagrama).

⁸⁶ Además, para este caso, notar que al punto de estado b también se puede llegar mediante un proceso de expansión isobárica d-b, es decir, se trata de un subenfriamiento a presión constante.

⁸⁷ En este caso, como es de esperarse, la temperatura en este punto (T_c) es mayor a la temperatura en el punto b (T_b).

y, si se efectúa isométricamente ha de ser B: cada uno de estos estados corresponde a un líquido comprimido.

Como nota de ampliación, y en relación a las curvas de compresión presentadas, observe en la **Figura 36**, que en el diagrama $P - v$ las isolíneas de entropía constante son más “empinadas” que las de temperatura constante, lo mismo ocurre en un diagrama $T - s$ con las isolíneas de volumen constante respecto a las de presión constante.

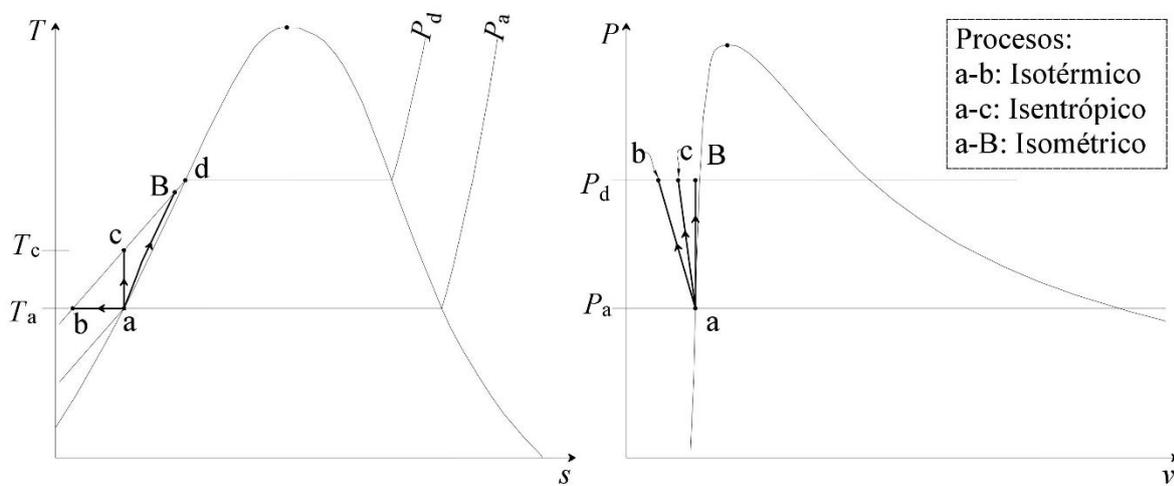


Figura 35. Proceso de Compresión en una Bomba. Las Diferencias entre los Estados b,c y B han sido Amplificadas para Mayor Claridad (Fuente: Adaptado de FAIRES y SIMMANG, 1983).

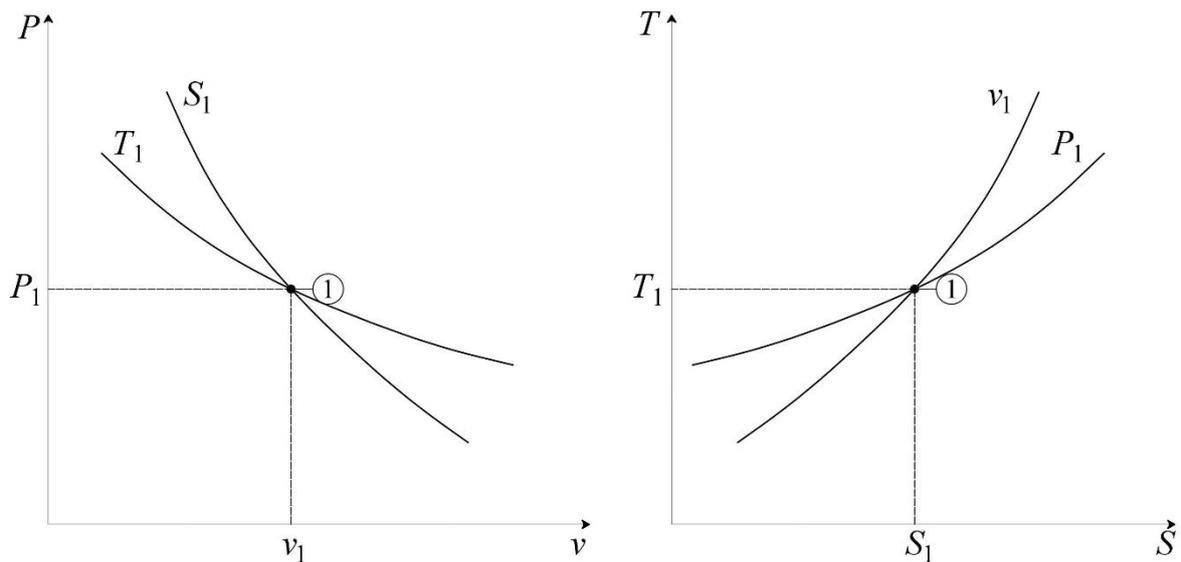


Figura 36. Comportamiento de las Curvas de Propiedades en los Diagramas $T-s$ y $P-v$ para una Sustancia en una Única Fase (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Además, otras connotaciones de carácter gráfico son dignas de tenerse en cuenta, en primer lugar, note que las líneas de presión constante en el diagrama $T-s$ de la Figura 35 han sido representadas *exageradamente separadas* de la línea de líquido saturado, ello ha sido necesario para mejorar la apreciación de los procesos analizados, pero en realidad, si la gráfica se realiza a escala las líneas de presión constante estarían prácticamente superpuestas a la de líquido saturado, y, por ende, el proceso isentrópico a-c sería aproximadamente igual al proceso isométrico a-B.

La consecuencia de la apreciación del párrafo anterior, es que los valores de propiedades subcríticas en los estados c y B son aproximadamente iguales, es decir, la diferencia es mínima. Para detallar un poco más este aspecto, si se observara un diagrama $T-s$ a escala se verificaría que la primera línea de presión constante que está más pronunciadamente separada

de la línea de líquido saturado se corresponde con una presión supercrítica que ronda los 5500 psi \cong 374,253 atm⁸⁸, entonces:

Conclusión importante: para una compresión isentrópica o isométrica, las propiedades subcríticas del líquido comprimido se pueden aproximar a las propiedades del líquido saturado. Para la entalpía en particular, $h_C \cong h_B$, por lo tanto, $\Delta h_{c-a} \cong \Delta h_{B-a}$, lo cual hace más simple la resolución de ciertos problemas termodinámicos numéricos involucrados en la compresión de líquido en las bombas (como se ha de ver en la Sección 5.2 de la Clase 5).

En segundo lugar, señalar que dentro de la campana de saturación las isolíneas de propiedades sufren, generalmente, deformaciones en su pendiente dada la discontinuidad que genera el proceso de evaporación (o condensación), por ejemplo, en un diagrama $T - s$ ocurre esto con la presión y en el diagrama $P - v$ con la temperatura. Sin embargo, en las líneas de entalpía constante esta deformación es menor, con lo cual, en general se las puede representar en el $T - s$ como se muestra en la **Figura 37**.

⁸⁸ Examine el lector la FIGURA A-9 correspondiente al diagrama $T - s$ para el agua que se presenta en el Apéndice 1 de CENGEL y BOLES (2012).

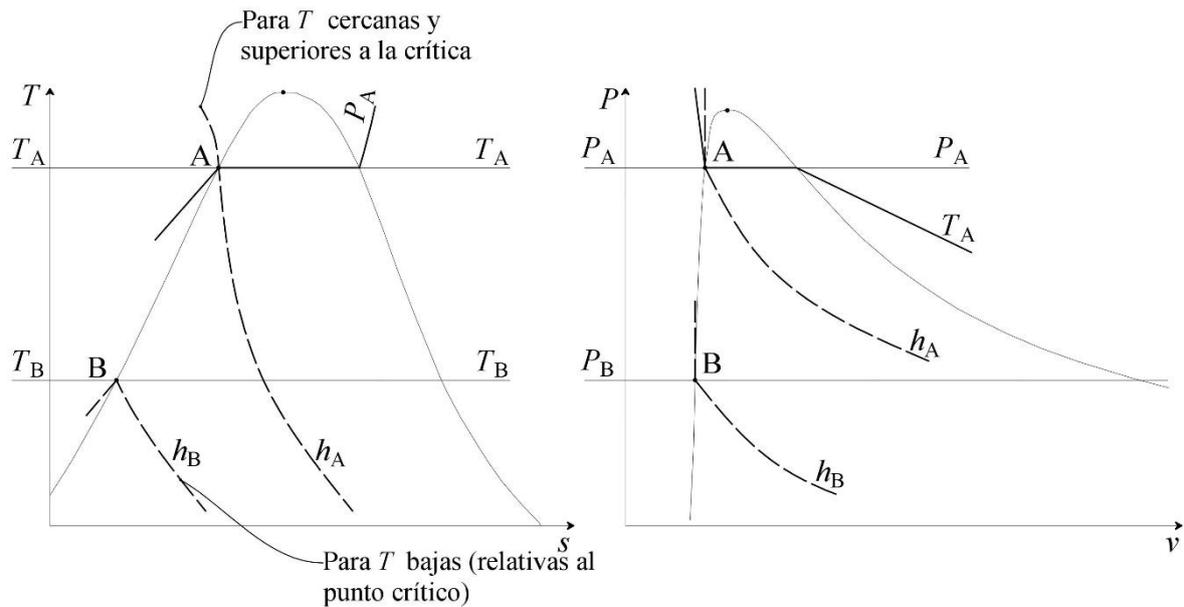


Figura 37. Isolíneas de Propiedades: Formas Características. Los Diagramas han sido Elaborados tomando como base las Curvas obtenidas con el *Software* libre TermoGraf v5.7 (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Finalmente, resulta conveniente enfatizar que todo el análisis precedente es uno de los aspectos base para el tema a desarrollar en la próxima clase, el cual, que versa del cálculo del trabajo de bombear, debiendo, el lector, por tanto, acercarse a la interpretación de los procesos de compresión presentados.

5. TRABAJO DE BOMBA

El trabajo de bomba, también llamado trabajo de bombear, w_p (donde, “p” proviene de *pump*), es un trabajo de compresión que realiza un dispositivo mecánico siguiendo algún principio de funcionamiento. En esta clase se ha de deducir la expresión para su cálculo, lo cual, requiere de una descripción previa del sistema más general en el que se incluye dicho dispositivo, en otras palabras, se tiene de describir el proceso general de bombeo.

Es pertinente aclarar que la descripción aludida en el párrafo anterior, también implicaría la realización de un análisis termodinámico de dicho sistema general, sin embargo, y por cuestiones prácticas, el análisis propiamente dicho se ha de realizar únicamente a la bomba (como dispositivo aislado) en la Sección 9.1.3, quedando para esta clase la mera descripción del proceso mencionado, cuyo fin es dar al lector una visión más amplia.

5.1. El Proceso de Bombear

Para analizar este proceso, el caso aplicativo que se puede pensar es el de la compresión de un fluido, por ejemplo, agua, para ser transportada de una región de menor presión a otra de presión mayor, para lo cual se requiere “hacer” trabajo sobre el sistema. Para ilustrar esto considere la **Figura 38** representativa del diagrama de energía del proceso de bombear, luego, es posible aplicar un análisis termodinámico a dicho diagrama, el cual, incluiría, naturalmente, todos los componentes básicos del sistema, a saber: tanque cisterna, bomba, ductos de transporte y tanque elevado.

Concretamente, en el esquema siguiente, un líquido tiene que ser bombeado a una altura mayor a la que se encuentra, es decir, debe transportarse desde un tanque cisterna a un tanque elevado y para lograrlo debe vencer la presión debida a la columna de líquido (: cabezal de líquido o cabezal de fluido) y la **fricción** de este con las paredes interiores del ducto, es decir,

la bomba debe “imprimir” al líquido la energía suficiente para llevarlo a la altura prefijada venciendo las resistencias intervinientes.

En forma ampliada, es conveniente, en este punto, brindar algunas precisiones respecto del problema de la fricción, tópico que ya se ha tratado anteriormente al abordar la irreversibilidad interna de los procesos y el cual se ha de volver a referenciar en reiteradas ocasiones más adelante en este documento. En efecto, la fricción es la causante de la existencia de una transmisión de calor q ⁸⁹, desde el líquido al medio circundante, en otras palabras, cada vez que un fluido circula por un ducto existe una inevitable caída de presión debida a la fricción de este con las paredes internas del conducto, como ya se ha mencionado. Específicamente, el valor de esta fricción depende de varios factores, por ejemplo: de la naturaleza del fluido (: tipo de sustancia), de la forma de la sección transversal del ducto (circular, cuadrada, etc.), de las características de su superficie interna (asociado al proceso de obtención de este: fundido, forjado, rolado, etc.) y del material del cual este hecho, sin embargo, todo ello es materia de estudio de la Mecánica de Fluidos.

En Termodinámica, a diferencia de la Mecánica de Fluidos y para este proceso en particular, el foco de estudio está puesto en la identificación y determinación de las propiedades termodinámicas, omitiéndose, por tanto, ciertos factores específicos⁹⁰ que generan “pérdidas” de energía, es por ello, que en la figura bajo análisis solo se han consignado dichas propiedades, de las cuales se han de describir algunos aspectos prácticos de interés en el párrafo siguiente.

⁸⁹ Indicada en la Figura 38.

⁹⁰ Con factores específicos se entiende a la existencia de codos, curvas, elementos de unión, etc., que posibilitan la interconexión entre los componentes básicos del sistema.

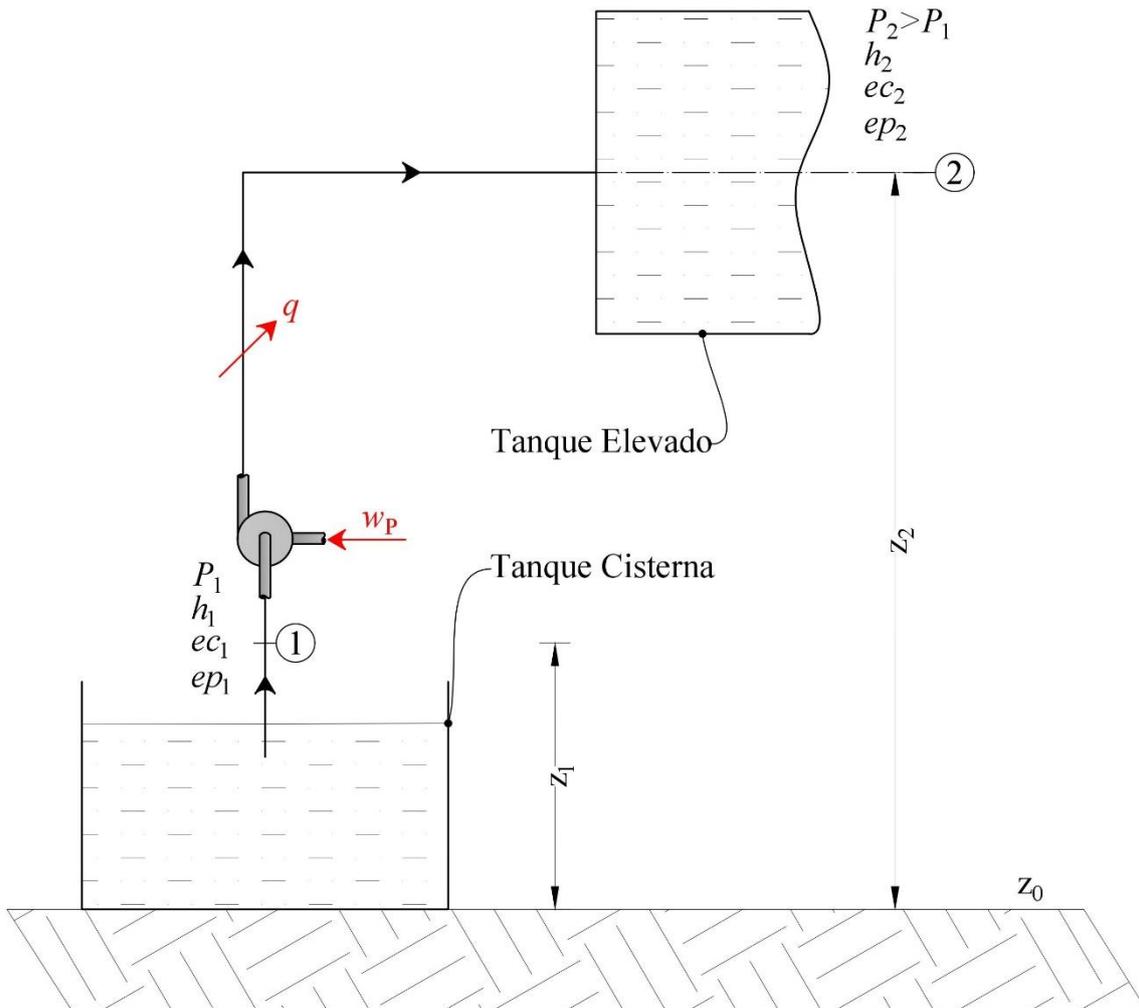


Figura 38. Proceso de Bombear: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En virtud de lo expresado en el último párrafo, hay que decir que sí se considerase solo la bomba como sistema (Sección 9.1.3) la variación de energía cinética entre su entrada y su salida sería prácticamente nula, $\Delta Ec \cong 0$, sin embargo, para el sistema de la figura anterior, una longitud considerable de la distancia de bombeo podría generar una caída importante de presión provocando diferencias significativas entre las velocidades en uno y dos. Estas conclusiones se pueden extender para el caso de la energía potencial, la cual también debería considerarse en la ecuación de este sistema general.

Finalmente, luego de exponer los aspectos más relevantes del proceso de bombear, en el apartado que sigue se analizan los diferentes procesos de compresión presentados en la Sección

4.2 de la Clase 4, a fin de obtener la expresión analítica para el cálculo del trabajo de bomba, w_p . En este mismo sentido, también se ha de comprobar que los resultados de trabajo obtenidos por compresión isométrica resulta ser una aproximación perfectamente válida para los cálculos de ingeniería.

5.2. Idealización y Aproximación de la Compresión en la Bomba

El ciclo de Carnot, que se analiza más adelante en el curso, permite obtener el máximo rendimiento de una máquina termodinámica⁹¹ en un rango de temperaturas dado (teorema de Carnot), dicho ciclo consta de dos etapas isotérmicas y dos adiabáticas, de las cuales una de ellas corresponde a una compresión isentrópica. Por lo tanto, y según lo expresado, la obtención de un buen desempeño de la bomba implica asumir que su proceso de compresión es isentrópico, con esto en mente y a partir de la segunda expresión $T \cdot ds$, el **trabajo de bombear ideal**⁹² se deduce en la Ec. (16).

⁹¹ Una máquina termodinámica es un dispositivo que opera cíclicamente y permite convertir calor en trabajo (máquina térmica), o emplear trabajo para llevar calor de una fuente a temperatura baja hacia otra de temperatura alta (máquinas frigoríficas).

⁹² Es necesario enfatizar que este trabajo es ideal ya que en la realidad no es posible conseguir un proceso isentrópico.

Idealización del Trabajo de Bombear:

$$a) \quad T \cdot ds = dh - v \cdot dP \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (\text{Segunda Expresión } T \cdot ds)$$

$$b) \quad 0 = dh - v \cdot dP \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad \text{Por ser } q = 0 \quad (\text{Proceso Isentrópico})$$

Reordenando e Integrando:

$$c) \quad \int dh = \int v \cdot dP \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (16)$$

En definitiva, para un Proceso de Compresión Isentrópico:

$$d) \quad \Delta h = \int_a^c v \cdot dP = w_p \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Nota: los límites de integración de la d) están en conformidad con los procesos de compresión analizados en la clase anterior.

Para poder resolver la integral expresada en la 16 d), el volumen debe estar expresado en función de la presión, lo cual no es tarea sencilla para una sustancia real y generalmente se ha de obtener una serie, por lo tanto, se apela a otros artificios para resolver el problema, teniendo en cuenta lo que dicen los artificios (valga la redundancia) y lo que dice la Termodinámica.

Entonces, y según el análisis hecho en la clase anterior respecto de la proximidad de la línea de líquido saturado con las líneas de presión subcríticas constantes, se puede considerar para los efectos del cálculo que la **compresión** en la bomba es **isométrica**, representando, por tanto, un proceso a volumen constante que resuelve el problema de integración, Ec. (17).

Aproximación del Trabajo de Bombear:

Partiendo de la 16-d):

$$a) \int_a^c v \cdot dP = w_p \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Reordenando y cambiando los límites de integración en conformidad con el proceso isométrico analizado en la clase anterior: (17)

$$b) w_p = v \cdot \int_a^B dP \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \text{ (Proceso Isométrico) } \therefore$$

$$c) w_p \cong v \cdot \Delta P \cong v \cdot (P_B - P_a) \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Cabe aclarar, que, la ecuación última es válida para fluidos incompresibles. Ahora bien, por otra parte, es importante saber cuál es el orden de magnitud de esta aproximación, *a priori*, hay que decir que es una aproximación bastante aceptable a los efectos de los cálculos de ingeniería, sin embargo, para verificar esta circunstancia se presenta el ejercicio siguiente.

Ejercicio

Se bombea agua líquida saturada que se encuentra a 15 psia , hasta una presión de 2000 psia.

Determinar el trabajo, w_p , que se requiere hacer directamente sobre el fluido, en Btu/lbm .

Nota: Antes del planteo del problema y como nota ampliatoria, una vez determinado el trabajo lo siguiente sería definir la *potencia requerida por la bomba* (por ejemplo, para llenar un tanque), debiéndose, para ello, multiplicar el trabajo obtenido, w_p , por el flujo másico⁹³, \dot{m} .

Solución

Aclarado lo anterior, para el planteo de la solución se ha de respetar la nomenclatura dada en el diagrama $T - s$ de la **Figura 39**.

⁹³ Este flujo másico ha de estar en función de la velocidad con la que se quiere llenar el tanque, por ejemplo, si se requiere de un tiempo de llenado menor este ha de ser mayor, lo contrario también es cierto.

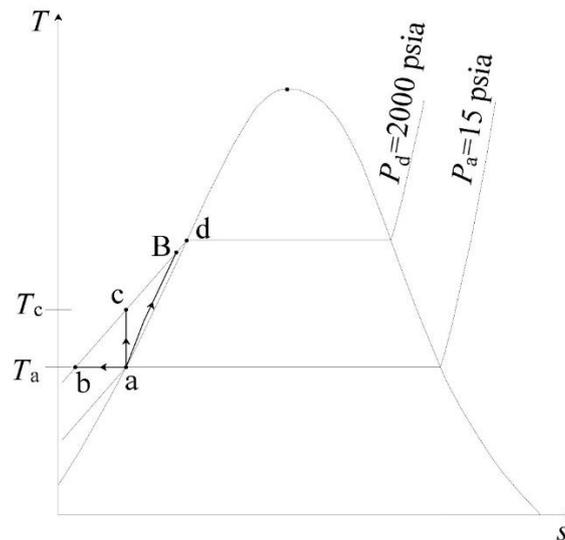


Figura 39. Diagrama del Ejercicio Propuesto (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

1ro. Trabajo de Bomba considerando una Compresión Isentrópica

$$w_p = h_c - h_a \left[\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \right] \quad (\text{de la 16 } d)$$

$$h_a = 181,21 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \quad (\text{Tabla A-5E, CENGEL y BOLES, 2012})$$

Dado que se verifica que $s_a = s_c = 0,3137 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm} \cdot \text{R}} \Rightarrow$

$$h_c = 188,250173 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor obtenido utilizando el} \\ \text{el dato de entropía en "c"} \\ \text{mediante interpolación} \\ \text{(ver Tabla A-7E de líquido comprimido)} \\ \text{CENGEL y BOLES (2012)} \end{array} \right.$$

$$w_p = 7,04 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \quad (\text{redondeado a la centésima})$$

2do. Trabajo de Bomba considerando una Compresión Isométrica⁹⁴

$$w_p \cong v \cdot (P_B - P_a) \left[\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \right] \quad (\text{de la 17 c}) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_B = 2000 \text{ psia} \\ P_a = 15 \text{ psia} \\ v = v_a = 0,01672 \frac{\text{ft}^3}{\text{lbm}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Tabla A-5E,} \\ \text{CENGEL y BOLES (2012)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$w_p = 0,01672 \cdot \frac{(2000 - 15) \cdot 144}{778} \Rightarrow$$

$$\boxed{w_p = 6,14 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}}} \quad (\text{redondeado a las centésimas})$$

La aproximación se logra, entonces, con un error del orden de:

$$\frac{7,04 - 6,14}{7,04} = 0,13 = 13 \times 10^{-2}$$

En general, se puede decir que la aproximación demostrada arroja valores con diferencias en el orden de las centésimas, lo cual es bastante aceptable a los efectos de los cálculos ingenieriles, como se ha dicho.

⁹⁴ Aclaración: los números 144 y 778 utilizados en la ecuación siguiente son factores de conversión.

6. PROCESOS ADIABÁTICOS

6.1. Introducción

Como se ha analizado en la Clase 1, el calor q es una forma de manifestación de la energía que se da entre dos sistemas (o entre un sistema y el entorno) debido a una diferencia de temperatura, en cuyos casos, la energía fluye como calor de la mayor a la menor temperatura. A este respecto, en este curso se ha cuantificado dicho calor transferido considerando distintos tipos de sistemas (fluentes y no fluentes) mediante la aplicación de las leyes de la Termodinámica, particularmente, la primera.

Por otra parte, y considerando la transferencia mencionada en el párrafo anterior, cuando dichos sistemas alcanzan el equilibrio térmico (ley Cero), la transmisión de energía se anula, es decir: $q = 0$. Esta última condición ($q = 0$) también se puede alcanzar/obtener/lograr interponiendo entre los sistemas una aislación que no permita el flujo de calor. En definitiva, y a los efectos del contenido del curso, el análisis que sigue se ha de centrar, principalmente, en la descripción de procesos que impliquen una “no transferencia de calor”, a los que se denomina **procesos adiabáticos**.

En línea con lo precedente, y pese a no existir procesos o sistemas adiabáticos absolutos, en ingeniería existe una gama de ellos que pueden suponerse como tales. Por ejemplo, en la práctica se pueden considerar adiabáticos aquellos procesos en los que se verifica la relación que se indica en la Ec. (18), siendo h_1 la entalpía al inicio del proceso⁹⁵. Es decir, si el calor transferido al medio es igual o menor al 1 % de la entalpía al inicio del proceso, este se considera

⁹⁵ Por ejemplo, en el desarrollo de los ciclos de poder se aplica este criterio en el análisis termodinámico de la tubería principal.

adiabático. Cabe aclarar que este es un criterio arbitrario, sin embargo, permite resolver algunos problemas.

$$si \quad q \leq \frac{1}{100} \cdot h_1 \left[\frac{J}{kg} \right] \Rightarrow q = 0 \quad (\text{Proceso Adiabático}) \quad (18)$$

En forma ampliada, la gama de procesos adiabáticos aludidos admite una posible clasificación, tal como la indicada en la **Figura 40**. En la misma, el proceso de estrangulamiento y el proceso irreversible son solo los extremos de un abanico de posibilidades, en el cual es de interés resaltar el proceso isentrópico. Luego, con la consideración de estos procesos adiabáticos, las ecuaciones de la energía (: ecuaciones de la primera ley) para sistemas abiertos y cerrados son factibles de ser modificadas simplemente eliminando el término energético q , Ec. (19).

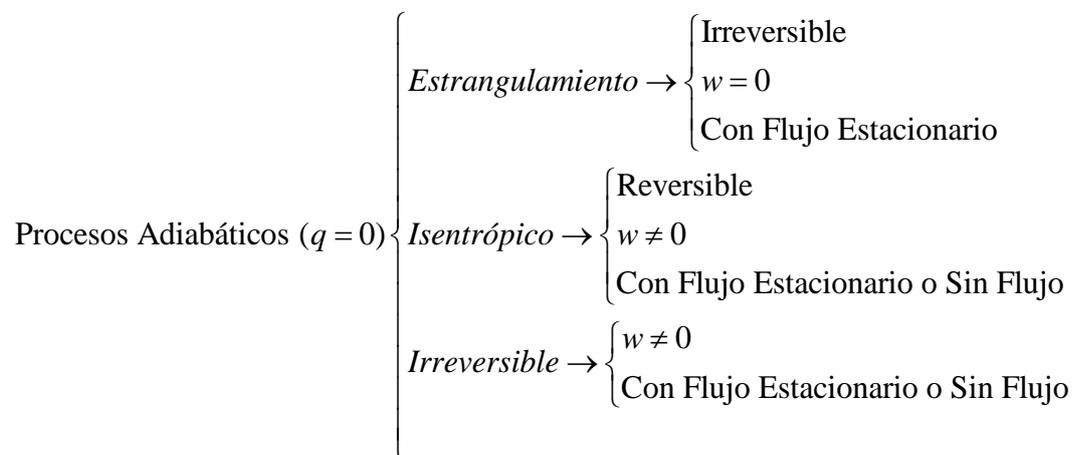


Figura 40. Procesos Adiabáticos: Clasificación (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$\begin{aligned}
 a) \text{ Sistema sin Flujo (cerrado)} &\rightarrow \begin{cases} W = -\Delta U & [\text{J}] \\ dW = -dU & [\text{J}] \end{cases} \\
 b) \text{ Sistema con Flujo (abierto)} &\rightarrow \begin{cases} w = -\Delta h & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ dw = -dh & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \end{cases} \text{ con } \begin{cases} \Delta ec \cong 0 \\ \Delta ep \cong 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{19}$$

De las expresiones anteriores y para las condiciones establecidas, interesa observar, en particular, que en los sistemas abiertos el trabajo está asociado a la entalpía tal como se ha de estudiar en la Clase 8 al realizar el análisis termodinámico en la turbina. Y, es precisamente en esta máquina, por otra parte, donde debe controlarse el exceso de humedad del vapor al final de la expansión con el fin de evitar la erosión de sus alabes, en otras palabras, es menester idear algún procedimiento o mecanismo que permita medir la **calidad del vapor**, precisamente, esto se logra ello con uno de los procesos adiabáticos ya mencionados: el estrangulamiento⁹⁶.

6.2. El Estrangulamiento y el Título de Vapor

La medición de la calidad se realiza con equipos denominados **calorímetros**, estos pueden ser **de separación** o **de estrangulamiento**. El primero funciona mediante un procedimiento físico, es decir, el vapor húmedo ingresa al dispositivo y entra en contacto con superficies frías que posibilitan la condensación de su contenido de humedad, el cual se recoge posteriormente. Luego, se compara el peso del líquido saturado recogido (condensado) con el del vapor saturado.

El de estrangulamiento, por su parte, es un procedimiento termodinámico mediante el cual con las condiciones finales se determinan las propiedades iniciales. En efecto, si se tiene vapor

⁹⁶ En este punto es conveniente aclarar que el proceso de estrangulamiento también se puede dar con transferencia de calor, a pesar de que en esta sección solo se ha analizado el adiabático.

húmedo del que se desea conocer la calidad, entonces, se lo estrangula⁹⁷ y sobrecalienta (alcanzando el estado sobrecalentamiento) de modo tal que, con la presión y temperatura de este vapor sobrecalentado se halla su entalpía. Luego, con la ecuación de la energía se obtiene que calidad le corresponde a esa entalpía. Para ilustrar este procedimiento, en la **Figura 41** se presenta el diagrama $T-s$, mientras que, el diagrama de energía y las características físicas del calorímetro se muestran en las **Figuras 42 y 43**, respectivamente. En este curso, vale aclarar, se analiza únicamente este último procedimiento ya que arroja valores de calidad más precisos.

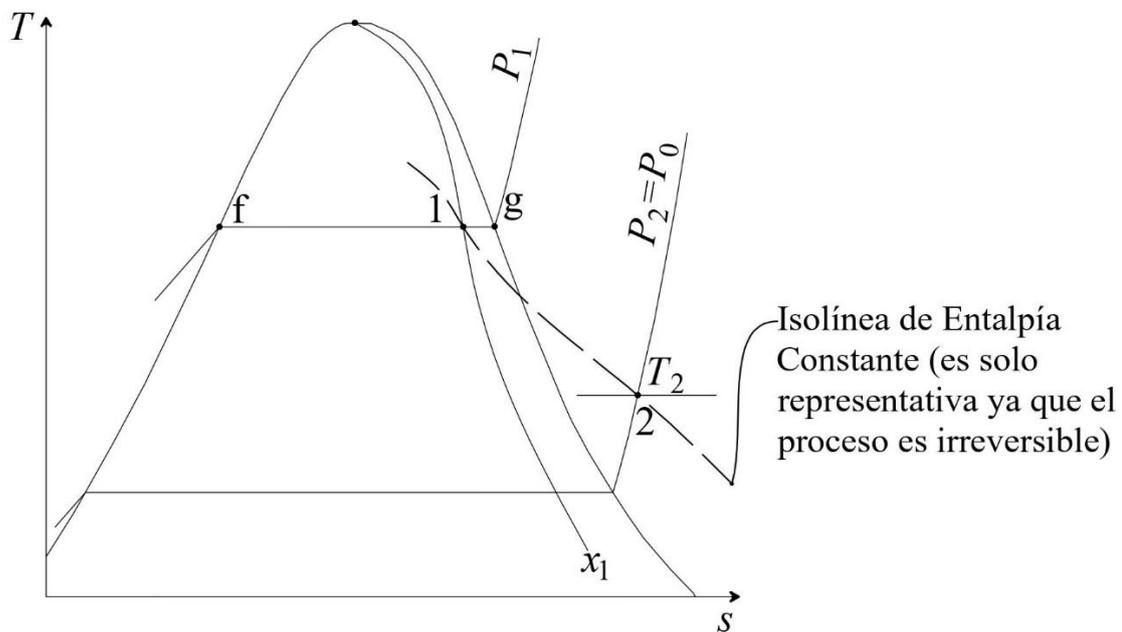


Figura 41. Proceso de Estrangulamiento Adiabático: Diagrama $T-s$ (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

⁹⁷ El proceso de estrangulamiento implica una caída de presión. En sí mismo, el efecto principal del proceso de estrangulamiento es el de lograr una caída significativa de la presión sin que haya interacción de calor y trabajo, ni cambios significativos en la energía cinética y potencial. Este proceso es uno de los más irreversibles.

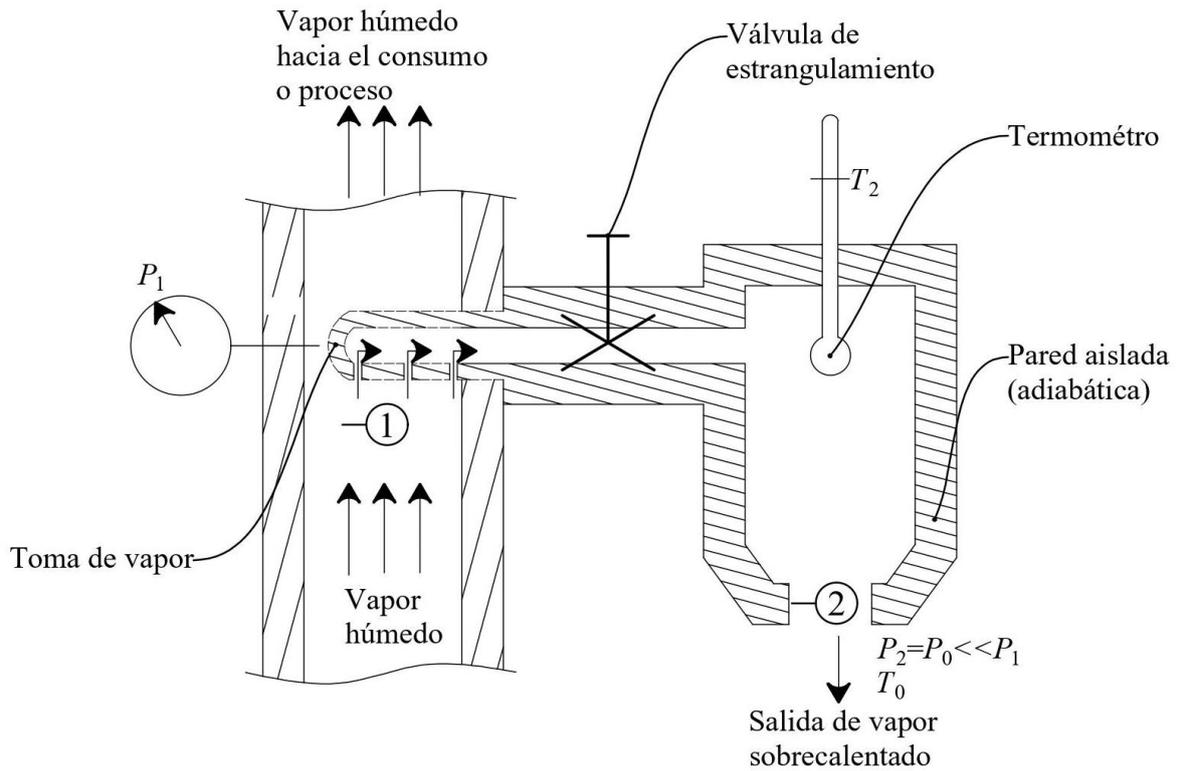


Figura 42. Calorímetro de Estrangulamiento: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

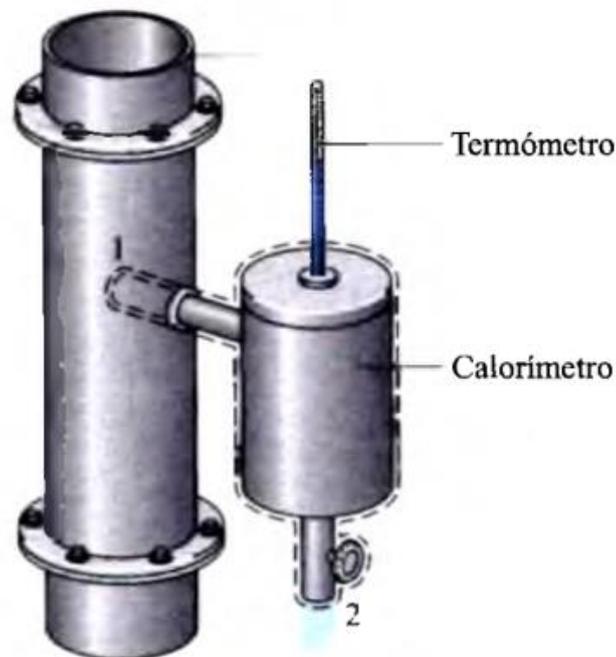


Figura 43. Calorímetro de Estrangulamiento: Características Físicas (Fuente: Adaptado de MORAN y SHAPIRO, 2004).

Antes de explicar el funcionamiento de este dispositivo y el posterior cálculo del título del vapor (en la sección siguiente), se presenta, en primer lugar, el análisis termodinámico del

mismo, dado que es la ecuación de la energía la que en definitiva permite la obtención de la calidad. De esta manera, al ser el flujo másico de vapor que ingresa en 1 igual al que sale por 2, el proceso es de flujo estacionario, Ec. (20).

- 1) *¿Qué tipo de Sistema es?* → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) *Ecuación Completa* → $q = \Delta ec + \Delta ep + \Delta h + w \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$
- 3) *Condiciones del Sistema* →
$$\begin{cases} w = 0 \\ \Delta ec \cong 0 \\ \Delta ep \cong 0 \\ q = 0 \\ P_1 \gg P_2 = P_0 \end{cases} \quad (20)$$
- 4) *Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa* → $0 = \Delta h$
- 5) *Ecuación de la Energía para el Estrangulamiento Adiabático* → $0 = h_2 - h_1 \Rightarrow h_1 = h_2 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$

Es importante enfatizar que, en este caso, $\Delta h = 0$ indica que se trata de un proceso con entalpía inicial y final iguales, sin embargo, **no es isoentálpico** ya que el proceso no es reversible **¿por qué no es reversible?** Porque si se quiere retornar de 2 a 1 se debería aportar calor o trabajo (o las dos cosas) y estos términos energéticos no fueron transferidos de 1 a 2 en primera instancia. En otras palabras, el proceso de estrangulamiento consiste en pasar de una presión mayor a otra menor sin transferencia de trabajo y calor, como ya se ha dicho.

En forma ampliada, y gráficamente hablando, decir “no es isoentálpico” significa que no se puede representar al proceso mediante una isolínea continua en un diagrama de propiedades, ya que no es un proceso reversible, debe representarse en cambio, mediante una línea discontinua como la observada en la Figura 41. En otras palabras, lo único que se puede afirmar es que

$h_{\text{final}} = h_{\text{inicial}} (h_2 = h_1)$, lo cual implica que entre 1 y 2 se pueden tener otros valores distintos de entalpía.

6.3. Funcionamiento del Calorímetro de Estrangulamiento

Para esta explicación referirse a las Figuras 42 y 43: El dispositivo se conecta a la cañería en el punto donde se quiere determinar la calidad del vapor: punto 1. En dicho punto puede medirse la presión P_1 con un manómetro dispuesto para tal fin.

Cuando se abre la válvula del calorímetro (válvula de estrangulamiento) el vapor comienza a fluir dentro de este. Como inicialmente el calorímetro está a menor temperatura que el vapor saturado, este último se condensa al chocar contra las paredes del mismo. Este condensado se libera por la parte inferior.

Enseguida, todo el dispositivo se calienta cesando el condensado. En estos primeros instantes se logra visualizar el vapor húmedo saliendo del calorímetro por el punto 2. Luego de transcurrido un breve periodo de tiempo, mientras la válvula permanece abierta, el vapor húmedo va alcanzando el estado de saturación, hasta el punto en el cual ya no se lo visualiza: ha alcanzado la condición de sobrecalentamiento⁹⁸ en el estado 2.

En coherencia con el proceso 1-2, el termómetro marca un descenso en su escala, permaneciendo, luego, estable en T_2 , en dicho momento debe registrarse ese valor de temperatura. El valor de $P_2 = P_0$ ⁹⁹, por su parte, se obtiene del barómetro instalado en este equipo. Luego, conocidos T_2 y P_2 y mediante el uso de tablas o diagramas de propiedades es factible hallar h_2 . Cabe destacar que todas estas mediciones representan las condiciones finales del estrangulamiento.

⁹⁸ Esta es la característica distintiva del vapor sobrecalentado: no es visible.

⁹⁹ Esta es la presión barométrica o atmosférica local. En forma ampliada, hay que decir que este dispositivo de medición de presión se suele instalar estratégicamente y de manera permanente en los lugares de interés.

Finalmente, obtenida la entalpía final, y teniendo en cuenta la ecuación de la energía (20-5), se verifica que $h_2 = h_1$ lo que resuelve el problema, como se observa en la Ec. (21)¹⁰⁰, en la cual: h_1 es la entalpía a título 1, h_f y h_{fg} , son, respectivamente, las entalpías de líquido saturado y de evaporación correspondientes a P_1 .

$$\begin{aligned}
 a) \quad h_2 = h_1 &= (h_f + x_1 \cdot h_{fg})_{a P_1} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 b) \quad x_1 &= \frac{h_2 - h_f}{h_{fg}} \quad [1]
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Para terminar, dejar señalado que en la Sección 14.1, se muestra la resolución de una situación problemática asociada al calorímetro de estrangulamiento adiabático. Se recomienda al lector analizar dicha resolución.

¹⁰⁰ El título también puede hallarse gráficamente, por ejemplo, en un diagrama $T-s$ ubicar la intersección de T_2 con $P_2 = P_0$ y seguir la línea de entalpía constante hasta cortar la isolínea de P_1 dentro de la campana. En este punto de intersección puede leerse el título.

7. PRODUCCIÓN DE CALDERAS

7.1. Introducción

Como mención particular, hasta el momento se ha desarrollado el análisis termodinámico del trabajo de bombear y se ha iniciado lo propio en la turbina, lo que sigue en esta clase es considerar la parte del sistema¹⁰¹ en el que se ubica el cuerpo caliente, es decir, la **caldera**. Este cuerpo de presión genera vapor mediante la ebullición de un líquido, generalmente, agua, aprovechando los gases de combustión producidos en un quemador. En la **Figura 44** se presenta el diagrama de energía de la misma para el caso de una caldera de tipo acuotubular¹⁰², sin embargo, un estudio más detallado y su correspondiente análisis termodinámico se desarrolla en el Capítulo 8.

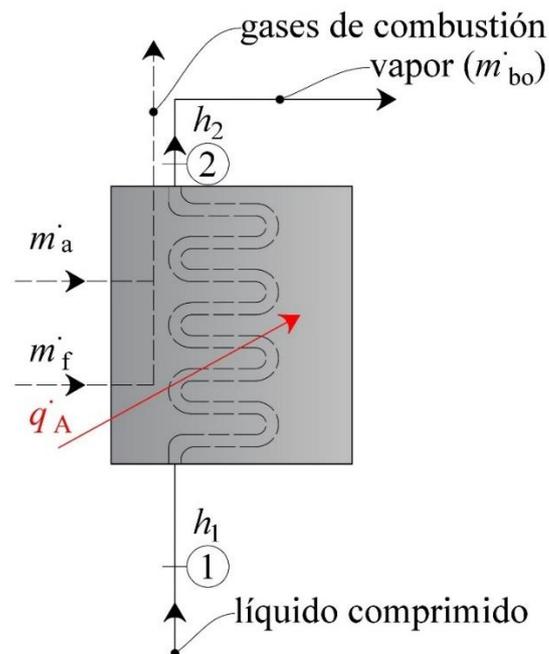


Figura 44. Caldera: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

¹⁰¹ Con la expresión “la parte del sistema” se está haciendo referencia al “ciclo de poder” que se aborda en la clase siguiente, y el cual está constituido por subsistemas tales como la turbina, la bomba, la caldera, entre otros.

¹⁰² Pese a tomarse un tipo de caldera acuotubular, es posible considerar este el análisis como genérico para cualquier otro tipo, ya que, en esencia, todas estas máquinas son intercambiadores de calor cuyo principio de funcionamiento es asimilable. En este sentido, más adelante en este capítulo se describe brevemente algunos aspectos de los tipos de calderas.

En la imagen anterior; \dot{q}_A es el calor aportado (en la unidad de tiempo) directamente al fluido de trabajo, \dot{m}_a es el flujo de masa de aire, \dot{m}_f la masa de combustible “quemada” en la unidad de tiempo, h_1 es la entalpía del líquido comprimido a la entrada de esta máquina y h_2 la correspondiente al vapor generado en la misma, finalmente, \dot{m}_{bo} (donde, “bo” proviene de *boiler*; que significa caldera) es el flujo másico de vapor generado.

Hay que aclarar, por otra parte, que la breve descripción precedente tiene como único fin destacar algunos aspectos propios del análisis termodinámico de la caldera sin ahondar en detalles técnicos específicos, sin embargo, una característica fundamental que es importante en el estudio de esta máquina es su producción, la cual se analiza a continuación.

7.2. Producción de Caldera

Las condiciones de funcionamiento del intercambiador de calor bajo estudio, se pueden analizar definiendo lo que se denomina producción de caldera; la cual se entiende como: la rapidez o velocidad con que se transmite la energía (calor) a la sustancia de trabajo (H_2O) en esta máquina, siendo, sus unidades de medida más frecuentes las expuestas en la **Figura 45**.

$$\text{Producción de Caldera} \rightarrow \left(\begin{array}{l} \frac{\text{Btu}}{\text{hr}} \quad o \text{ bien:} \quad \frac{\text{kBtu}}{\text{hr}} \\ \frac{\text{cal}}{\text{hr}} \quad o \text{ bien:} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} \\ \frac{\text{J}}{\text{hr}} \quad o \text{ bien:} \quad \frac{\text{kJ}}{\text{hr}} \\ \text{hp}_{\text{cald.}} \rightarrow \text{Caballo de Caldera} \\ \frac{\text{t}_{\text{vapor}}}{\text{hr}} \rightarrow \text{Toneladas de Vapor por Hora} \end{array} \right.$$

Figura 45. Producción de Caldera: Unidades de Medida (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En particular, 1 (un) caballo de caldera equivale a la producción de 34,5 lbm de vapor de agua saturado por hora, desde y a 212 °F y a la presión de 14,7 psia. Es decir, la sustancia parte como líquido saturado a 212 °F hasta que se evapora completamente según se aprecia en la **Figura 46**. Por lo tanto, y según lo expuesto, si se sabe que una caldera tiene 10 hp_{cald.}, significa que está produciendo 345 lbm_{H₂O}/hr.

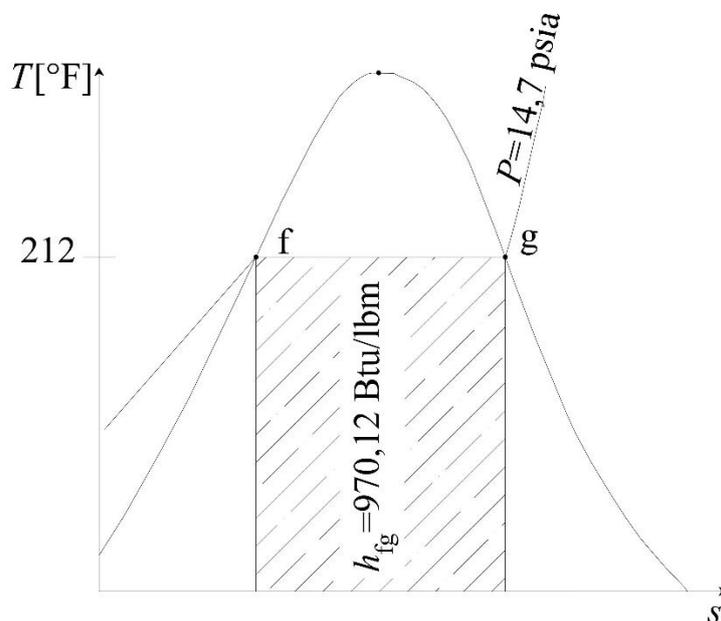


Figura 46. 1hp_{cald.} como Unidad de Medida de la Producción de Caldera (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En forma extendida, también se puede determinar la energía asociada a esta cantidad con el auxilio de la tabla de propiedades, como se realiza a continuación:

$$h_{fg \text{ a } 212 \text{ } ^\circ\text{F}} = 970,12 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Calor Latente de Vaporización para } 14,696 \cong 14,7 \text{ psia} \\ \text{Tabla A-4E, CENGEL y BOLES (2012)} \end{array} \right.$$

$$1\text{hp}_{\text{cald.}} = 34,5 \frac{\text{lbm}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{hr}} \cdot 970,12 \frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{H}_2\text{O}}} \cong 33475 \frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$$

El valor obtenido de $1\text{hp}_{\text{cald.}} \cong 33475 \text{ Btu/hr}$ es el que se adopta en la práctica, sin embargo, puede tener variaciones en más o en menos en función del calor latente considerado. Por otra parte, se hace necesario también definir otras magnitudes intervinientes, entre ellas la denominada comúnmente poder calorífico, en particular, interesa el poder calorífico superior el cual se describe sintéticamente a continuación.

7.3. Calor Agregado y Poder Calorífico

Para el análisis siguiente referirse a la Figura 44: Cuando el fluido pasa por la caldera recibe directamente una cantidad total de energía \dot{Q}_A , Ec. (22) b), y, por otra parte, el calor entregado en el horno u hogar de la misma está dada por la Ec. (22) a). En estas expresiones, \dot{Q}_f es la energía total en forma de calor que entrega el combustible en la unidad de tiempo, q_h el poder calorífico superior del combustible que se mide en $[\text{kJ/kg}]$ (esto es, calor generado por cada kg de combustible), \dot{m}_f la masa de combustible “quemada” en la unidad de tiempo y \dot{m}_{bo} es el flujo másico de vapor generado en $[\text{kg/hr}]$.

$$\begin{aligned}
 a) \quad \dot{Q}_f &= \dot{m}_f \cdot q_h \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{hr}} \right] \\
 b) \quad \dot{Q}_A &= \dot{m}_{bo} \cdot (h_2 - h_1) \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{hr}} \right] \leftarrow \text{Aplicación de la 1ra. Ley}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Como se ha dicho, de esa energía total (\dot{Q}_f) que entrega el combustible, solo una parte es entregada directamente a la sustancia (o fluido) de trabajo (\dot{Q}_A), el resto se disipa en el calentamiento de los “fierros” de la caldera y en los gases de combustión. Por otra parte, y como nota ampliatoria, hay que recordar que cuánto más livianos son los derivados del

petróleo¹⁰³ más energía entregan por unidad de masa, propiciando una combustión más eficiente. Esto último es importante debido a que el proceso de quema de combustible en el hogar de la caldera es rápido, de esta manera, para una máquina funcionando adecuadamente el calor disipado no útil debería ser pequeño, como se analiza a continuación.

7.4. Rendimiento de Caldera

El rendimiento es la relación entre el producto y el consumo, para esta máquina en particular y con referencia a la Figura 44, el rendimiento de caldera $\eta_{\text{cald.}}$, es el que se indica en la Ec. (23). En este sentido, cabe la pregunta: ¿por qué surge el rendimiento de caldera? La respuesta a esta interrogante ya se ha expresado anteriormente, en efecto, no todo el calor generado en la combustión se transfiere directamente al fluido de trabajo. De esta manera pueden enumerarse algunos factores que afectan a dicho rendimiento, tal como se expone a continuación:

$$\eta_{\text{cald.}} = \frac{\dot{Q}_A}{\dot{Q}_f} = \frac{\dot{m}_{\text{bo}} \cdot (h_2 - h_1)}{\dot{m}_f \cdot q_h} \quad [1] \quad (23)$$

1-Combustible no adecuado; 2-Incrustaciones en los tubos donde inciden directamente los gases de combustión (: detrimento en la transmisión de calor); y, **3-Disipación de calor al medio** debido al calentamiento de los fierros de la caldera y en los gases de combustión. Finalmente, para cerrar este capítulo se han de describir brevemente algunos aspectos generales de interés relación a la máquina bajo estudio.

¹⁰³ Los cuales suelen ser los combustibles usuales.

7.5. Otros Aspectos Generales de las Calderas

Instalaciones a Vapor e Instalaciones a Gas

Las calderas están presentes prácticamente en el 100 % de las industrias, siendo las encargadas de generar el vapor que luego ha de ser transportado hacia el dispositivo productor de potencia. En las centrales térmicas, en particular, dicho dispositivo es habitualmente una **turbina a vapor**, sin embargo, también se utilizan **turbinas a gas**. La principal ventaja de estas últimas, es que, una vez puestas en marcha alcanzan rápidamente el régimen estable y, por lo tanto, la disponibilidad de energía eléctrica para el suministro. En cambio, los **sistemas a vapor son más lentos**, necesitan mayor tiempo para entrar en condiciones de flujo estacionario, demoranse no solo días, sino semanas y, a veces, hasta meses para estar a punto.

Calderas Humo-Tubulares

Al inicio del capítulo se ha presentado el diagrama de energía para una caldera acuotubular, sin embargo, existen otros tipos, y en este sentido, los párrafos siguientes están enfocados a brindar una descripción sintética de algunos aspectos de interés de aquellas del tipo humo-tubular (también denominadas piro-tubulares)¹⁰⁴, como ser: las características del paso, el quemador, el caño corrugado, etc. Pero, previo a ello, y con referencia a la **Figura 47**, es conveniente aclarar que en este tipo de calderas los gases de combustión circulan por tubos que están sumergidos en agua, siendo esta disposición la que permite la transmisión de calor que propicia la generación de vapor de esta sustancia de trabajo, la cual es captada y enviada luego a los diferentes usos.

¹⁰⁴ Este tipo de calderas se utilizan generalmente en las industrias alimenticias y químicas.

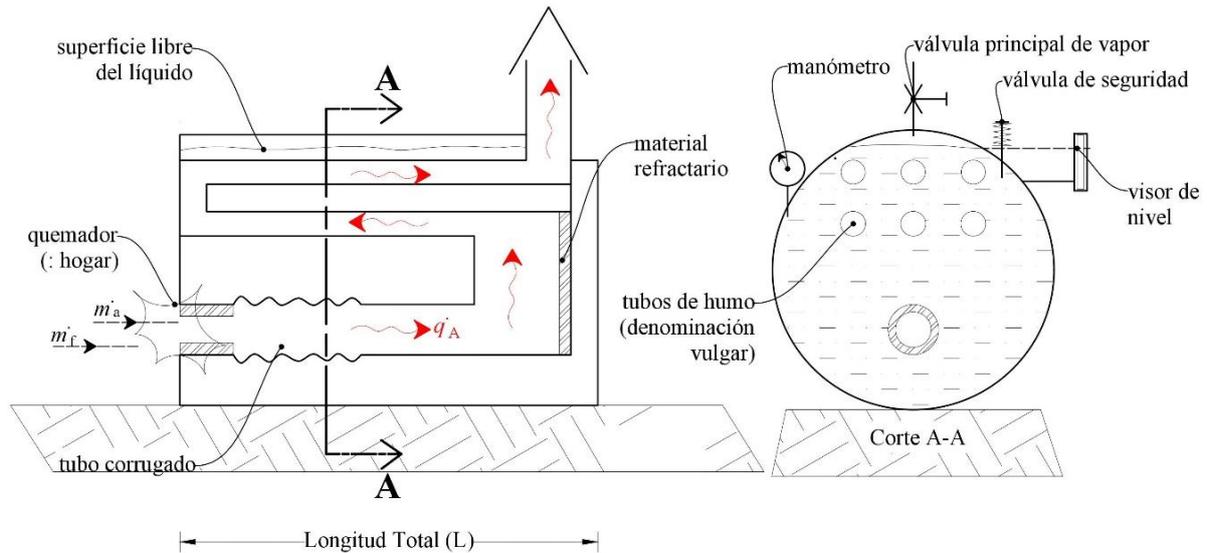


Figura 47. Caldera Humo Tubular: Esquema (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Pasos. En el esquema anterior representado, se verifica que la caldera tiene tres pasos, es decir, los gases de combustión inician en el quemador (paso 1), luego cambian de dirección de derecha a izquierda (paso 2), finalmente, viran de nuevo de izquierda a derecha (paso 3). Un aspecto práctico que se desprende de lo anterior es que puede inferirse si el número de pasos que tiene la caldera es par o impar, simplemente al observar la posición relativa de la chimenea respecto del quemador.

Quemador. Como aspectos importantes de este elemento, se puede mencionar que consta de sensores para el control del color de la llama con el fin de verificar que la combustión se realice eficientemente¹⁰⁵. Además, hay que aclarar que, para calderas de tamaño mediano a grande, este quemador viene provisto con un recubrimiento refractario para resistir las altas temperaturas de los gases de combustión, luego, esta característica constructiva es de vital importancia para evitar el fenómeno de implosión como se ha describir sintéticamente.

¹⁰⁵ En efecto, el lazo cerrado asociado a la automatización de la caldera, ha de corregir, en caso de ser necesario, la dosificación de combustible o aire, según corresponda.

Caño Corrugado. Este es parte constitutivo del hogar, su función es favorecer la transmisión de calor desde los gases de combustión hacia el agua de dos maneras, a saber: **1-** Favoreciendo un flujo turbulento de los gases de combustión; y, **2-** Incrementando el área de contacto. Además, hay que destacar que el caño corrugado permite reducir la dimensión total del hogar y, por tanto, de la caldera, ya que concentra la misma área en menor longitud.

Espesor de los Tubos. Estos, vulgarmente denominados “tubos de humo”, son de espesor crítico y no deben estar sobre o sub dimensionados. Es decir, el sobre dimensionamiento iría en detrimento de la transmisión de calor antes mencionada, mientras que el sub dimensionamiento favorecería el fenómeno de implosión del hogar de la caldera, como se ha de explicar en breve.

Más específicamente, el calibre exigido para el espesor de estos tubos es debido a la diferencia de presión entre el interior y el exterior de los mismos, en efecto, el agua que los rodea es incorporada mediante una bomba, encontrándose, por tanto, a una presión relativamente elevada, mientras que los gases de combustión que circulan por el interior de los mismos tienen baja presión (en torno a la presión atmosférica) debido a la comunicación de la chimenea con el medio.

Como se ha mencionado, la diferencia de presiones aludida en el párrafo anterior adquiere mucha importancia, ya que es la causante de un problema frecuente en este tipo de calderas: la implosión del hogar. De la cual, es importante identificar las causas que la producen y las acciones preventivas. Sin embargo, al ser este un tema extenso y complejo que requiere de un curso completo, en esta clase se han de detallar solamente algunos aspectos a tener en cuenta.

Fenómeno de Implosión. En términos generales, implosión es la acción de romperse hacia dentro las paredes de una cavidad en cuyo interior existe una presión inferior a la exterior. A

continuación, se enumeran algunas de sus causas más frecuentes (sin embargo, existen otras pendientes de investigación por parte del lector):

1-Temperatura Elevada. Esta condición de los gases de combustión provoca la disminución de la resistencia de los materiales de la caldera; y, en este sentido, se torna importante conocer cómo se distribuye la temperatura en la longitud de la misma, tal como se muestra en la **Figura 48**. En efecto, se verifica que en el primer tercio la temperatura alcanza su pico más alto¹⁰⁶, lo cual tiene que ver, entre otros aspectos, con el tipo de combustible utilizado; el gas natural, por ejemplo, tiene un poder calorífico muy elevado provocando picos también elevados. Por ello, las calderas se diseñan para utilizar ciertos combustibles, que, al ser combustionados no generen una temperatura mayor a la indicada por el fabricante.

¹⁰⁶ Aspecto este que justifica el uso de recubrimiento refractario.

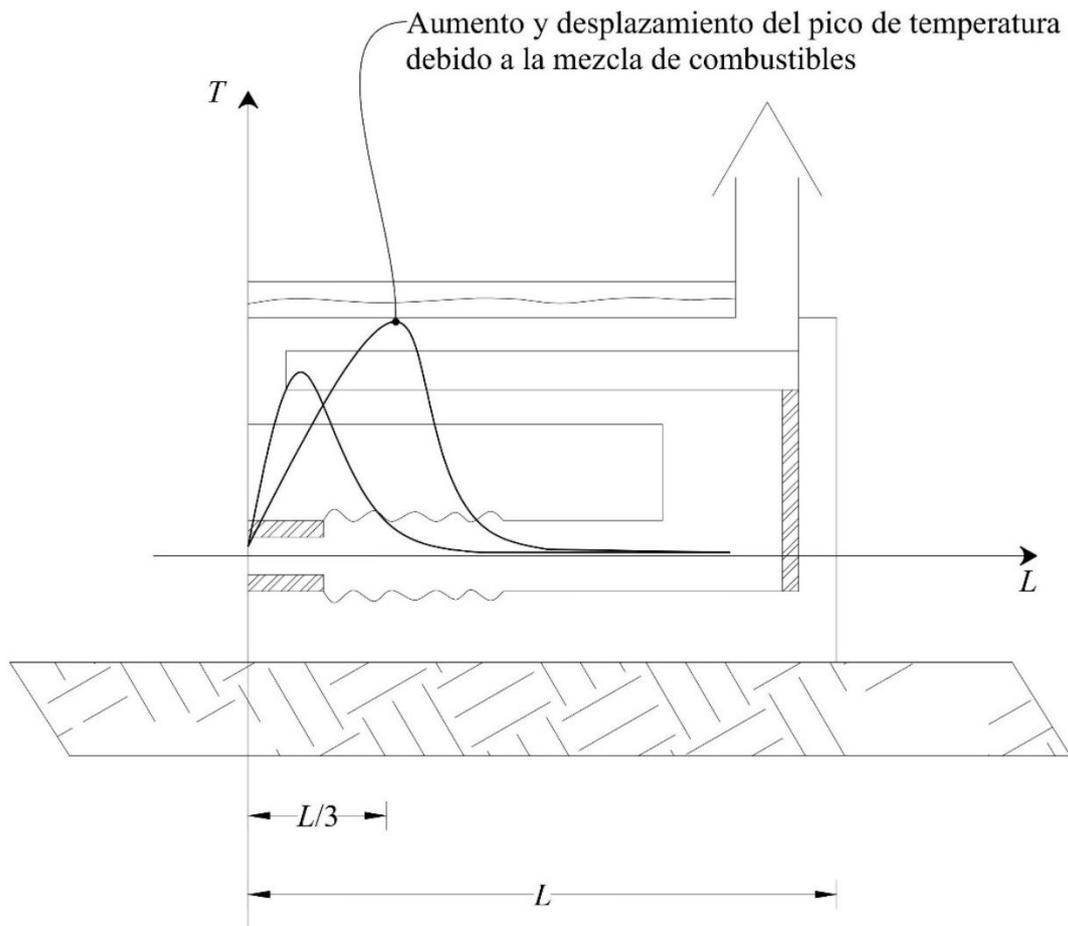


Figura 48. Distribución de la Temperatura T ; en la Longitud L del Hogar de una Caldera Humo Tubular como Factor Influyente en la Implosión (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

2-Mezcla del Combustible. Si el combustible utilizado es un residuo pesado como el fueloil #6 (conocido también como *bunker* o crudo reducido)¹⁰⁷, se debe reducir su viscosidad para un funcionamiento eficiente de las boquillas del quemador, lo cual se logra mediante un proceso de precalentamiento o mezcla con otros derivados más livianos, por ejemplo, el Diésel. Sin embargo, hay que aclarar que el método primero es poco práctico y el segundo podría producir un efecto similar al fenómeno de resonancia. En otras palabras, dicha mezcla resultante que se envía sin precalentar al horno de la caldera, no es perfectamente homogénea existiendo zonas de la masa en diferentes condiciones que se apagan y encienden continuamente provocando un

¹⁰⁷ Esta denominación se debe, probablemente, a que es un combustible obtenido del petróleo luego del proceso de *cracking*.

sonido característico (como el de un pequeño motor a pistón en funcionamiento). En efecto, existen, en la masa, diferencias de presión que en determinado momento se pueden ir sumando y llegar a producir un ΔP elevado. Por último, otros dos efectos son dignos de mencionar: la combustión de la mezcla genera un aumento en el pico de la temperatura¹⁰⁸, y se produce un desplazamiento de dicho pico afectando tramos no protegidos del hogar, tal como se puede observar en la Figura 48.

3-Deformación del Hogar. Con el tiempo la zona baja del hogar de la caldera se va deformando (aplanando) como se ve en la **Figura 49**. Pero: ¿por qué se deforma? Un cuerpo o sistema de cuerpos sumergido en un fluido gaseoso está sometido a la misma presión en todas las direcciones consideradas, en los líquidos, sin embargo, la presión es mayor en una de ellas debido a la columna de líquido (también denominado cabezal hidráulico) que soporta dicho cuerpo, la consecuencia de ello es una mayor presión, que, actuando en una unidad de área da un mayor vector fuerza en la parte inferior del ducto del hogar.

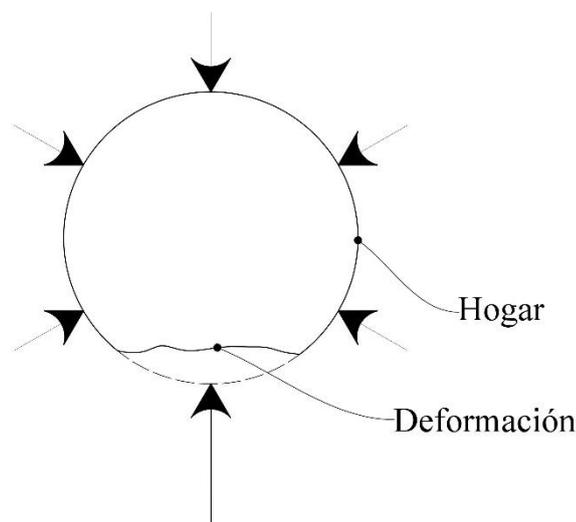


Figura 49. Deformación del Quemador debido al Cabezal Hidráulico: Detalle (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

¹⁰⁸ El aumento de temperatura es debido al incremento del poder calorífico del hidrocarburo resultante (: mezcla), respecto del combustible original, es debido a que dicha mezcla resulta ser más liviana.

4-Reducción de la Presión Interior. Finalmente, en el encendido del quemador (: hogar) se consume oxígeno del interior de la caldera reduciendo la presión del interior de la misma, esto provoca un incremento del ΔP entre el interior y el exterior del hogar, que, por supuesto, también contribuye al fenómeno analizado.

Como nota de cierre, enfatizar que el fenómeno de implosión de las paredes del hogar¹⁰⁹ genera un incremento brusco de presión en el resto del volumen, lo que ha provocado, literalmente, la voladura de las tapas en estas calderas, es decir, se debe tener presente, que, a toda implosión sigue inmediatamente una explosión.

¹⁰⁹ Dicha implosión produce, por lo general, un achatamiento en la tercera parte de la longitud del hogar.

8. CICLOS DE PODER (PARTE 1)

8.1. Introducción

A lo largo de las clases anteriores se han definido las leyes de la Termodinámica, se han caracterizado sintéticamente los conceptos de estado y procesos, y se han aproximado los análisis termodinámicos de algunos componentes como la bomba, la caldera y la turbina a los cuales se ha de denominar de aquí en adelante: subsistemas, ya que hacen parte de un sistema más amplio: el ciclo de poder.

En este contexto, cabe observar que ya se ha hecho referencia o mención de los ciclos de poder y su importancia en el curso, y también a este respecto, como toda nueva temática a abordar requiere de una enmarcación contextual para ser desarrollada, en tal sentido, es necesario tener presente, en primer lugar, la clasificación de los ciclos termodinámicos en general, los cuales han de ser objetos de estudio hasta prácticamente la Clase 22, **Figura 50**.

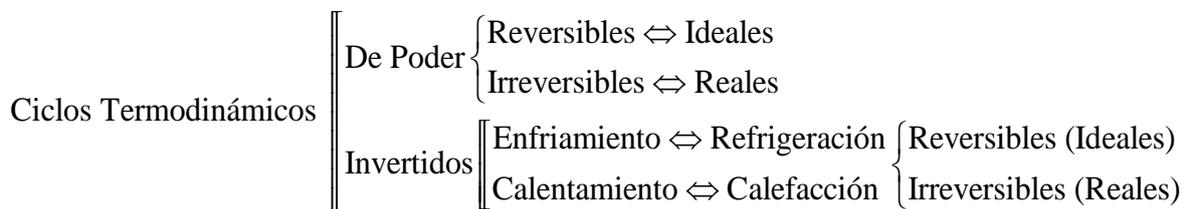


Figura 50. Clasificación de los Ciclos Termodinámicos (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En relación con la figura anterior, cabe aclarar que un ciclo es reversible cuando todos sus procesos también lo son, en otras palabras, basta comprobar que uno solo de ellos no cumpla está condición para que este sea irreversible. En resumen, el entendimiento de los ciclos es un tema neurálgico; y, en la sección siguiente, se abordan específicamente las características de los ciclos de poder.

8.2. Caracterización de los Ciclos de Poder

Se puede hacer mención de una serie de características distintivas de estos ciclos principalmente en su comparación con los ciclos invertidos que se tratan en la Clase 16, a continuación, se expone un listado de los puntos de interés.

Propósito. La aplicación o producto es la obtención de trabajo (W), siendo esta la característica fundamental que establece la principal diferencia con los ciclos invertidos, en los cuales el fin es llevar calor de una fuente a temperatura baja hacia otra de temperatura alta como ocurre en las máquinas frigoríficas.

Punto de Estado. En los diagramas termodinámicos los procesos (vale decir, los puntos de estado) evolucionan en el sentido de las agujas del reloj. Esto también establece una diferenciación con los ciclos invertidos en los cuales la evolución se da en sentido *levógiro*.

Consumo. Si se consideran las centrales y plantas térmicas, estos ciclos consumen calor, siendo este, el calor añadido o aportado Q_A .

Rendimiento. El rendimiento del ciclo se mide como el **rendimiento térmico**, que aquí se representa con la letra e y está dado por la Ec. (24).

$$e = \frac{\text{Trabajo Neto}}{\text{Calor Aportado}} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_A} \quad [1] \quad (24)$$

Donde W_{neto} es el trabajo neto del ciclo y representa la suma algebraica de los trabajos intervinientes¹¹⁰. Al respecto, se verifica que en un ciclo ideal dicho trabajo cumple con la siguiente relación: *trabajo neto = sumatoria de los trabajos = sumatoria de los calores*, lo cual

¹¹⁰ Entrantes y salientes.

se expresa en la Ec. (25). En efecto; si se toma un ciclo ideal cualquiera, por ejemplo, el de Carnot, la igualdad anterior se verifica fácilmente examinando el área encerrada por el ciclo, tanto, en un diagrama $T - s$ como en uno $P - v$.¹¹¹

$$W_{\text{neto}} = \sum_{i=1}^n W_i = \sum_{i=1}^n Q_i \quad [\text{J}] \quad (\text{Para Ciclos Reversibles}) \quad (25)$$

Finalmente, entendidas las características generales presentadas, a continuación, se exponen dos temas que son los más importantes dentro de esta caracterización de los ciclos bajo estudio, se habla del ciclo de Carnot¹¹² y el ciclo Rankine,¹¹³ estos son, en efecto, la base de comparación de los ciclos de poder.

8.3. Base de Comparación: Ciclo de Carnot

La base de comparación de todos los ciclos de poder reales y de todos los ciclos de poder ideales: es el **ciclo de Carnot**,¹¹⁴ **Figura 51**. En términos más específicos: el rendimiento térmico y los procesos del ciclo de Carnot son la referencia. En este sentido, el objetivo del profesional de ingeniería es lograr que la diferencia entre el rendimiento térmico de Carnot y el del ciclo o máquina térmica real que se diseñe sea la mínima posible.

Como ilustración de lo anterior, y en la comparación de procesos, se puede citar el análisis de compresión en la bomba anteriormente desarrollada, en la cual se ha adoptado un proceso isentrópico ya que Carnot en su máquina ideal define a este como el más conveniente. También en este sentido, y como dato a resaltar, hay que decir que existen otros ciclos de poder

¹¹¹ ¿Por qué es válido establecer esta relación de áreas? Porque en un ciclo ideal los procesos son reversibles, y, por tanto, sus trayectorias continuas, lo que hace posible definir un área bajo la curva.

¹¹² Sadi Carnot (1795-1832), ingeniero francés.

¹¹³ William John Macquorn Rankine (1820-1872) fue un ingeniero y físico escocés. Junto con Rudolf Clausius, William Thomson (Lord Kelvin), fue uno de los pioneros de la Termodinámica, y se enfocó particularmente en la primera de las tres leyes de esta rama de la física.

¹¹⁴ Luego, esta comparación se ha de extender también a los ciclos invertidos.

denominados **regenerativos** (no se ven en el curso) que utilizan gas como fluido de trabajo, estos son el **ciclo Ericsson** y el **ciclo Stirling**, los cuales llegan a igualar el rendimiento térmico de Carnot.

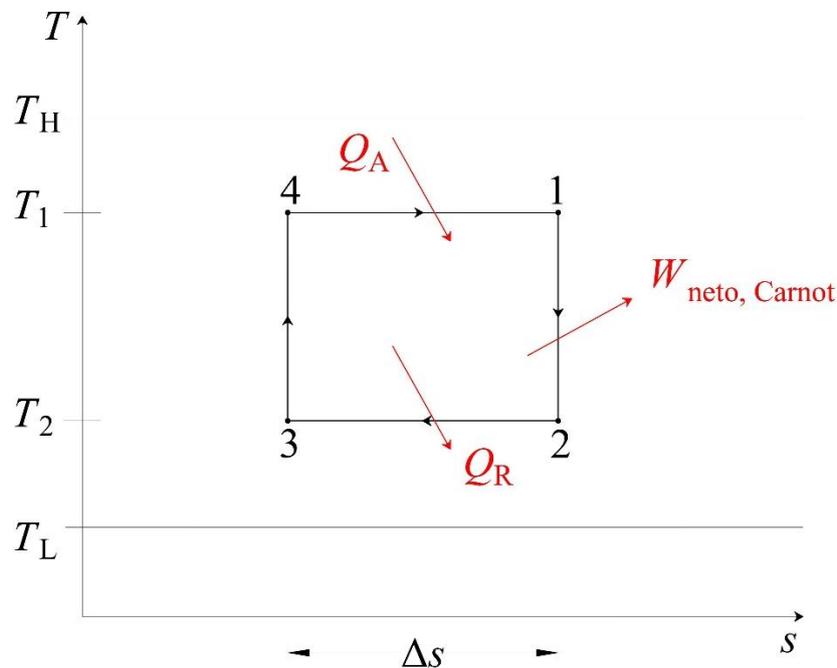


Figura 51. Ciclo de Carnot en un Diagrama $T-s$ (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Dos aspectos son importantes de destacar del diagrama precedente, en primer lugar, la expresión para el cálculo del trabajo del ciclo de Carnot que a partir de él puede deducirse se presenta en la Ec. (26), mientras, que, el rendimiento térmico correspondiente está dado por la Ec. (27). En segundo lugar, es que en el ciclo de Carnot las transmisiones de calor se producen a temperatura constante¹¹⁵, característica esta que debe tenerse en cuenta para futuros análisis, en efecto, esto se cumple en los ciclos de poder que utilizan vapor como es el caso de Rankine, no así en otros como el de Brayton¹¹⁶ que utiliza gas como fluido de trabajo. La consecuencia inmediata de esto último es la obtención de un mayor rendimiento térmico en los primeros.

¹¹⁵ Esta consideración también se remarca, luego, en los ciclos invertidos.

¹¹⁶ Este ciclo se analiza en la Clase 22.

$$a) W_{\text{neto, Carnot}} = Q_A - Q_R \quad [\text{J}]$$

donde:

$$b) Q_A = T_1 \cdot \Delta S \quad \text{y} \quad Q_R = T_2 \cdot \Delta S \quad (26)$$

por lo tanto:

$$c) W_{\text{neto, Carnot}} = (T_1 - T_2) \cdot \Delta S \quad [\text{J}]$$

$$a) e_{\text{Carnot}} = \frac{W_{\text{neto, Carnot}}}{Q_A} = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \Delta S}{T_1 \cdot \Delta S} \quad [1] \quad (27)$$

$$b) e_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad [1]$$

En forma ampliada, para construir un ciclo de poder (u otro ciclo) con base en Carnot, es de vital importancia identificar la configuración que muestra la **Figura 52**, en la cual queda explicitada tanto la primera como la segunda ley de la Termodinámica. En otras palabras, se debe proyectar la planta térmica (con todos sus dispositivos, mecanismos, máquinas, etc.) funcionando bajo esta configuración.

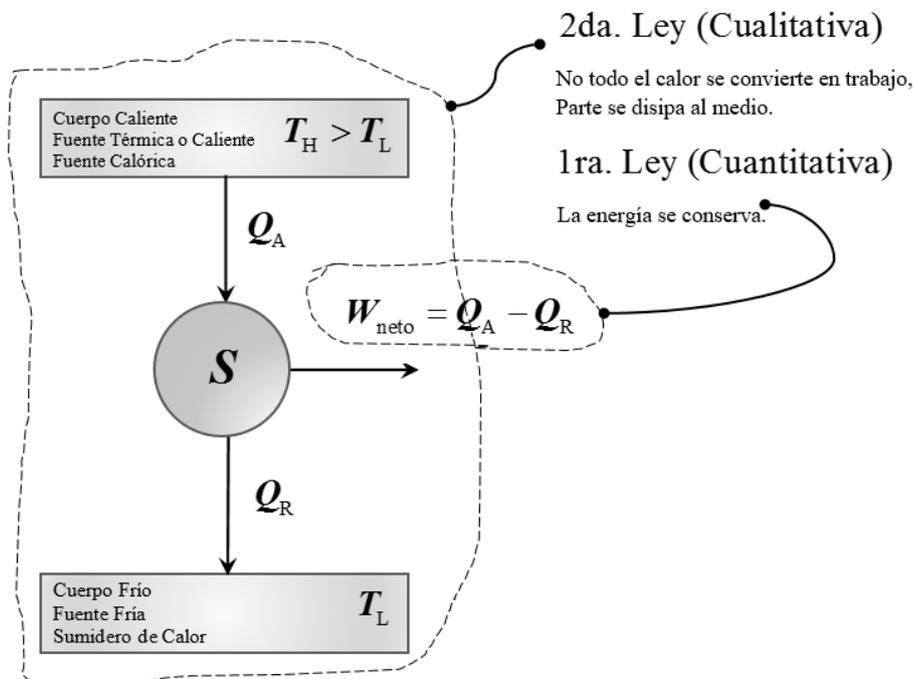


Figura 52. Configuración de un Ciclo de Poder (Sistema) en el que se Evidencia la Aplicación de la Primera y la Segunda Ley de la Termodinámica (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Finalmente, y como ya se ha mencionado oportunamente, resta abordar una segunda base de comparación que consiste en un ciclo ideal, menos eficiente térmicamente que el de Carnot, pero constituido por procesos que se aproximan más a los procesos de un ciclo real, este es el ciclo Rankine.

8.4. Base de Comparación: Ciclo Rankine

8.4.1. Descripción del Diagrama de Energía del Ciclo Rankine

Según lo expuesto hasta el momento, el ciclo de Carnot resulta ser un buen punto de partida para empezar a pensar en un ciclo de poder, sin embargo, para el análisis de los ciclos reales es muy conveniente utilizar el ciclo Rankine como base de comparación, que es, como se ha dicho, menos eficiente térmicamente que el primero, pero con procesos que se ajustan mejor a la realidad¹¹⁷.

De esta manera, para iniciar el análisis considere en primer lugar el diagrama de energía del ciclo Rankine de una etapa, **Figura 53**. Posteriormente, sobre la base de este diagrama se han de hacer las caracterizaciones del mismo, tanto, generales como de cada subsistema que lo conforma, a saber: caldera, tubería principal, turbina (máquina térmica), condensador y bomba.

¹¹⁷ El ciclo Rankine es el modelo ideal de referencia para los ciclos de potencia de vapor (CENGEL y BOLES, 2012).

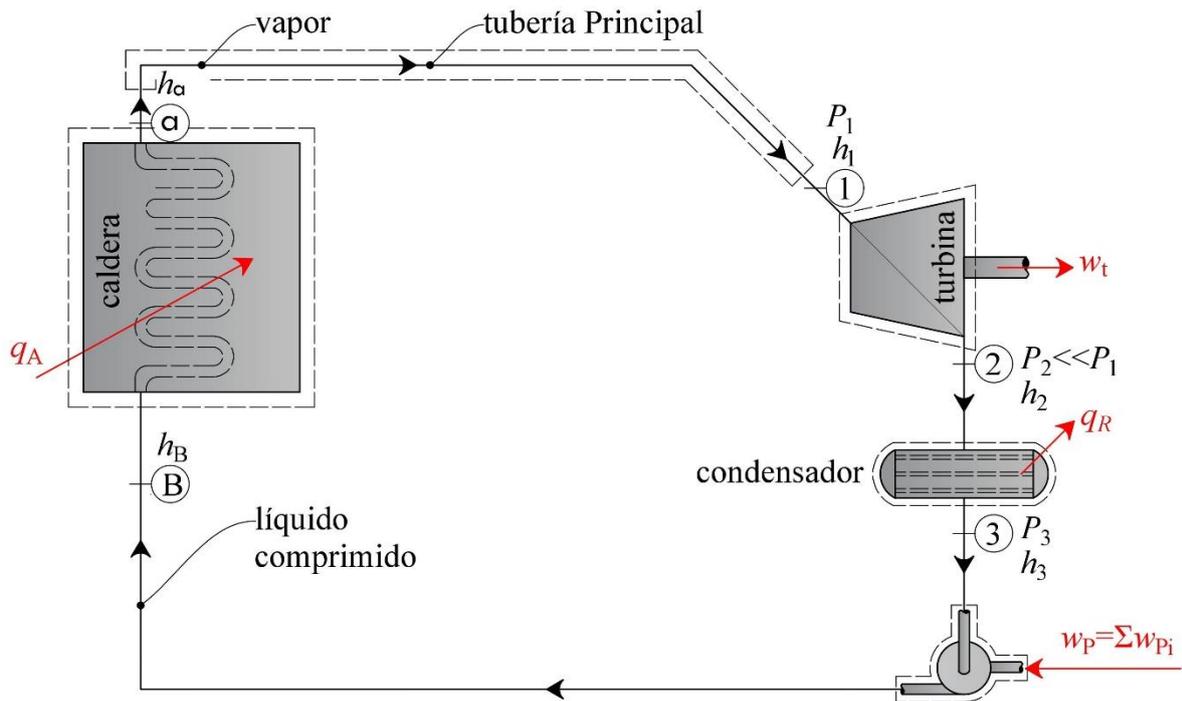


Figura 53. Ciclo Rankine de Una Etapa: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Teniendo en cuenta lo dicho en el último párrafo, hay que aclarar, en primer lugar, que el ciclo Rankine de **una etapa** es uno de los más simples y debe su nombre al hecho de que el vapor se expande en una única etapa, vale decir, en una única turbina. Sin embargo, el ciclo puede ser también **multietapa**¹¹⁸ y en tal caso la representación del diagrama de energía se ve modificado, como se ha de analizar posteriormente en este documento.

Por otra parte, observe que en el diagrama anterior la **tubería principal** también se destaca como subsistema, esto debe ser así porque se trata de un ducto de gran longitud cuya función es la de transportar el vapor desde la caldera hasta la máquina térmica (en este caso: la turbina)¹¹⁹; lo cual implica que debe estar debidamente aislada para que el fluido no disipe energía (: calor) antes de realizar trabajo.

¹¹⁸ El término multietapa hace referencia a la expansión del vapor por etapas, es decir, en varias turbinas.

¹¹⁹ Tanto en este capítulo como en el siguiente, se toma la turbina como subsistema para el análisis termodinámico, sin embargo, las máquinas térmicas pueden ser también del tipo alternativas, tal como se desarrolla en el Capítulo 10.

En lo que respecta específicamente a la turbina (**máquina térmica**), conviene recordar que el trabajo $w_{\text{turbina}} = w_t$ que se ha de estar analizando, es trabajo termodinámico porque es obtenido mediante propiedades termodinámicas, luego, este w_t se convierte a trabajo mecánico en el eje de la turbina verificándose la relación de la Ec. (28).

La forma constructiva de esta máquina¹²⁰, por otra parte, se justifica en el hecho que el vapor ingresa a la misma con una presión (P_1) alta y conforme se expansiona en su interior va disminuyendo hasta alcanzar un valor (P_2) bastante más bajo en la salida, es decir: $P_2 \ll P_1$.

¹²¹ Por ende, si los alabes del rotor de la turbina fuesen “iguales”¹²² en toda la longitud de la misma, esta diferencia de presión provocaría la rotura del eje por torsión. Y, es precisamente para evitar esta falla que los álabes se van incrementando en superficie a medida que la presión disminuye, en otras palabras, se logra que la presión por unidad de superficie dé como resultado una fuerza que genere un par uniforme en toda la longitud del eje de la turbina.¹²³

$$W_{\text{mecánico en eje de la turbina}} = \overbrace{W_{\text{termodinámico de turbina}}^{w_t}} - W_{\text{fricción}} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (28)$$

El vapor de baja presión proveniente de la turbina debe condensarse en un dispositivo que se denomina condensador para posteriormente ser recirculado a la caldera. Dicha recirculación de líquido condensado se hace necesaria ya que el agua de caldera es “agua tratada” y no puede desecharse. En definitiva, para que todo este proceso pueda llevarse a cabo intervienen diversos

¹²⁰ Refiérase al diagrama de energía de la Figura 53.

¹²¹ Para lograr que el vapor de alta presión que ingresa a la turbina busque una salida a menor presión, se instala una bomba de vacío a la salida del condensador. Esta tiene un diseño tal, que permite producir a su entrada una succión que reduce la presión, dicha caída de presión es la que se verifica en el escape de la turbina.

¹²² El término “iguales” se usa aquí para indicar que los alabes son de la misma longitud y superficie.

¹²³ Como nota ampliatoria, la forma constructiva de un compresor es exactamente inversa como se visualiza en el ciclo Brayton.

dispositivos (algunos ya mencionados), a saber: el condensador, reservorio de agua caliente y bomba de alimentación de la caldera, la torre de enfriamiento, reservorio de agua fría y bomba de agua de enfriamiento.

A continuación, se precisan en tres pasos los detalles de funcionamiento:

1-El vapor de baja presión que sale de la turbina ingresa al **condensador**¹²⁴ y entrega su calor latente al agua de enfriamiento que circula por los tubos del condensador, entonces, se produce el condensado.

2-Este condensado, que se encuentra a una temperatura relativamente alta¹²⁵, se almacena en un **reservorio de agua caliente** desde el cual una o más **bombas de alimentación**¹²⁶ lo envían a la caldera.

3-El **agua de enfriamiento** que recibió el calor latente del vapor de baja presión se encuentra, ahora, con una temperatura relativamente alta, motivo por el cual se la **bombea torres de enfriamiento** para reducir su temperatura. Luego, se almacena en un **reservorio de agua y fría** y posteriormente se recircula (mediante bombeo) al condensador para iniciar nuevamente el proceso.

Es pertinente aclarar que, en general, en los diagramas de energía todas las bombas antes mencionadas suelen representarse como una sola que realiza un trabajo W_p que es igual a la **sumatoria de los trabajos de todas las bombas** que se encuentran entre el condensador y la caldera, tal como se indica en la Ec. (29).

¹²⁴ Este condensador es, en esencia, un intercambiador de calor consistente en un tanque atravesado por una serie de tubos por los que circula agua “fría”. En el Glosario del Anexo se brinda una definición más precisa de intercambiador de calor.

¹²⁵ Se encuentra a la temperatura de saturación correspondiente a la presión del vapor de baja presión.

¹²⁶ Las bombas de alimentación deben comprimir el líquido a alta presión para que el vapor que salga de la caldera sea también de alta presión, y, por lo tanto, la entalpía transportada sea mayor.

$$W_p = \sum_{i=1}^n W_{Pi} \left[\frac{J}{kg} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{La sumatoria indica el trabajo de todas las bombas} \\ \text{entre el Condensador y la Caldera} \end{array} \right. \quad (29)$$

Como nota de cierre, en las instalaciones se pueden ver las bombas de vacío y las de alimentación, pero para el análisis termodinámico basta con saber el equivalente de energía que consumen todas ellas.

8.4.2. Ciclo Rankine Ideal y Real

En el apartado anterior se ha descrito sintéticamente el ciclo Rankine y los dispositivos (: subsistemas) que lo constituyen; y en tal sentido, cuando Rankine diseña su ciclo lo hace con el requisito de que la condición de entrada de un dispositivo sea igual a la condición de salida del dispositivo anterior, es decir, no considera las pérdidas entre un proceso y otro, lo que resulta en un **Ciclo de Rankine Ideal**. Sin embargo, en una instalación real las pérdidas existen y considerarlas implica una modificación del anterior, resultando el **Ciclo Rankine Real**.

Como ejemplificación de lo que antecede, en la circulación de un fluido por un ducto siempre se verifica una inevitable caída de presión debida a la fricción, y en este sentido, al observar el diagrama de energía del ciclo (Figura 53), se puede afirmar lo indicado en la **Figura 54**, es decir, existe una caída de presión considerable en la tubería que transporta el vapor desde la caldera a la turbina, la cual se denomina tubería principal.

$$P_1 = P_a \Rightarrow \text{No se verifica caída de presión} \Rightarrow \text{Ciclo Ideal}$$

$$P_1 < P_a \Rightarrow \text{Se verifica caída de presión} \Rightarrow \text{Ciclo Real}$$

Figura 54. Efecto de la Fricción en la Presión de un Fluido que circula por un Conducto (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Lo expuesto en el párrafo anterior, es evidencia de porque la tubería principal debe considerarse como subsistema, en efecto, en ella pueden ocurrir una cantidad importante de

pérdidas, a saber: 1-Pérdidas por transmisión de calor;¹²⁷ y 2-Pérdidas por la fricción del flujo con las paredes de la tubería. De esta manera, las pérdidas por fricción son **pérdidas mecánicas**, mientras que existen otras llamadas **pérdidas termodinámicas** que surgen debido a la irreversibilidad de los procesos reales, en efecto, se producen debido a la temperatura del sumidero y a la generación de entropía, tal como se muestra en el **Figura 55**.

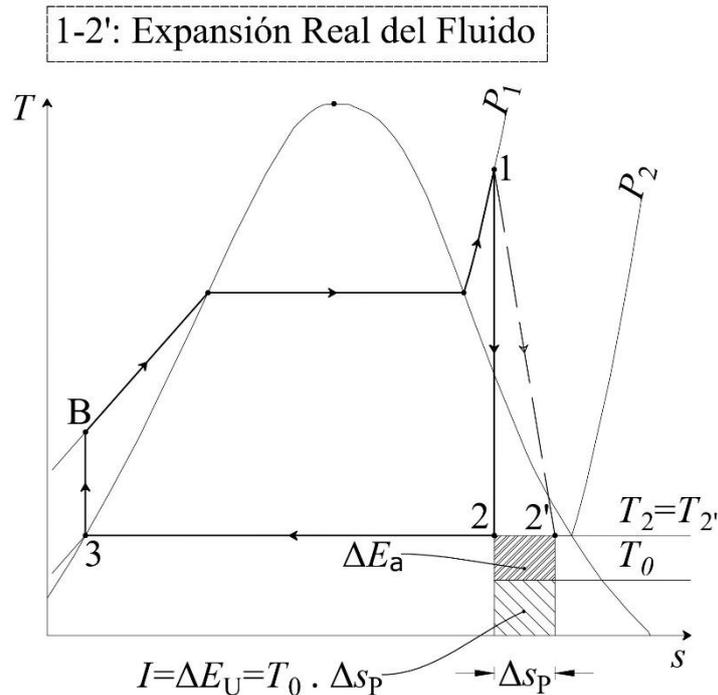


Figura 55. Ciclo Rankine de Una Etapa: Diagrama $T-s$ (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En el diagrama anterior; Δs_p es la producción de entropía y representa la magnitud del crecimiento de esta cantidad debido a la irreversibilidad del proceso real; T_0 es la temperatura del sumidero; ΔE_a (donde el subíndice “a” proviene de *available*) es la energía disponible, ΔE_U (donde el subíndice “U” proviene de *unavailable*) es el incremento de energía no disponible, que es igual al decremento de energía disponible, finalmente, I es la irreversibilidad del

¹²⁷ Disipación de calor al medio a través de las paredes del tubo.

proceso real. En las magnitudes presentadas, el uso de la letra griega *delta* mayúscula (Δ) es debido a que estas cantidades son variables.

El análisis anterior tiene varias **connotaciones**, a saber: **1**-El vapor que se está condensando se encuentra a una temperatura mayor que la del sumidero ($T_2 > T_0$), lo cual tiene que ser así ya que se está rechazando calor; **2**-El sistema puede producir menos trabajo ya que se genera un ΔE_U . En este aspecto, hay que tener en consideración que no todo el calor aportado (Q_A) directamente al agua en la caldera se transforma en trabajo, **Figura 56**; y, **3**-Se identifican ventajas y desventajas, por ejemplo: $h_2 > h_2$.

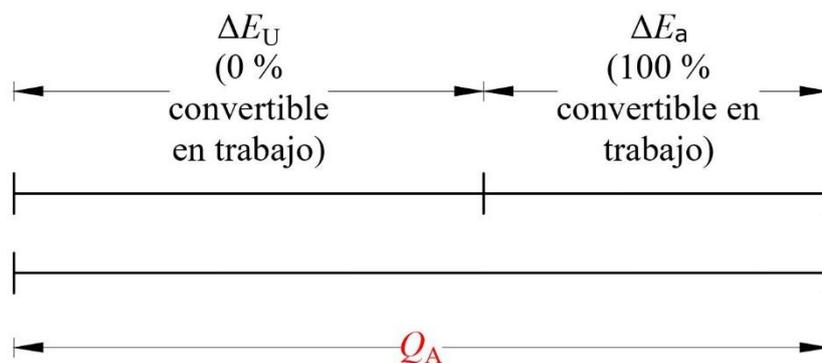


Figura 56. E_a , Energía Disponible y E_U Energía no Disponible (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Por otra parte, cabe aclarar que, pese a la existencia de los ciclos de poder ideal y real, los diagramas de energía o de propiedades que se analizan de aquí en adelante no han de ser exclusivos de uno u otro, sino, que, en general, se van mechando aspectos reales en los diagramas ideales a fin de destacar las diferencias más relevantes (este mismo criterio se aplica luego a los ciclos invertidos).

Finalmente, luego de la presentación del diagrama de energía y de propiedades, y de la descripción de los procesos en general, lo que sigue es el análisis de los subsistemas del ciclo

Rankine. Tenga en cuenta que las fronteras de estos subsistemas son los indicados con línea discontinua en el diagrama de energía de la Figura 53.

8.4.3. Subsistemas del Ciclo Rankine

Como ya se ha dicho, para el análisis se considera el ciclo dividido en subsistemas, a recordar: caldera, tubería principal, turbina, condensador y bomba, **Figura 57**. El paso siguiente es la realización del análisis termodinámico a cada subsistema, análisis que ya ha sido formalizado en la Clase 2 y cuyas etapas se presentan a modo de itinerario en la **Figura 58**.

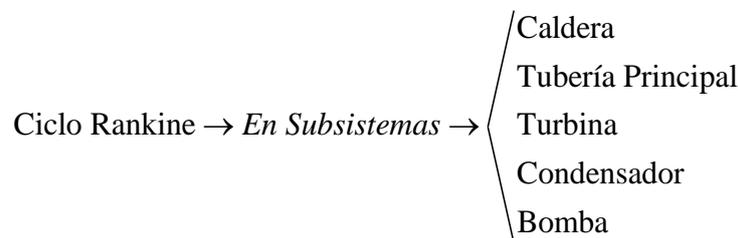


Figura 57. Subsistemas del Ciclo Rankine (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

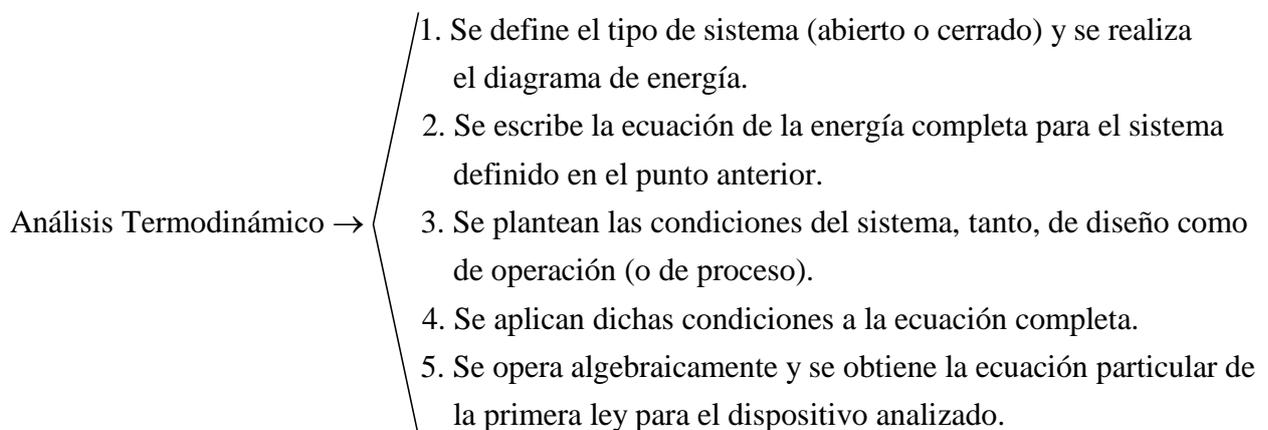


Figura 58. Etapas del Análisis Termodinámico (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Como nota de cierre, y antes de abordar el análisis de cada dispositivo, es pertinente aclarar que los conocimientos sobre el vapor sobrecalentado no eran del todo precisos al momento en que Rankine concibió su ciclo, sin embargo, el lector habrá notado que el proceso de sobrecalentamiento del vapor ya ha sido incorporado desde el primer momento en el diagrama

de propiedades de la Figura 55, asumiendo, además, que dicho sobrecalentamiento tiene lugar en la misma caldera, como se ha de precisar en la sección siguiente.

8.4.3.1. Caldera

Este equipo es, en esencia, un intercambiador de calor porque en el ocurre una transmisión de calor de un flujo a otro, en efecto, los gases de combustión transfieren la energía al fluido de trabajo que es el agua. Por lo tanto, las características y los procesos que se han de analizar a continuación son aplicables a cualquier otro intercambiador de calor. De esta manera, en la **Figura 59** se presenta el diagrama de energía mientras que en la Ec. (30) el análisis termodinámico correspondiente.

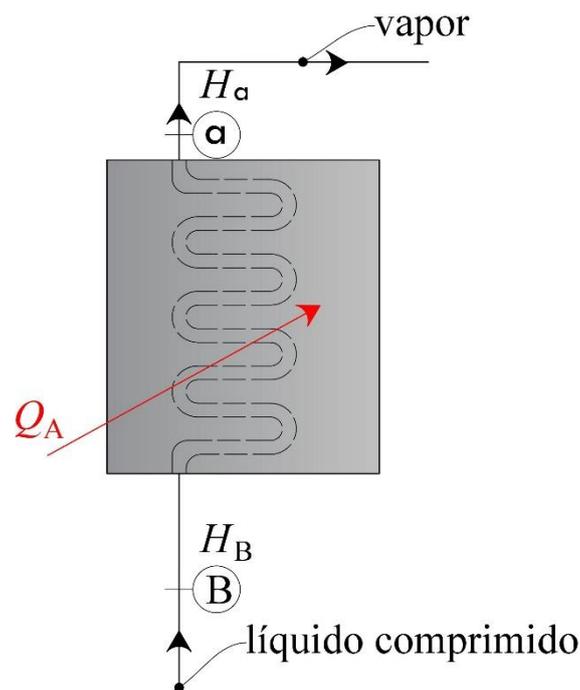


Figura 59. Subsistema Caldera: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

- 1) *¿Qué tipo de Sistema es?* → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) *Ecuación Completa* → $Q = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta H + W$ [J]
- 3) *Condiciones del Sistema* →
$$\begin{cases} W_{\text{caldera}} = 0 \\ \Delta Ec \cong 0 \\ \Delta Ep \cong 0 \end{cases} \quad (30)$$
- 4) *Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa* → $Q = \Delta H$ [J]
- 5) *Ecuación de Energía para la Caldera* → $Q_A = H_a - H_B$ [J]

Es decir, según la 30-5) el calor aportado a la caldera está en función de las entalpías. Por otra parte, y en relación al aparato analizado, conviene aclarar que se asume que el estado de sobrecalentamiento que alcanza el vapor en este ciclo ocurre en un sobre calentador integrado a la caldera o bien mediante algún equipo independiente vinculada a la misma.¹²⁸

8.4.3.2. Turbina

A continuación, el análisis termodinámico del siguiente subsistema: la Turbina, este es el productor de Potencia.

Antes de analizar el diagrama de energía de la turbina, **Figura 60**, es necesario subrayar que en este ciclo (Rankine) se añade calor al agua porque se quiere hacer trabajo: no se quiere almacenar energía cinética, no se quiere almacenar energía potencial y no se quiere disipar calor, lo que se busca es obtener trabajo en la máquina térmica. En la Ec. (31) se desarrolla el análisis termodinámico.

¹²⁸ De este aspecto del diseño del ciclo, hay que aclarar que Rankine inicialmente lo concibió para que el agua que se evapora en la caldera llegue solamente hasta la condición de vapor saturado, por ende, algunos autores como FACORRO RUIZ (2011) inician el análisis del ciclo sin considerar el sobrecalentamiento.

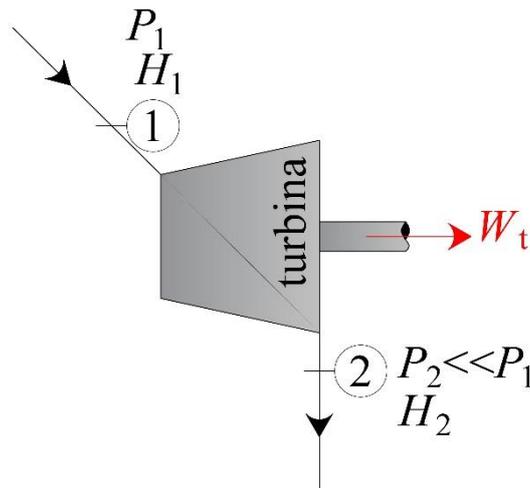


Figura 60. Subsistema Turbina: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

- 1) *¿Qué tipo de Sistema es?* → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) *Ecuación Completa* → $Q = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta H + W$ [J]
- 3) *Condiciones del Sistema* →
$$\left. \begin{array}{l} Q \cong 0 \quad (\text{Isentrópica}) \\ \Delta Ec \cong 0 \\ \Delta Ep \cong 0 \end{array} \right\} \text{Ver notas párrafo siguiente} \quad (31)$$
- 4) *Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa* → $W_t = -\Delta H$ [J]
- 5) *Ecuación de Energía para la Turbina* → $W_t = H_1 - H_2$ [J]

Algunas aclaraciones dignas de destacar:

Con referencia a la **energía cinética** $\Delta Ec \cong 0$: como resultado de la baja presión y por ende del alto volumen específico, la velocidad del vapor en la salida de la turbina puede ser muy alta. Sin embargo, el cambio de energía cinética es una pequeña fracción del cambio de entalpía (menos de 2 por ciento, en este caso) y, por lo tanto, suele ser ignorado.

Respecto a la **energía potencial** $\Delta Ep \cong 0$: el vapor es liviano con lo cual no representa una masa lo suficientemente grande como para realizar trabajo gravitacional, además, en el diagrama anterior pareciera ser que el vapor ingresa en la parte superior y sale por la inferior, sin embargo, tal esquema puede ser una vista de planta estando la entrada y la salida al mismo

nivel, de hecho, esta última opción es la deseada para simplificar la ecuación de la energía y, por lo tanto, los cálculos termodinámicos.

La condición **adiabática** $Q \cong 0$: en las cercanías de la turbina puede verificarse al tacto que existe una cierta transmisión de calor hacia el exterior (la chapa está caliente), sin embargo, en la práctica se suele dotar a este equipo de una carcasa de doble tapa y aprovechar así ese calor disipado para precalentar aire u otra sustancia, esto, sumado a la alta velocidad del flujo de vapor impide casi totalmente la disipación de calor al ambiente.

Finalmente, aclarar que todas las condiciones impuestas en el análisis termodinámico precedente no son estrictas, pudiendo, por tanto, existir casos puntuales (por ejemplo, el tamaño de la turbina) que modifique alguna de ellas. Sin embargo, al diseñar estos dispositivos se busca que realicen el mayor trabajo posible, con lo cual, se debe apuntar a que dichas condiciones se cumplan siempre.

Para cerrar, especificar que la **turbina** como máquina térmica puede clasificarse¹²⁹ como **rotativa**, en contraposición de las alternativas¹³⁰ abordadas en la Clase 10. En este aspecto, la turbina corre con algunas **ventajas**, a saber: 1-Con un buen mantenimiento logra un funcionamiento continuo; 2-Su mecanismo simple propicia a una menor fricción entre las partes componentes.

¹²⁹ En este sentido, es pertinente mencionar que una característica constructiva que también puede significar un criterio de comparación entre estas máquinas, es que las turbinas están catalogadas como equipos a volumen constante ($V_{\text{carcasa}} - V_{\text{rotor}}$) mientras que las alternativas a volumen variable.

¹³⁰ También llamadas Máquinas a Pistón.

9. CICLOS DE PODER (PARTE 2)

9.1. Subsistemas del Ciclo Rankine (continuación)

9.1.1. Condensador

El diagrama de energía para este dispositivo es simple, sin embargo, reviste mucha importancia dado que rechaza el calor (Q_R) al medio circundante (el sumidero) cumpliéndose la segunda ley y permitiendo que el ciclo funcione.¹³¹ Las **Figuras 61** y **62** y la Ec. (32), muestran el diagrama de energía y las ecuaciones de balance, respectivamente.

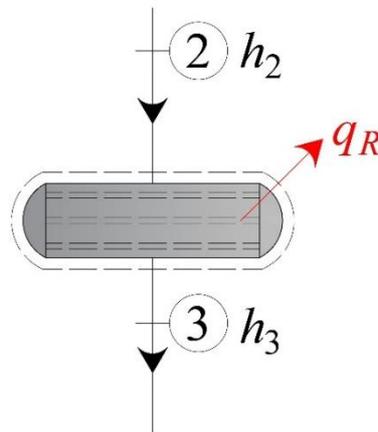


Figura 61. Condensador: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

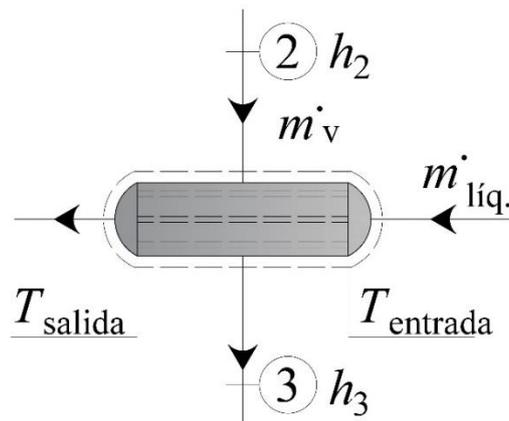


Figura 62. Condensador: Detalle del Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

¹³¹ Por este motivo estos sistemas necesitan estar cerca de un río, arroyo o lago.

$$\begin{aligned}
 a) \quad \dot{Q}_v &= \Delta h \cdot \dot{m}_v = (h_2 - h_3) \cdot \dot{m}_v \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right] \rightarrow \text{Calor latente que entrega el vapor} \\
 b) \quad \dot{Q}_{\text{liq.}} &= c_{\text{liq.}} \cdot \dot{m}_{\text{liq.}} \cdot (T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}}) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right] \rightarrow \text{Calor sensible que recibe el líquido}
 \end{aligned} \tag{32}$$

En el Balance de Energía $\dot{Q}_v = \dot{Q}_{\text{liq.}}$, por lo tanto:

$$c) \quad (h_2 - h_3) \cdot \dot{m}_v = c_{\text{liq.}} \cdot \dot{m}_{\text{liq.}} \cdot (T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}}) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$$

De la (32), el flujo de líquido de enfriamiento $\dot{m}_{\text{liq.}}$ que pasa por los tubos del condensador se “lleva”¹³² el calor latente \dot{Q}_v del vapor aumentando su temperatura ($T_{\text{salida}} > T_{\text{entrada}}$), y como se trata de una sola fase el calor que recibe es calor sensible¹³³ $\dot{Q}_{\text{liq.}}$.

Entonces, teniendo en cuenta el análisis anterior, si se tiene un líquido conocido (en general, agua) del cual se mide su temperatura de entrada y se fija su temperatura admisible de salida, conocidos, además, el flujo de vapor \dot{m}_v y su variación de entalpía Δh , se puede calcular el flujo de líquido $\dot{m}_{\text{liq.}}$ que debe circular en la unidad de tiempo.

Por otra parte, la energía que transporta el agua de enfriamiento que sale de condensador también puede ser utilizada para otros propósitos, por ejemplo, mediante un “serpentín”, es posible calentar combustible para reducir su viscosidad. Y es precisamente esta forma de uso del calor lo que genera su degradación, tema que desarrolla en la segunda ley bajo el título **degradación de la energía**.

En efecto, a la temperatura de sobrecalentamiento el calor tiene un valor importante, pero va perdiendo calidad conforme esta desciende, es decir, se va degradando. Sin embargo, mientras

¹³² Este calor es el rechazado al sumidero para que el sistema funcione.

¹³³ Este calor sensible también puede calcularse utilizando las entalpías de líquido comprimido, sin embargo, esto es poco práctico debido a la determinación de las entalpías en esta región.

se tenga en las cercanías del sistema una región de menor temperatura la transferencia es posible. Por otra parte, y en relación a lo anterior, mientras menor cantidad de energía se rechace al sumidero, en otras palabras, mientras mayor sea la utilización del calor¹³⁴, se está contribuyendo a evitar la llamada **contaminación térmica del ambiente**.

9.1.2. Compresión de Líquido Subenfriado

Antes del análisis del subsistema bomba propiamente dicho, en este breve apartado se presenta un aspecto que el lector debe tener en cuenta en referencia al planteamiento de la solución de ciertos problemas relacionados con la eficiencia de estos dispositivos. El interés de fondo de esta cuestión, es, en definitiva, el marco teórico que sustenta el análisis.

En efecto, en algunas situaciones problemáticas se suele proponer que el líquido que ingresa a la bomba se encuentra subenfriado, de este modo, si se considera un caso en el cual la temperatura de subenfriamiento es de 10°F, siendo conocida, además, la temperatura que corresponde a la presión del condensador, por ejemplo, 300°F, el trabajo de compresión en la bomba debe calcularse desde los 290°F, cómo se ilustra en la **Figura 63**.

¹³⁴ Mayor utilización del calor implica mayor degradación.

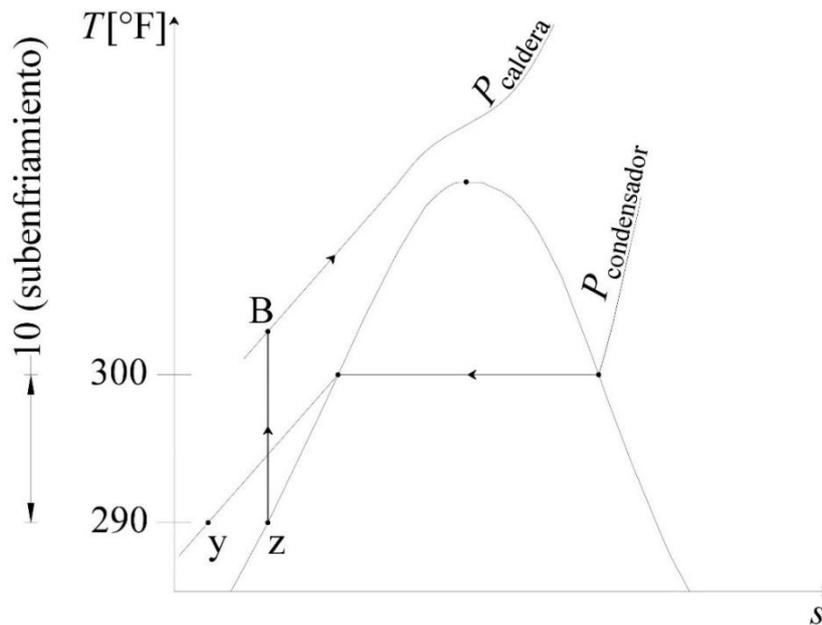


Figura 63. Compresión de Líquido Subenfriado: Diagrama $T-s$ (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Resulta que el punto "y" se encuentra prácticamente superpuesto al punto "z" correspondiente a líquido saturado¹³⁵, por lo tanto, los valores de propiedades en estos puntos son, en la práctica, numéricamente iguales con un error del orden de las milésimas. Por tanto, se puede considerar que la compresión inicia desde este estado de subenfriamiento.

En forma extendida, y como nota de cierre, es necesario comprender qué es el subenfriamiento en la práctica: resulta que el condensador (que está construido para condensar el vapor, valga la redundancia) tiene una longitud excesiva (está sobredimensionado), por lo tanto, no solo condensa, sino que además subenfriaría, en otras palabras, el líquido condensado está permaneciendo más tiempo en este intercambiador.

9.1.3. Bomba

En primer lugar, se presenta el diagrama de energía del subsistema, **Figura 64**, el cual, como en el caso del condensador, es simple. Posteriormente, se realiza el análisis termodinámico, Ec.

¹³⁵ Según lo analizado en la Clase 4.

(33). Cabe aclarar, que, tal como se ha expresado en las Sección 5.1, para el estudio de este dispositivo mecánico se considera el valor de las propiedades (presión, entalpía, velocidad, etc.) inmediatamente antes a su entrada e inmediatamente después de su salida, porque de no ser así se deben incluir en la ecuación de la energía las pérdidas por fricción en las cañerías de transporte, la variación de la energía cinética (para el caso de conductos de gran extensión) y el cambio de energía potencial.

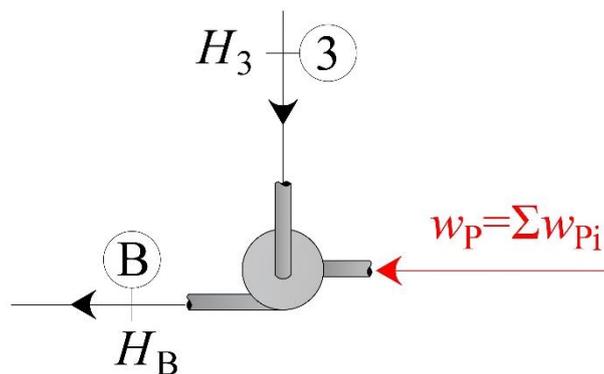


Figura 64. Bomba: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

- 1) *¿Qué tipo de Sistema es?* → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) *Ecuación Completa* → $Q = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta H + W$ [J]
- 3) *Condiciones del Sistema* → $\left. \begin{array}{l} Q \cong 0 \\ \Delta Ec \cong 0 \\ \Delta Ep \cong 0 \end{array} \right\} \text{ver notas en los párrafos siguientes}$ (33)
- 4) *Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa* → $-W_p = \Delta H$ [J]
- 5) *Ecuación de Energía para la Bomba* → a) $-W_p = H_B - H_3$ [J]
o bien en valores absolutos → b) $W_p = H_B - H_3$ [J]

Algunas notas respecto del análisis precedente. En primer lugar, la imposición $Q \cong 0$, responde al tipo de proceso de compresión que adopta Carnot en su ciclo (proceso adiabático). Al respecto hay que decir que físicamente es posible aproximar bastante esta condición debido al tamaño de la bomba y a la velocidad con la que está fluyendo el líquido en la misma.

Por otra parte, la condición $\Delta Ec \cong 0$ es debida a la característica de incompresibilidad del fluido y al funcionamiento estacionario de la bomba. Es decir, si el fluido es incompresible y además se considera estacionario ($\dot{m}_{\text{entrada}} = \dot{m}_{\text{salida}}$) las velocidades de ingreso y egreso tienen que ser prácticamente las mismas.¹³⁶

Así mismo, $\Delta Ep \cong 0$ responde a la disposición física de los ductos de entrada y salida de la bomba, es decir, el eje del ducto de entrada es paralelo y coincidente con eje del ducto de salida¹³⁷, teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas en el primer párrafo de esta sección.

Finalmente, destacar que el interés de expresar el trabajo de bomba en valor absoluto (Ec. 5 – b), tiene que ver con la obtención de la potencia: $\dot{m} \cdot (h_b - h_3)$, la cual, se consigna luego en la placa del equipo. Sin embargo, para el análisis termodinámico es correcto que este trabajo sea negativo (Ec. 5 – a).

9.1.4. Tubería Principal

La disipación de energía en la tubería principal, denotada como Q_p (donde el subíndice “tp” proviene de tubería principal), es debida, principalmente, a la transmisión de calor a través de las paredes de la misma, y a la caída de presión generada por la fricción existente entre el fluido que circula y la superficie interna. En la práctica, el primer factor se puede controlar bastante bien con un aislamiento eficiente¹³⁸, sin embargo, el segundo es inevitable, como ya se ha mencionado reiteradas ocasiones.

¹³⁶ En cambio, si el fluido fuera compresible no es posible afirmar que los flujos másicos, y, por tanto, las velocidades, sean iguales.

¹³⁷ O a lo sumo, la cota entre dichos ejes es pequeña.

¹³⁸ Es necesario aclarar que en la práctica no es posible lograr una tubería adiabática absoluta por más eficiente que sea la aislación, sin embargo, se puede aproximar bastante, de modo tal que las pérdidas de calor se mantengan en valores mínimos según lo indicado en la Ec. 34.

Para este subsistema se presenta, en primer lugar, el diagrama de energía en la **Figura 65**, mientras que, en la Ec. (34), como consideración previa al análisis termodinámico, el criterio arbitrario que ya ha sido utilizado en el Capítulo 6 cuando se trató con los procesos adiabáticos. Este criterio es válido tanto para tuberías como para máquinas. Por último, se consigna el análisis termodinámico, Ec. (35).

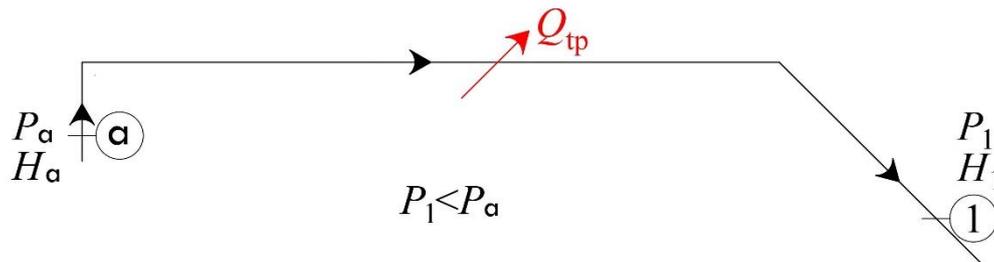


Figura 65. Tubería Principal: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$\text{si } Q_p \leq \frac{1}{100} \cdot H_a \quad [\text{J}] \Rightarrow Q = 0 \quad (\text{Proceso Adiabático}) \quad (34)$$

- 1) ¿Qué tipo de Sistema es? → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) Ecuación Completa → $Q = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta H + W$ [J]

$$3) \text{ Condiciones del Sistema } \rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_p \cong 0 \\ \Delta Ec \cong 0 \\ \Delta Ep \cong 0 \\ W \cong 0 \\ P_1 < P_a \end{array} \right\} \text{ver notas en los párrafos siguientes} \quad (35)$$

- 4) Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa → $\Delta H = 0$ [J]
- 5) Ecuación de Energía para la Tubería Principal → $H_a - H_1 = 0$ [J]

Algunas connotaciones del análisis precedente: la característica $P_1 < P_a$ se incluye entre las condiciones porque da la pauta que el proceso es irreversible, dado que para que el fluido (sistema) retorne de P_1 a P_a se debe imprimir trabajo y/o calor al mismo, lo que no se realiza cuando se pasa de P_a a P_1 , en otras palabras, no se recorre los mismos términos energéticos. El

$W \cong 0$, por su parte, es debido a que no hay ningún dispositivo mecánico que se mueva por efecto del flujo.

Es importante recordar, por otra parte, que en este caso $\Delta H = 0$ indica que se trata de un proceso con entalpía inicial y final iguales, sin embargo, **no es isoentálpico** ya que el proceso no es reversible **¿por qué no es reversible?** Porque se pasa de un estado de presión mayor a otra menor transferencia trabajo y calor, y, si se quiere retornar al estado inicial se tienen que aportar alguna de estas dos cantidades (se tiene que revertir los mismos términos energéticos).

Además, gráficamente, decir “no es isoentálpico” significa que no se puede representar al proceso mediante una isolínea continua en un diagrama de propiedades, ya que no es un proceso reversible, en cambio, debe representarse mediante una línea discontinua. En otras palabras, lo único que se sabe es que $H_{\text{final}} = H_{\text{inicial}}$, pero no se puede asegurar que los valores intermedios de entalpía se mantengan constantes.

9.2. Conceptos de Interés en Ciclos de Potencia de Vapor

Siguiendo con el estudio del ciclo Rankine, se han de exponer en este apartado conceptos importantes, algunos de los cuales ya han sido mencionados en este documento en más de una ocasión, estos son: el Rendimiento Térmico del Ciclo (ℓ), el Rendimiento Térmico de la Máquina Térmica, que para el caso considerado es la turbina (ℓ_1), el Rendimiento de Turbina ($\eta_{t,2}$) y el Consumo Específico de Vapor (ω).

Rendimiento Térmico del Ciclo y de la Máquina Térmica

La diferencia entre uno y otro, es que para el ciclo el rendimiento se basa en la condición con la que la caldera entrega vapor, mientras que para la máquina térmica se basa en la condición con la que el vapor ingresa a la turbina. En este sentido, para el caso ideal analizado no existen diferencias entre ambos ya que no se consideran las pérdidas en la tubería principal.

En efecto, ambos rendimientos se parecen numéricamente pero no son lo mismo, lo cual debe tenerse presente para los cálculos, es decir, la diferencia no debería ser importante.

En términos concretos, para la obtención de las expresiones analíticas de estos rendimientos, considere el diagrama de energía del ciclo Rankine de la Figura 53. De esta manera, para el caso del rendimiento del ciclo la expresión es la indicada en la Ec. (36) *c*), en tanto, que para la máquina térmica (turbina en este caso) la Ec. (37) *b*).

Rendimiento Térmico del Ciclo:

$$a) \quad e = \frac{\text{Producto (o Producción)}}{\text{Consumo}} = \frac{w_{\text{neto}}}{q_A} \quad [1]$$

$$b) \quad e = \frac{w_t - w_p}{q_A} = \frac{h_1 - h_2 - w_p}{h_1 - h_B} \quad [1] \quad (36)$$

pero, si se considera que $h_B = h_3 + w_p$

$$c) \quad e = \frac{h_1 - h_2 - w_p}{h_1 - h_3 - w_p} \quad [1]$$

Rendimiento Térmico de la Máquina Térmica (turbina para el caso):

$$a) \quad e_t = \frac{\text{Producto (o Producción)}}{\text{Consumo}} = \frac{w_t}{E_{\text{cargable}}} \quad [1] \quad (e_t \text{ con valores en torno al } 50 \%)$$

donde:

$$E_{\text{cargable}} = q_A + w_p = h_1 - h_B + h_B - h_3 = h_1 - h_3 \quad (37)$$

por lo tanto:

$$b) \quad e_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} \quad [1]$$

De las ecuaciones anteriores; w_t y w_p son, respectivamente, el trabajo de turbina y de bomba,¹³⁹ , mientras que w_{neto} es el trabajo neto del ciclo¹⁴⁰. La E_{cargable} , por su parte, es la energía cargable a la máquina, y representa toda la energía que se requiere “consumir” para poner al fluido en condición de entrada a la máquina térmica, en otras palabras, es la energía que se necesita para que el vapor alcance el estado 1 (uno)¹⁴¹.

Como nota ampliatoria, considere que los trabajos de bomba, en comparación con los términos energéticos (q_A , q_R y w_t), alcanzan valores bajos, razón por la cual se suele adoptar un criterio práctico (arbitrario), que dice que si la presión de la caldera (P_1) es menor a 400 psia (calderas de baja presión) entonces, para el cálculo de los rendimientos térmicos puede tomarse $w_p \cong 0$. En símbolos, ver **Figura 66**.

$$\text{Criterio práctico, arbitrario} \rightarrow \begin{cases} \text{Si } P_1 \leq 400 \text{ psia} \cong 27,22 \text{ atm} \Rightarrow w_p \cong 0 & (\text{se desprecia}) \\ \text{Siendo } P_1 : \text{ Presión de la Caldera} \end{cases}$$

Figura 66. Criterio para Despreciar el Trabajo de Bomba (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Si ahora se consideran las **pérdidas termodinámicas** (vale aclarar, que por ahora se está tratando solamente con el fluido, y, por ende, las pérdidas pueden ser solo termodinámicas, cuando se trate con las máquinas habrá pérdidas mecánicas) es decir, la generación de entropía, la expansión en la turbina es ahora una **expansión real** y su trabajo un **trabajo real** como se observa en la **Figura 67**.

¹³⁹ Recordar que son trabajos termodinámicos.

¹⁴⁰ Es decir, la suma algebraica de los trabajos del ciclo. Recordar, en este sentido, que para un ciclo reversible este trabajo neto es igual al calor neto.

¹⁴¹ Notar que, para que el vapor alcance el estado (1), además de entregar calor en la caldera también se tuvo que aportar trabajo mediante la bomba.

1-2: Expansión Ideal (isentrópica) ($\Delta s_p = 0$)

1-2': Expansión Real ($\Delta s_p \neq 0$)

Entonces:

$$w_t' = h_1 - h_2 \quad (\text{Trabajo Real})$$

Figura 67. Expansión Ideal y Expansión Real en una Turbina (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Los procesos y/o propiedades implícitas en la expansión ideal o real mencionadas, se pueden ver en el diagrama $T-s$ de la Figura 55. En este sentido, para la expansión real del fluido también es factible deducir la ecuación de la energía para la turbina, Ec. (38).

- 1) ¿Qué tipo de Sistema es? → Sistema de Flujo Estacionario
- 2) Ecuación Completa → $Q = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta H + W$ [J]
- 3) Condiciones del Sistema →
$$\left. \begin{array}{l} Q \cong 0 \quad (\text{Ver notas párrafo siguiente}) \\ \Delta Ec \cong 0 \\ \Delta Ep \cong 0 \end{array} \right\} \text{Ver aclaraciones párrafo siguiente} \quad (38)$$
- 4) Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa → $W_t' = -\Delta H$ [J]
- 5) Ecuación de Energía para la Turbina → $W_t' = H_1 - H_2$ [J]

Notar que, como $H_2' > H_2 \Rightarrow W_t' < W_t$ (trabajo real < trabajo ideal). Y, por otra parte, respecto de la condición $Q \cong 0$, hay que resaltar que un sistema puede ser irreversible y adiabático (en la práctica se puede lograr un sistema aproximadamente adiabático), pero no puede ser isentrópico, ya que no es reversible. Por último, desde el momento en que se analiza la expansión real y la compara con la ideal, surge otro término energético que se ha de describir a continuación.

Rendimiento de Turbina

A los rendimientos analizados hasta el momento, vale decir, el rendimiento térmico del ciclo y el rendimiento térmico de la máquina térmica, se suma ahora el rendimiento de turbina, el cual se define como lo indica la Ec. (39), en la cual η_{t-2} es el rendimiento de turbina de 1 a 2.

Es interesante resaltar que, en la práctica es el fabricante quien brinda este dato de rendimiento,

y con el cual es factible conocer la condición de entalpía de salida del vapor, expresión *b*).

Finalmente, la clase se cierra con una descripción sintética del ultimo concepto de interés.

$$\begin{aligned}
 a) \quad \eta_{t_{1-2}} &= \frac{W_t'}{W_t} = \frac{H_1 - H_2'}{H_1 - H_2} \quad [1] \quad \left(\frac{\text{Trabajo Real}}{\text{Trabajo Ideal}} \right) (\eta_{t_{1-2}} \text{ con valores en torno al } 85 \%) \quad (39) \\
 b) \quad H_2' &= H_1 - \eta_{t_{1-2}} \cdot (H_1 - H_2) \quad [J]
 \end{aligned}$$

Consumo Específico de Vapor

El consumo específico de vapor es un parámetro que permite establecer con mayor claridad, las condiciones en que están ocurriendo los procesos en una instalación o central térmica, o la condición con la que está funcionando. Está definido de la siguiente manera: es el número de libras masa (o kilogramos masa) de vapor suministradas a una máquina por unidad de trabajo, Ec. (40). En otras palabras, indica cuanta masa debe circular por la máquina para desarrollar una unidad de trabajo.

$$\begin{aligned}
 a) \quad \omega &= \frac{2544}{w} \left[\frac{\frac{\text{Btu}}{\text{hp} \cdot \text{hr}}}{\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{vapor}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{lbm}_{\text{vapor}}}{\text{hp} \cdot \text{hr}} \right] \\
 b) \quad \omega &= \frac{632,5}{w} \left[\frac{\frac{\text{kcal}}{\text{CV-hr}}}{\frac{\text{kcal}}{\text{kg}_{\text{vapor}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{CV-hr}} \right] \\
 c) \quad \omega &= \frac{3412}{w} \left[\frac{\frac{\text{Btu}}{\text{kW-hr}}}{\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{vapor}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{lbm}_{\text{vapor}}}{\text{kW-hr}} \right] \\
 d) \quad \omega &= \frac{860}{w} \left[\frac{\frac{\text{kcal}}{\text{kW-hr}}}{\frac{\text{kcal}}{\text{kg}_{\text{vapor}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{kW-hr}} \right]
 \end{aligned} \quad (40)$$

En la anterior, w es el trabajo específico del fluido, es decir, trabajo termodinámico generado por la máquina que corresponda. En este sentido, cada máquina tiene su consumo específico de vapor, el cual es conveniente conocer para evaluar si está funcionando correctamente.

10. MÁQUINAS TÉRMICAS

Como máquina térmica, a lo largo de los capítulos precedentes se ha hecho más énfasis en la turbina, sin embargo, a este grupo también pertenecen los motores térmicos alternativos. Y, precisamente, en las secciones siguientes se ha de tratar de explicar sintéticamente algunos aspectos de interés de estos dos tipos de máquinas termodinámicas.

10.1. Conjunto Moto – Generador

El conjunto moto – generador consta de una máquina alternativa (motor térmico) acoplada a un generador, **Figura 68**. Como puede observarse en dicha figura, el trabajo (W) en este tipo de equipos puede ser medido en tres puntos. Además, los acoplamientos pueden ser neumáticos, hidráulicos, magnéticos (cuyo uso está en auge dado que permite que cualquier pequeño desvío en la alineación de los ejes no produzca daño) y mecánicos. En este sentido, un aspecto a destacar es que se ha de considerar que la energía que transmite el eje del motor al eje de consumo (generador), es del 100 %, es decir, se considera que el acople tiene un 100 % de eficiencia.

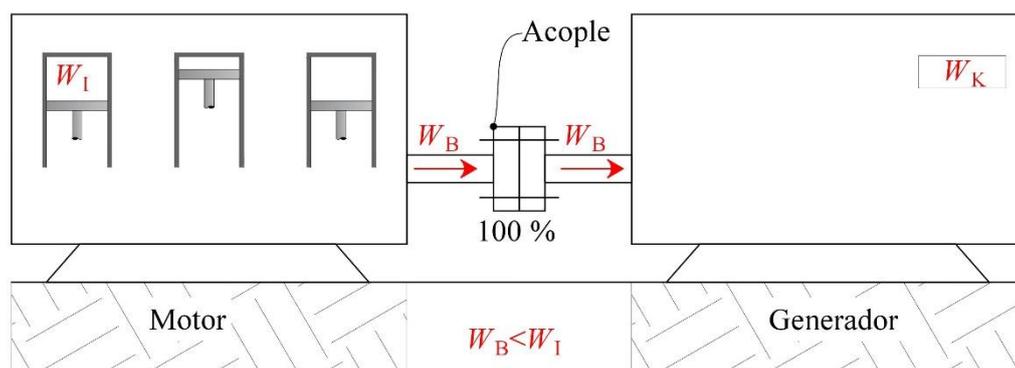


Figura 68. Conjunto Moto – Generador con los tres puntos (tres términos energéticos) analizados, a saber: W_I : Trabajo Indicado, W_B Trabajo en el Eje o Trabajo de Freno y W_K : Trabajo Combinado o Trabajo del Generador (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Entonces, cuando se dice que en la máquina alternativa el trabajo puede medirse en tres puntos, significa que el trabajo a medir sobre la máquina es mecánico y ya no es trabajo de

fluido. Sin embargo, si se considera un cilindro de la máquina y el correspondiente fluido de trabajo que en el ingresa, se puede registrar (en papel sensibilizado o en forma digital) la variación del volumen y la presión mediante un diagrama termodinámico, utilizando un equipo dotado de diferentes sensores, **Figura 69**.

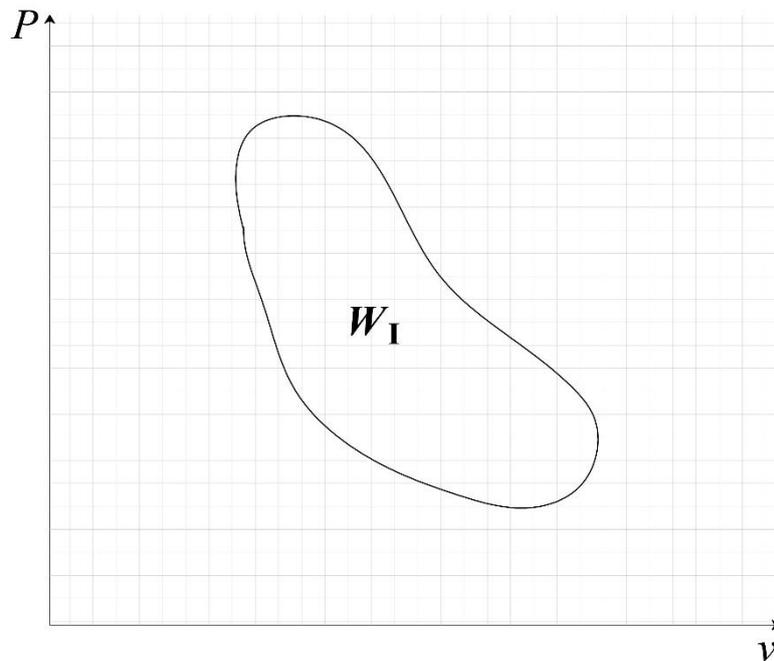


Figura 69. Ciclo Termodinámico del Fluido de Trabajo en el Interior de un Cilindro. W_I es el Trabajo Indicado (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

El valor del área encerrada por el ciclo anterior obtenida por cualquiera de los medios adoptados, representa el **trabajo indicado** W_I ,¹⁴² el cual es un trabajo primario que luego se transmite (mediante el mecanismo émbolo-biela-cigüeñal) al eje de salida de la máquina, resultando el **trabajo de freno** o **trabajo en el eje** W_B (donde el subíndice “B” proviene de *brake*). Se verifica, por otra parte, que $W_B < W_I$, esta diferencia radica en el trabajo friccional

¹⁴² Se lo llama indicado porque se obtuvo originalmente con un instrumento denominado indicador $P-v$. Además, el área encerrada es representativa del trabajo por émbolo en cada ciclo.

en el mecanismo, por ello, se busca una lubricación eficiente y el menor número de contactos entre piezas a diferente velocidad.

En lo que respecta a la medición del W_B , originalmente se lo ha obtenido mediante un dispositivo conocido como freno de Prony¹⁴³, **Figura 70**. Con este dispositivo, y conociendo la frecuencia de giro o revoluciones por minuto¹⁴⁴ (r.p.m) y la distancia entre ejes L , es posible determinar la potencia N aplicando la Ec. (41).

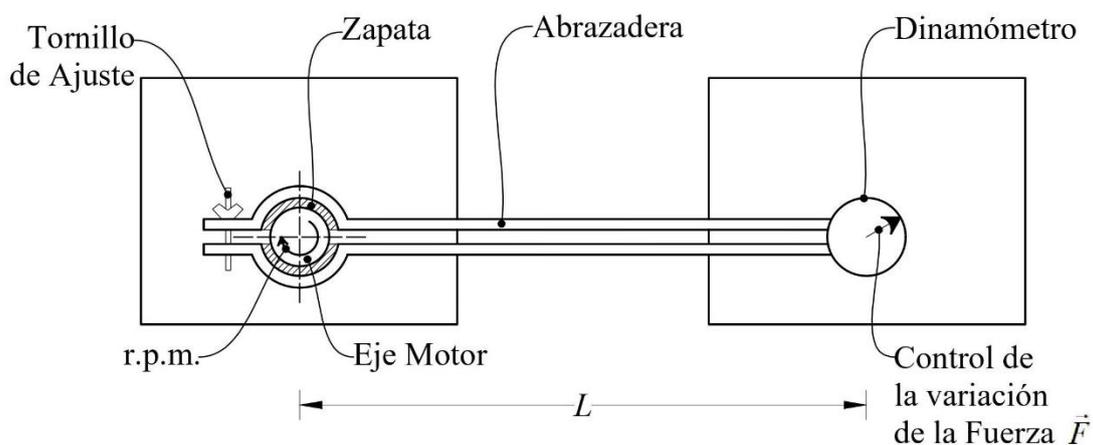


Figura 70. Dispositivo de Freno de Prony para la Medición del Trabajo de Freno o Trabajo en el Eje (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$N = |\vec{F}| \cdot L \cdot \text{r.p.m} \quad [\text{W}] \quad (41)$$

En efecto, mediante el apriete de un tornillo mariposa se accionan abrazaderas que constan de zapatas que friccionan el eje del motor, reduciendo su velocidad de giro (: lo frenan). La variación de la fuerza \vec{F} de este proceso se controla con un dinamómetro. Cuando el eje se detiene el dinamómetro indica la fuerza máxima, la cual es equivalente a la energía que contenía el eje.

¹⁴³ Ingeniero francés Gaspard de Prony (1775-1839).

¹⁴⁴ Es posible medir r.p.m. con un instrumento dotado de una punta de caucho que se pone en contacto con el eje, o mediante un estroboscopio.

Por otro lado, el trabajo en el eje del generador resulta ser igual a W_B (dada la eficiencia del acople), y W_K , por su parte, un trabajo combinado que involucra fuerzas magnéticas (campo magnético) y mecánicas (giro del eje en la influencia de este campo). En este último sentido, cabe señalar que en este conjunto moto – generador) las pérdidas han de ser tanto mecánicas como magnéticas con mayor predominancia de las primeras. Surgen entonces, las expresiones de cálculo de los rendimientos, Ec. (42).

$$\begin{aligned}
 a) \quad \eta_{\text{mec.}} &= \frac{W_B}{W_I} \quad [1] \rightarrow \text{Motor} \\
 b) \quad \eta_{\text{gen.}} &= \frac{W_K}{W_B} \quad [1] \rightarrow \text{Generador}
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

En la anterior, $\eta_{\text{mec.}}$ representa el rendimiento mecánico del motor, del mismo modo, $\eta_{\text{gen.}}$ es el rendimiento mecánico del generador. En este contexto, el ingeniero mecánico, inventor y químico escocés James Watt (1736-1819), quien ha dedicado mucho tiempo al estudio de las máquinas alternativas, ha considerado algunos efectos que se pueden dar en estas debido a la existencia de válvulas en el pistón. Una aproximación de este análisis se expone a continuación.

10.1.1. Máquina de Expansión Incompleta o de Watt

Primeramente, al considerar los esfuerzos al que está sometido un pistón se verifica que su sección transversal sufre una deformación diametral que es mayor en un sentido que en otro, tal como puede apreciarse en la **Figura 71** superior. Esto se debe al desgaste propio del movimiento recíproco de émbolo y a la presencia de vibraciones.

El desgaste mecánico mencionado produce un desplazamiento incorrecto del émbolo, propiciado, además, filtraciones del aceite lubricante¹⁴⁵ dentro del cilindro, y escape de gases de combustión desde la cámara durante la compresión. Para subsanar esto se han diseñado anillos circulares de material templado (duro) y resistente a la fricción, colocados en ranuras periféricas practicadas al émbolo¹⁴⁶, **Figura 71** inferior.

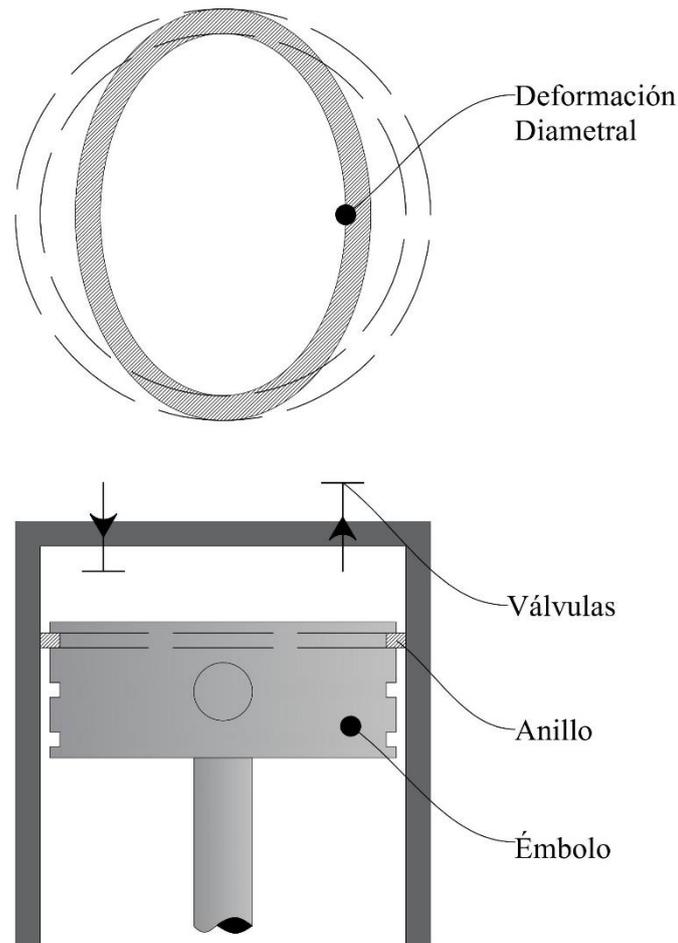


Figura 71. Deformación Diametral del Pistón (superior). Solución al Problema del Desgaste Mecánico del Émbolo (inferior) (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

¹⁴⁵ Este aceite lubricante es dosificado aprovechando el mismo aceite del eje del cigüeñal (en la parte inferior del cilindro) cuando este ha realizado su carrera descendente y comienza a ascender.

¹⁴⁶ Para mantener la eficiencia de este sistema, un primer mantenimiento de este mecanismo consistiría simplemente en un cambio de los anillos de rozamiento, sin embargo, con el paso del tiempo también las ranuras del émbolo se deforman debido al trabajo, finalmente, todo el cilindro debe ser sustituido.

Por otra parte, y para analizar los efectos antes aludidos asociados a la existencia de las válvulas de admisión y de escape, considere la **Figura 72**, que representa lo que Watt ha de denominar **máquina de expansión incompleta**.

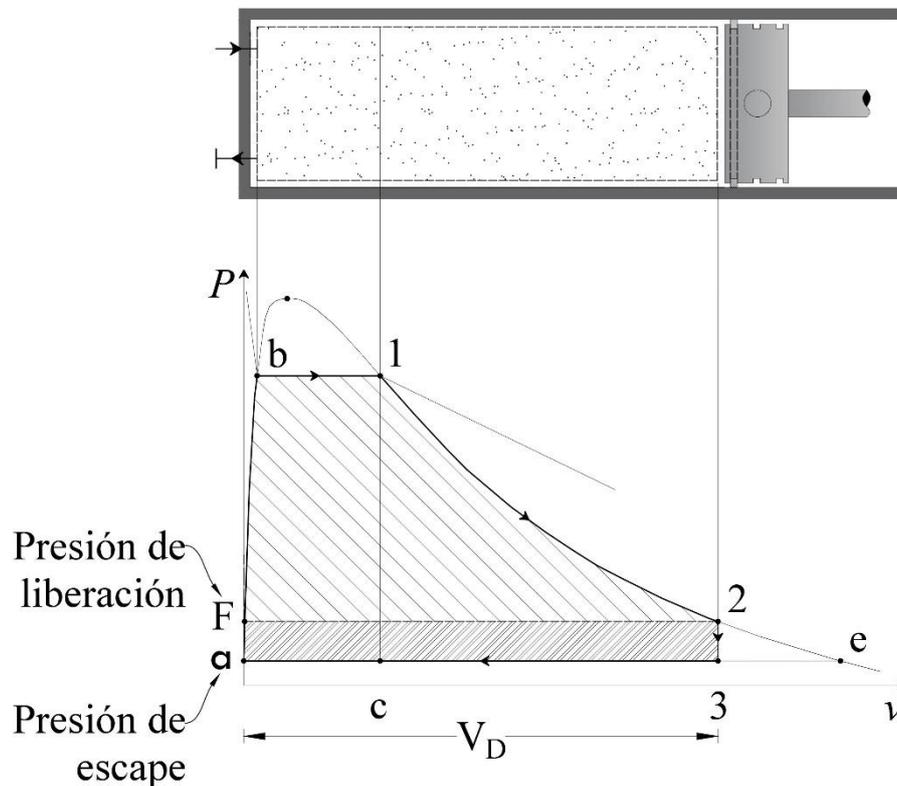


Figura 72. Máquina de Expansión Incompleta o de Watt (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En su máquina, James Watt ha emparentado los procesos del fluido de trabajo con un diagrama $P-v$ y los ha representado tal como se muestra en la figura anterior. Luego, para la realización del análisis, considera, en primer lugar, la energía que hay que añadir al fluido para que este realice trabajo es de a hasta 1 . En este sentido, antes que la máquina succione el fluido su condición es la indicada por el punto b , posteriormente con la apertura de la válvula de admisión, se succiona fluido desde b hasta 1 . En este instante se cierra la válvula de admisión, se produce la expansión y se realiza trabajo isentrópico de 1 a 2 .

En este último punto (punto 2), Watt plantea la apertura de la válvula de escape, la cual produce una caída de presión instantánea que se corresponde con un proceso reversible a

volumen constante, es decir, de 2 a 3 hay trabajo a volumen constante. Finalmente, con base en todo este análisis se puede escribir la expresión para el trabajo de Watt (w_{Watt}), Ec. (43).

$$a) \quad w_{\text{Watt}} = h_2 - h_1 + v_2 \cdot (P_2 - P_3) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

$$\text{Considerando } \rightarrow \begin{cases} P_m : \text{Presión media efectiva} \\ P_m \cdot \Delta v = W \\ \text{si } \Delta v = V_D \\ \text{siendo } V_D : \text{Volumen desalojado} \end{cases} \Rightarrow \quad (43)$$

$$b) \quad P_m = \frac{W}{V_D} \quad [\text{Pa}]$$

En la anterior, la presión media efectiva es aquella que se tendría si el desplazamiento que realiza el pistón para producir la misma cantidad de trabajo fuera a presión constante, es decir, el área encerrada por la poligonal b-1-2-3-a-F-b es igual al área del rectángulo dado por la P_m y el V_D .

Por lo tanto, se concluye que la expansión estudiada es incompleta, ya que el trabajo está dado por la suma de las expansiones 1-2 y 2-3, y no por la expansión 1-e. En otras palabras, esta máquina es intermedia entre una máquina de expansión completa (1-e) y otra sin expansión (indicada en la figura por la 1-c). Finalmente, el lector debe recordar que el trabajo para cualquiera de los tres casos, está representado por el área detrás de la curva, según la integral: $-\int v \cdot dP = \Delta h$, cuándo Δep y Δec son despreciables.

Por lo tanto, y según las condiciones de Watt, los términos energéticos se pueden calcular según indica en la Ec. (44), a saber: trabajo de Watt (44-a), calor añadido q_A (44-b) y calor rechazado q_R (44-c y d).

Términos Energéticos según Watt:

$$\begin{aligned}
 a) \quad w_{\text{Watt}} &= h_2 - h_1 + v_2 \cdot (P_2 - P_3) \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 b) \quad q_A &= h_1 - h_B \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 c) \quad q_R &= q_{R(2 \text{ a } 3)} + q_{R(3 \text{ a } 4)} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 d) \quad q_R &= u_2 - u_3 + h_3 - h_4 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Se debe enfatizar, que, Rankine está de acuerdo con los procesos de la máquina de Watt, pero objeta que la expansión a volumen constante (2 a 3) no puede ser reversible¹⁴⁹, debido a la caída de presión dada por la apertura de la válvula de escape. Además, por el mismo motivo, dicha expansión deja de ser adiabática (rotura de la pared adiabática). El punto "e", por otra parte, es definido por Rankine como el estado de equilibrio del vapor una vez que sale de la máquina, es decir, una vez culminada la expansión.

Teniendo en cuenta lo anterior, los términos energéticos según las condiciones de Rankine son los que se consignan en la Ec. (45), mientras que en la **Figura 74** se exponen las conclusiones más importantes de todo este análisis.

¹⁴⁹ Lo que se refleja en un incremento de entropía (Δs_p), Figura 73.

Términos Energéticos según Rankine:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \begin{cases} w_{\text{Rankine, ideal}} = h_1 - h_e \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ w_{\text{Rankine, real}} = h_1 - h_{e'} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \end{cases} \\
 b) \quad & q_A = h_1 - h_B \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 c) \quad & \begin{cases} q_{\text{R, ideal}} = h_e - h_4 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ q_{\text{R, real}} = h_{e'} - h_4 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \end{cases}
 \end{aligned} \tag{45}$$

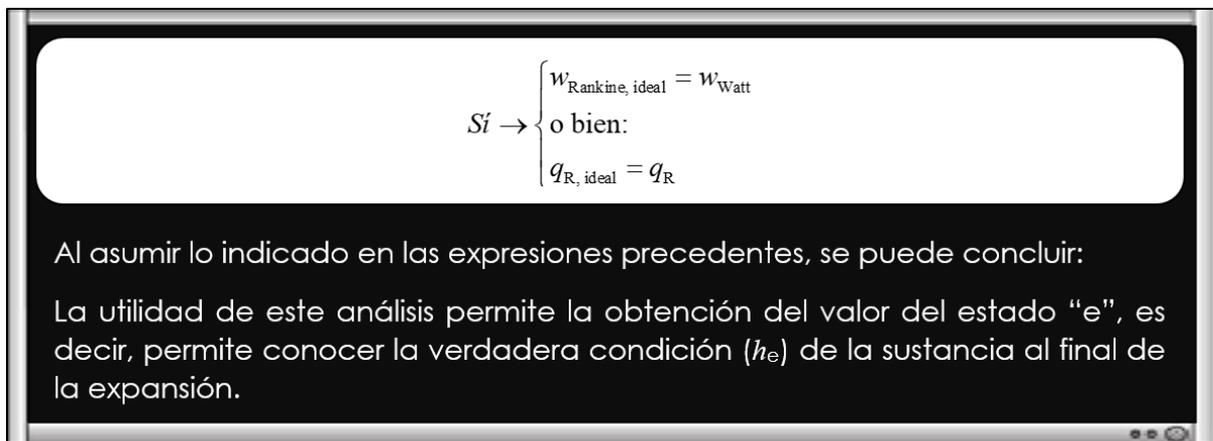


Figura 74. Conclusión de la Aplicación de la Máquina de Watt al Ciclo Rankine (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Como nota de cierre, con el diagrama $T-s$ dibujado a escala, el área de la poligonal indicada con un rayado bajo la curva 2-3, debe ser igual al área del rectángulo también indicado en rayado. Esto debe ser así para que se cumpla que el calor rechazado según Watt:

$$q_R = q_{R(2 \text{ a } 3)} + q_{R(3 \text{ a } 4)}, \text{ sea igual al calor rechazado según Rankine: } q_{\text{R, ideal}} = h_e - h_4.$$

10.2. Conjunto Turbo – Generador

En analogía con el conjunto moto – generador antes analizado, si en reemplazo del motor alternativo se utilizase una turbina, lo que se obtiene es un conjunto turbo – generador, cuyo esquema se observa en la **Figura 75**.

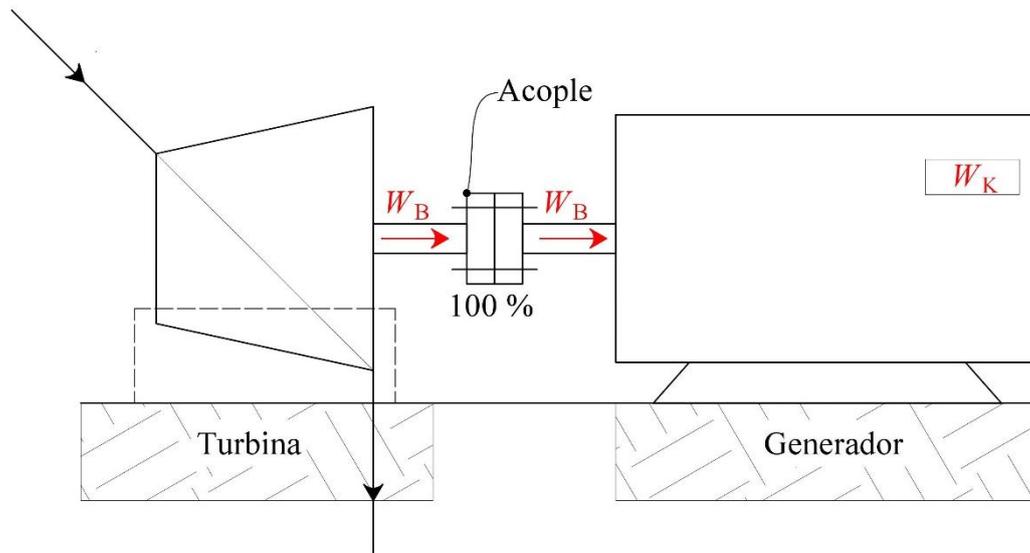


Figura 75. Conjunto Turbo – Generador con los Dos Puntos (dos términos energéticos) inicialmente analizados, a saber: W_B Trabajo en el Eje o Trabajo de Freno y W_K : Trabajo Combinado o Trabajo del Generador (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

También para este caso interesa determinar el rendimiento mecánico de la turbina, para ello es necesario encontrar la relación entre la variación de la presión (ΔP) con respecto al volumen, y, posteriormente, obtener el trabajo indicado W_I , tal como se describió para la Figura 69. En efecto, para el registro de ΔP bastaría con la ubicación de sensores en la entrada y salida de la turbina, sin embargo, al ser constante el volumen de esta máquina, no es posible construir un diagrama indicador del trabajo. Es decir, en la turbina no se puede medir el trabajo indicado W_I .

Lo anterior implica que en este dispositivo no hay rendimiento mecánico¹⁵⁰, existen, en cambio, otros rendimientos, algunos ya analizados en la Sección 9.2, como el rendimiento

¹⁵⁰ Porque el rendimiento mecánico se da entre dos trabajos mecánicos. En este sentido, el primer trabajo mecánico que se puede medir en la turbina es el trabajo en el eje.

térmico de turbina (e_t) y el rendimiento de turbina ($\eta_{t,2}$). Posteriormente, se ha de analizar el rendimiento real de turbina¹⁵¹.

Finalmente, enfatizar que, tanto para la turbina como para el motor alternativo¹⁵², es posible calcular los tres términos energéticos tratados (trabajo indicado, trabajo en el eje y trabajo combinado) con base en la relación (o relaciones) de cálculo del consumo específico de vapor, Ec. (46).

$$\begin{aligned}
 a) w_I &= \frac{2544}{\omega_I} \left[\frac{\text{Btu}}{\frac{\text{hp} \cdot \text{hr}}{\frac{\text{lbm}_{\text{vapor}}}{\text{hp} \cdot \text{hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{vapor}}} \right] \quad \text{o bien } w_I = \frac{632,5}{\omega_I} \left[\frac{\text{kcal}}{\frac{\text{cv-hr}}{\frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{cv-hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}_{\text{vapor}}} \right] \\
 b) w_B &= \frac{2544}{\omega_B} \left[\frac{\text{Btu}}{\frac{\text{hp} \cdot \text{hr}}{\frac{\text{lbm}_{\text{vapor}}}{\text{hp} \cdot \text{hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{vapor}}} \right] \quad \text{o bien } w_B = \frac{632,5}{\omega_B} \left[\frac{\text{kcal}}{\frac{\text{cv-hr}}{\frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{cv-hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}_{\text{vapor}}} \right] \\
 c) w_K &= \frac{3412}{\omega_K} \left[\frac{\text{Btu}}{\frac{\text{hp} \cdot \text{hr}}{\frac{\text{lbm}_{\text{vapor}}}{\text{hp} \cdot \text{hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{Btu}}{\text{lbm}_{\text{vapor}}} \right] \quad \text{o bien } w_K = \frac{860}{\omega_K} \left[\frac{\text{kcal}}{\frac{\text{kw-hr}}{\frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{kw-hr}}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}_{\text{vapor}}} \right]
 \end{aligned} \tag{46}$$

Donde w_I es el trabajo indicado, ω_I el consumo específico de vapor indicado, w_B es el trabajo de freno, ω_B el consumo específico de vapor al freno, w_K es el trabajo combinado, ω_K el consumo específico combinado.

¹⁵¹ Esto es, cuanto del trabajo real de turbina (trabajo producido por la expansión real), es capaz de transmitirse al eje de la misma.

¹⁵² Hay que aclarar que el consumo específico de vapor (indicado, al freno y combinado) es suministrado por el fabricante, quien al producir estas máquinas realiza pruebas de banco.

10.3. Gasto Específico de Calor

Además del consumo específico del vapor y de los distintos rendimientos, existe otro parámetro importante para el análisis de los ciclos, y/o la determinación de su condición de funcionamiento: el gasto específico de calor *g.e.c.*. Este se puede definir como la energía consumida por unidad de trabajo desarrollado¹⁵³.

La definición anterior aplica tanto a una máquina como a una planta “productora” de potencia. Para el primer caso la expresión se corresponde con la indicada en la Ec. (47). En una máquina, sin embargo, se debe realizar un pequeño artificio, tal como se expone en la Ec. (48). Para este último caso referirse a la **Figura 76**.

En una Planta o Central:

$$g.e.c. = \frac{\text{Potencia Calorífica Superior del Combustible}}{\text{Trabajo Desarrollado}} \left[\frac{\text{Btu}}{\text{kW-hr}} \right] \quad (47)$$

¹⁵³ Hay que hacer notar, que, con base en esta definición, este parámetro permite determinar, por ejemplo, las condiciones en la que está funcionando la caldera. Además, también se está incluyendo una evaluación de la calidad del combustible en base a su consumo, es decir, quemar más combustible para producir la misma potencia denota mala calidad de este.

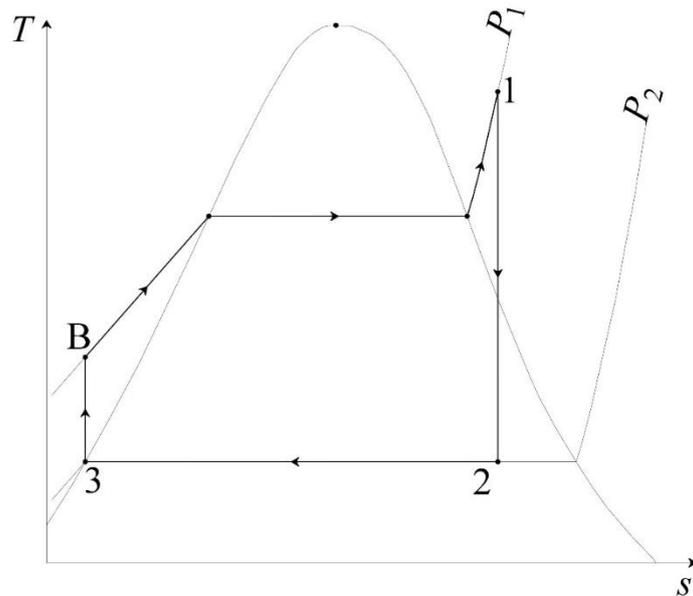


Figura 76. *g.e.c.* de un Ciclo Rankine de Una Etapa (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

En una Máquina:

$$a) \quad g.e.c. = \frac{E_{\text{cargable}}}{w} = \frac{h_1 - h_{f a P_2}}{w} \left[\frac{\text{Btu}}{\text{hp-hr}} \right] \quad \text{donde: } h_{f a P_2} = h_3$$

Por otro lado se sabe que $w = \frac{2544}{\omega}$, y reemplazando en a):

$$b) \quad g.e.c. = \frac{h_1 - h_{f a P_2}}{\frac{2544}{\omega}} = \frac{\omega \cdot (h_1 - h_{f a P_2})}{2544} \left[\frac{\text{Btu}}{\text{hp-hr}} \right] \quad (48)$$

Y, multiplicando la anterior por 2544:

$$c) \quad g.e.c. = \frac{\omega \cdot (h_1 - h_{f a P_2})}{2544} \cdot 2544 \Rightarrow g.e.c. = \omega \cdot (h_1 - h_{f a P_2}) \left[\frac{\text{Btu}}{\text{hp-hr}} \right]$$

Donde E_{cargable} es la energía cargable a la máquina¹⁵⁴ y w es el trabajo de turbina. Observar, por otra parte, que, si E_{cargable} y w están en las mismas unidades resulta un *g.e.c.* adimensional, sin embargo, a efectos prácticos, las unidades usuales son las que se consignan en la 48-c.

¹⁵⁴ Esta magnitud que ya fue definida anteriormente, representa toda la energía que se requiere consumir para “poner” al fluido en condición de entrada a la máquina, para este caso, está dado por el trabajo de bomba y el calor añadido (de 3 hasta 1).

11. PÉRDIDAS EN LA MÁQUINA A VAPOR Y EN LA TUBERÍA PRINCIPAL

A partir del capítulo siguiente se ha de iniciar con el estudio detallado de algunos ciclos de poder específicos, pero previo a ello es de importancia exponer un aspecto fundamental de los ciclos de potencia en general, esto es, analizar el trabajo que de ellos puede obtenerse en relación con las pérdidas, tanto, en la máquina térmica como en la tubería principal.

De esta manera, en las dos subsecciones que siguen se han de definir relaciones para la entalpía del vapor de escape de la máquina en función del trabajo que realiza el fluido cuando pasa por dicha máquina, determinando, además, la relación entre el trabajo real de fluido y el trabajo mecánico¹⁵⁵.

11.1. Pérdidas en la Máquina a Vapor

Entalpía del Vapor de Escape en la Máquina Alternativa

Como se ha analizado, si en la máquina alternativa de expansión incompleta de Watt se plantean las igualdades entre el trabajo (o el q_R) según Watt, y el trabajo (o el q_R) según Rankine, se puede obtener la verdadera condición del vapor cuando sale de la máquina, es decir, se puede obtener h_e , que es la entalpía del vapor de escape.

Por otra parte, a una máquina alternativa se la puede considerar, en general, como un sistema que opera con flujo estacionario o estable con un diagrama de energía como el de la **Figura 77**. En dicho diagrama se consignan los términos energéticos de la expansión ideal, es decir, W y h_2 . Así mismo, w' y h_2 correspondientes a la expansión real.

El lector debe recordar, en este sentido, que la expansión ideal siempre se considera adiabática reversible (y, por lo tanto, isentrópica), en cambio, la expansión real puede o no

¹⁵⁵ Recordar que el trabajo mecánico es medido directamente sobre la máquina.

verificar una transmisión de calor q hacia el medio¹⁵⁶ y es irreversible¹⁵⁷. Además, para ambos casos (ideal y real), también se pueden despreciar las variaciones de energía cinética y potencial ($\Delta ep \cong 0$ y $\Delta ec \cong 0$)¹⁵⁸. En definitiva, las entalpías de escape para ambas expansiones se consignan en la Ec. (49).

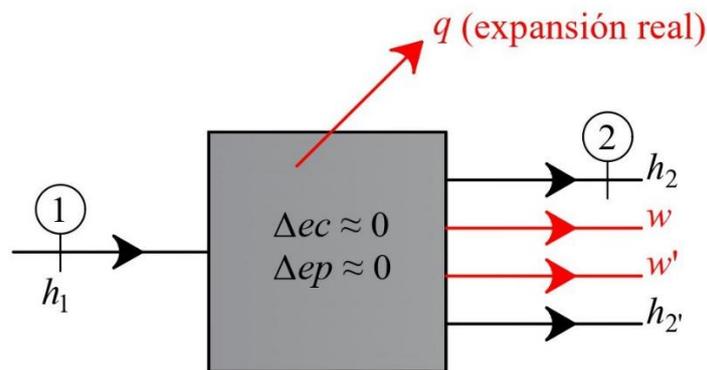


Figura 77. Diagrama de Energía de una Máquina Térmica Alternativa Operando Bajo Régimen Estacionario o Estable (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

Para la Máquina Ideal

h_e está dada por:

$$a) \quad h_2 = h_1 - w \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Para la Máquina Real

h_e está dada por:

(49)

$$b-1) \quad h_2 = h_1 - w' \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]; \text{ con } \begin{cases} q = 0 \\ \Delta ep \cong 0 \\ \Delta ec \cong 0 \end{cases}$$

$$b-2) \quad q = h_2 - h_1 + w' \Rightarrow h_2 = q + h_1 - w' \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]; \text{ con } \begin{cases} q \neq 0 \\ \Delta ep \cong 0 \\ \Delta ec \cong 0 \end{cases}$$

¹⁵⁶ Es decir, la expansión real puede o no ser adiabática.

¹⁵⁷ Se verifica una generación de entropía.

¹⁵⁸ Si no se desprecian, permanecen en la ecuación de la energía.

De la $b - 2$), notar que, sí h_1 y h_2 , permanecen constantes: a mayor transferencia de calor, menor es el trabajo producido por la máquina. Hay que destacar que esta última observación surge de un análisis termodinámico teórico que considera procesos tanto ideales como reales.¹⁵⁹ En ingeniería, sin embargo, se debe ajustar dicho análisis a la realidad.

En este último sentido (y siempre para la máquina alternativa), el trabajo indicado W_I (trabajo mecánico que se mide directamente sobre la máquina) analizado anteriormente, resulta ser aproximadamente igual al trabajo real del fluido W' , Ec. (50). Siendo esta ínfima diferencia consecuencia del trabajo de fricción¹⁶⁰ (rozamiento entre el émbolo y la superficie interna del cilindro).

En general

$$W_I \cong W' \quad [\text{J}] \quad \text{donde:} \quad W' > W_I \quad (50)$$

Teniendo en cuenta la ecuación anterior y considerando una máquina alternativa adiabática, **Figura 78**, se puede escribir la Ec. (51), la cual permite calcular la entalpía de escape de una máquina térmica alternativa.

¹⁵⁹ Reales en el sentido que involucran generación de entropía.

¹⁶⁰ Otro porcentaje menor de las pérdidas es debido a la transferencia de calor por radiación desde el fluido al medio.

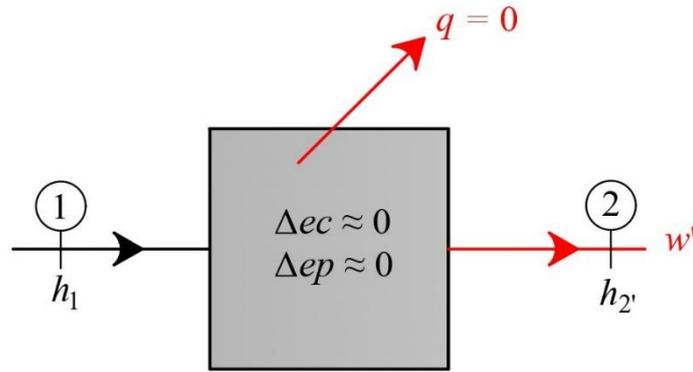


Figura 78. Diagrama de Energía de una Máquina Térmica Alternativa que Opera con Flujo Estacionario Experimentando una Expansión Real del Fluido (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$a) \quad h_{2'} = h_1 - w' \Rightarrow h_{2'} \cong h_1 - w_1 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Y, si se dispone del consumo específico del vapor suministrado por el fabricante: (51)

$$b) \quad h_{2'} \cong h_1 - \frac{2544}{\omega_1} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Recordar: $h_{2'} = h_e$.

Entalpía del Vapor de Escape en la Turbina

Para la turbina, es conveniente recordar que el primer trabajo mecánico que se puede medir es en el eje de la misma, es decir, W_B . Y, en forma similar a la máquina alternativa, también en este caso se verifica que $w_B \cong w'$, y, considerando así mismo que $\Delta ep \cong 0$, $\Delta ec \cong 0$ y $q = 0$,

Figura 79, se puede escribir la Ec. (52).

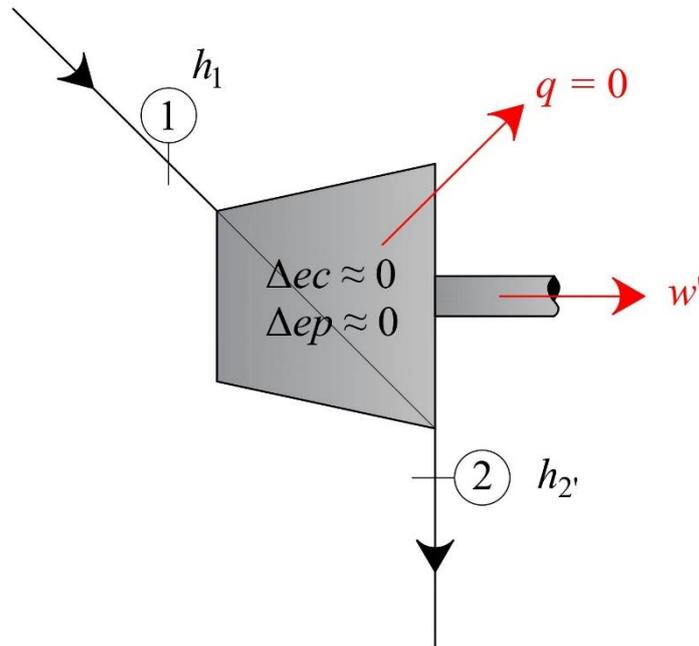


Figura 79. Diagrama de Energía de una Turbina que Opera con Flujo Estacionario Experimentando una Expansión Real del Fluido (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$a) \quad h_{2'} = h_1 - w' \Rightarrow h_{2'} \cong h_1 - w_B \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Y, si se dispone del consumo específico del vapor suministrado por el fabricante: (52)

$$b) \quad h_{2'} \cong h_1 - \frac{2544}{\omega_B} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Recordar: $h_{2'} = h_e$.

Entonces, si en la turbina se considera la expansión 1-2 y la expansión 1-2', con las cuales anteriormente se ha obtenido la relación indicativa del rendimiento de turbina $\eta_{t_{1-2}}$,¹⁶¹ el cálculo de $h_{2'}$ puede reescribirse según se indica en la Ec. (53).

$$h_{2'} \cong h_1 - \eta_{t_{1-2}} \cdot (h_1 - h_2) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (53)$$

¹⁶¹ Ver Sección 9.2.

Como nota de cierre, considere que todas las relaciones vistas tanto para máquinas alternativas como para turbinas, también permiten, eventualmente, hallar valores de propiedades desconocidas, simplemente, igualando alguna expresión con otra. Por ejemplo, si el fabricante no proporciona el dato del consumo específico del vapor al freno ω_B , este podría calcularse escogiendo convenientemente alguna de las ecuaciones desarrolladas.

11.2. Pérdidas en la Tubería Principal

Como ya se ha hecho mención al inicio del capítulo, otras pérdidas relacionadas a ciertas condiciones deben considerarse en el ciclo, vale decir, en los elementos constitutivos de la instalación, particularmente, en la tubería principal. En efecto, tiene que quedar claro que las pérdidas en este subsistema afectan directamente a la capacidad de la máquina para realizar trabajo y por ello es importante su análisis. Se han de analizar dos casos posibles.

Caso N.º 1

Para iniciar el análisis de este primer caso, considere el diagrama de energía de la **Figura 80** y su correspondiente diagrama $T - s$, **Figura 81**. En este punto, es menester aclarar que en las mismas se visualiza la presión con la que el vapor sale de la caldera P_a , la presión de ingreso a la máquina P_1 , la transmisión de calor desde la tubería principal hacia el medio circundante q_{tp} , y la caída de presión ΔP en dicha tubería¹⁶² (también aparecen otras variables que han de ser definidas más adelante). Las ecuaciones del análisis termodinámico, por otra parte, se exponen en la Ec. (54).

¹⁶² Recuerde el lector que en una tubería que transporta vapor a alta temperatura y presión existen dos tipos de pérdidas: transmisión de calor al medio y caída de presión.

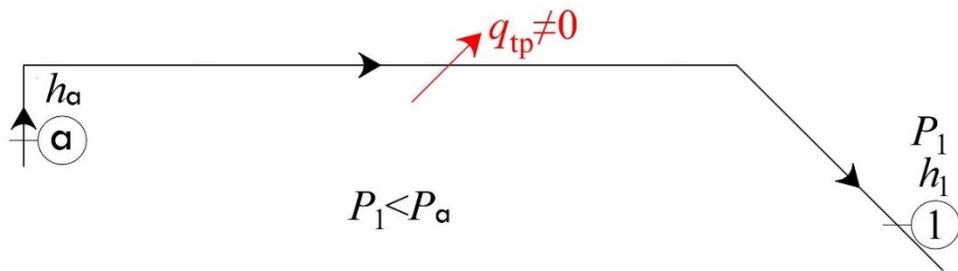


Figura 80. Pérdidas en la Tubería Principal. Caso N.º 1: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

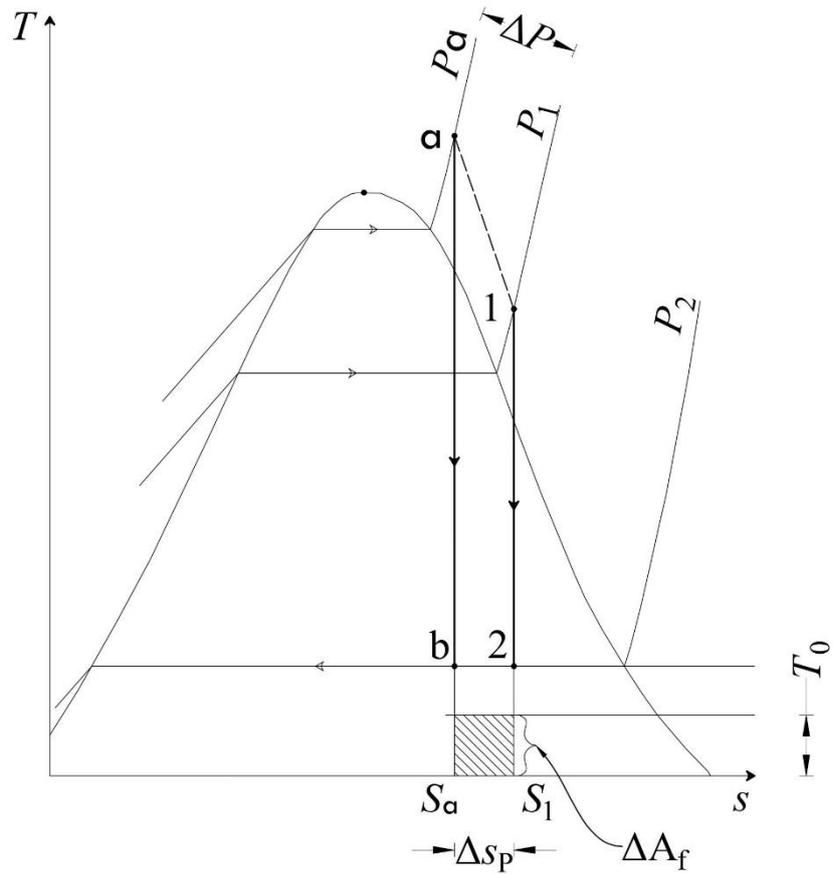


Figura 81. Pérdidas en la Tubería Principal, Caso N.º 1: Diagrama $T - s$ (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

$$\text{Caso N.º 1} \rightarrow \begin{cases} \text{de} \rightarrow a \text{ hasta } 1 \\ \text{con} \rightarrow \begin{cases} P_1 < P_a \\ q_{tp} \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

1) *¿Qué tipo de Sistema es?* → Sistema de Flujo Estacionario

2) *Ecuación Completa* → $q = \Delta ec + \Delta ep + \Delta h + w \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$

3) *Condiciones del Sistema* →
$$\begin{cases} w = 0 \\ \Delta ec \cong 0 \\ \Delta ep \cong 0 \\ q = q_{tp} \neq 0 \\ P_1 < P_a \end{cases} \quad (54)$$

4) *Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa* → $q_{tp} = \Delta h \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$

5) *Ecuación de Energía para la Tubería Principal* → $q_{tp} = h_1 - h_a \Rightarrow$

$$h_1 = h_a + q_{tp} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Hay que decir que, en virtud de la simplificación de este análisis y del hecho de que el enfoque está puesto en la tubería principal, se ha de asumir que la expansión en la máquina térmica (turbina en este caso) es isentrópica, como se observa en el diagrama $T - s$ precedente. De esta manera, pueden plantearse las ecuaciones del trabajo de turbina w_t , según se incluyan o no las pérdidas en la tubería principal, Ec. (55) *a*) y *b*). También, en este último sentido, la diferencia entre estos dos trabajos evidencia la existencia de un trabajo perdido, o pérdida en la capacidad de realizar trabajo de la máquina térmica Ec. (55) *c*).

Trabajo de turbina sin considerar las pérdidas en la tubería principal:

$$a) \quad w_{t \text{ de } a \text{ a } b} = h_a - h_b \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Trabajo de turbina considerando las pérdidas en la tubería principal:

$$b) \quad w_{t \text{ de } 1 \text{ a } 2} = h_1 - h_2 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \tag{55}$$

$$c) \quad w_{\text{perdido}} = w_{t \text{ de } a \text{ a } b} - w_{t \text{ de } 1 \text{ a } 2} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

$$d) \quad w_{\text{perdido}} = h_a - h_b - h_1 + h_2 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Por lo tanto, y según la 55 – c), se dice que existe una pérdida en la **disponibilidad**, la cual también es denominada **función disponibilidad del fluido**¹⁶³ y es simbolizada como ΔA_f (donde “A” proviene de *availability*, y el subíndice “f” de fluido). Esta se calcula como se indica en la Ec. (56).¹⁶⁴ En la cual T_0 es la temperatura del sumidero y Δs_p es la producción de entropía, y representa la magnitud del crecimiento de esta cantidad debido a la irreversibilidad del proceso real.

Función Disponibilidad del Fluido con $q_{tp} \neq 0$

$$a) \quad \Delta A_{f \text{ de } a \text{ a } 1} = \Delta h - T_0 \cdot \Delta s_p \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \tag{56}$$

$$b) \quad \Delta A_{f \text{ de } a \text{ a } 1} = h_1 - h_a - T_0 \cdot (s_1 - s_a) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Antes de dar una definición formal de la función disponibilidad, se tiene que conocer el concepto de **estado muerto**, el cual está relacionado con un equilibrio entre el sistema y el

¹⁶³ Esta función tiene que ver con la energía disponible: la energía útil. Tema que se ha tratado con anterioridad.

¹⁶⁴ Esta función disponibilidad se puede definir también para sistemas no fluyentes. Y, se la representa con la letra griega delta porque en realidad hay una variación de la disponibilidad al pasar del estado *a* al estado 1. Por último, es conveniente aclarar que la expresión 56 se deduce con base en la ecuación del primer principio para sistemas abiertos de flujo estacionario (deducción que se omite en este desarrollo).

medio circundante. Es decir, es aquel estado en el que sistema alcanza la misma temperatura y presión que el medio circundante, condición para la cual no existe posibilidad de transferencia de calor o trabajo.

Disponibilidad: se define como el trabajo máximo que podría realizar el sistema cuando pasa desde un estado inicial hasta el estado muerto, intercambiando calor solo con el medio circundante y en forma reversible¹⁶⁵.

Caso N.º 2

Observar para este caso, el diagrama de energía de la **Figura 82** y las ecuaciones de análisis termodinámico de la Ec. (57). Para el diagrama entrópico, por su parte, refiérase a la **Figura 83**. Es conveniente hacer hincapié, que, al asumir que el calor disipado en la tubería es cero ($q_{tp} = 0$, proceso adiabático), significa, en sentido práctico, que hay como máximo un 1 % de la entalpía de “a” que se disipa al medio (Ec. 18).¹⁶⁶ Además, observe que al no considerar la transmisión de calor se tiene un nuevo estado final “A” de ingreso a la máquina, el cual tiene una entalpía mayor que el estado 1 del caso anterior.

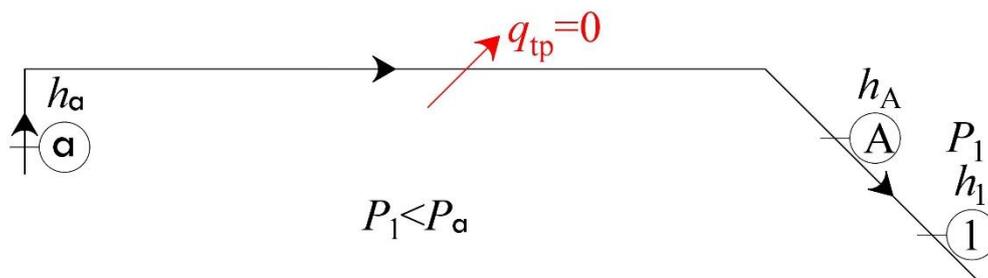


Figura 82. Pérdidas en la Tubería Principal. Caso N.º 2: Diagrama de Energía (Fuente: Adaptado de RIVADENEIRA PAZMIÑO, 2012).

¹⁶⁵ Es decir, con un ΔT que tiende a cero. En otras palabras, la transmisión de calor se ha de demorar un tiempo infinito (: transmisión de calor cuasi estática).

¹⁶⁶ Recordar que en los sistemas reales no existe el adiabático absoluto.

$$\text{Caso N.º 2} \rightarrow \begin{cases} \text{de} \rightarrow a \text{ hasta A} \\ \text{con} \rightarrow \begin{cases} P_1 < P_a \\ q_{tp} = 0 \end{cases} \end{cases}$$

1) ¿Qué tipo de Sistema es? → Sistema de Flujo Estacionario

2) Ecuación Completa → $q = \Delta ec + \Delta ep + \Delta h + w$ $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$

3) Condiciones del Sistema → $\begin{cases} w = 0 \\ \Delta ec \cong 0 \\ \Delta ep \cong 0 \\ q = q_{tp} = 0 \\ P_1 < P_a \end{cases}$ (57)

4) Aplicación de las Condiciones a la Ecuación Completa → $0 = \Delta h$ $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$

5) Ecuación de Energía para la Tubería Principal →

$$0 = h_A - h_a \Rightarrow h_a = h_A \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Con referencia a la 57 – 4), hay que enfatizar nuevamente, que, para las condiciones dadas, la expresión $0 = \Delta h$ indica que se trata de un proceso es de estrangulamiento adiabático (por lo tanto, irreversible) y no isoentálpico, sino que es un proceso de $h_{\text{final}} = h_{\text{inicial}}$. Para este caso, $h_{\text{final}} = h_A$ y $h_{\text{inicial}} = h_a$, es decir, $h_A = h_a$. Por ello, la isolínea de entalpía constante (que pasa por los puntos $a - A$) es discontinua. Además, notar que el punto A está representado más arriba que el punto 1 , ya que la condición es adiabática y, por lo tanto, la temperatura en A debe ser mayor que en 1 .

Por otro lado, en la expresión del trabajo perdido, Ec. 58 – d), están implicados dos valores de entalpía (h_B y h_b) que se encuentran a una misma presión, y, al recordar que el área bajo la curva en un diagrama $T - s$ es igual al calor transferido $q = \int_{\text{rev.}} T \cdot ds$; calor que es, al mismo

tiempo, igual al cambio de entalpía por ser el proceso B-b a presión constante, se puede escribir

$$\text{la siguiente igualdad } q = \int_{\text{rev.}} T \cdot ds = \Delta h. \text{ }^{167}$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta las consideraciones previas, es posible visualizar gráficamente el w_{perdido} en el diagrama entrópico. En efecto, la línea que une los puntos B y b es representativa del proceso a presión constante, y el área bajo ella es representativa del trabajo perdido. Por su parte, la **función disponibilidad** para este caso se indica en la Ec. (59).

Trabajo de turbina sin considerar las pérdidas en la tubería principal:

$$a) \quad w_{t \text{ de } a \text{ a } b} = h_a - h_b \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Trabajo de turbina considerando las pérdidas en la tubería principal:

$$b) \quad w_{t \text{ de } A \text{ a } B} = h_A - h_B \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \tag{58}$$

$$c) \quad w_{\text{perdido}} = w_{t \text{ de } a \text{ a } b} - w_{t \text{ de } A \text{ a } B} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Pero, cómo $h_A = h_a$

$$d) \quad w_{\text{perdido}} = h_B - h_b \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Función Disponibilidad con $q_{tp} = 0$

$$a) \quad \Delta A_{f \text{ de } a \text{ a } A} = \Delta h - T_0 \cdot \Delta s_p \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

$$b) \quad \Delta A_{f \text{ de } a \text{ a } A} = h_A - h_a - T_0 \cdot (s_A - s_a) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \tag{59}$$

Pero $h_A = h_a \Rightarrow$

$$c) \quad \Delta A_{f \text{ de } a \text{ a } A} = -T_0 \cdot (s_A - s_a) = T_0 \cdot (s_a - s_A) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

¹⁶⁷ Cabe destacar, que esta igualdad se aplica, por ejemplo, cada vez que se calcula el calor aportado o el rechazado en el ciclo Rankine.

Notar que la expresión $59 - c$) corresponde al área representativa de la no disponibilidad de energía o pérdida de disponibilidad (refiérase a la Figura 83). Por lo tanto, lo que hay que notar, en este caso, es que cuando la tubería está debidamente aislada (es adiabática), el trabajo perdido es mayor que la pérdida de disponibilidad. Es decir, no puede darse el caso en que la temperatura que corresponde a P_2 sea menor a T_0 , ya que no sería posible la transferencia (: rechazo) de calor.

En otras palabras, la “no disponibilidad” nunca puede ser mayor que el trabajo perdido, porque significaría que la temperatura del sumidero T_0 es mayor que la temperatura a la que la máquina expulsa calor al medio, lo cual contradice la segunda ley. Sin embargo, en el caso hipotético en que se considere reversible el rechazo de calor (es decir, con un ΔT que tiende a cero), ambas temperaturas podrían ser iguales, y, por tanto, también serían iguales el trabajo perdido y la disminución de la disponibilidad.

12. BIBLIOGRAFÍA

- CENGEL, Y.; Boles, M. 2012. *Termodinámica*. (7a ed.). The McGraw-Hill Companies. 1041 pp.
- DE LUCAS MARTÍNEZ, A. 1999. *Análisis del Binomio Energía-Medio Ambiente*. (4a ed.). Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha. 158 pp.
- FACORRO RUIZ, L. A. 2011. *Curso de Termodinámica con 310 problemas*. (15a ed.). Nueva Librería. 486 pp.
- FAIRES, V. M.; Simmang, C. M. 1983. *Termodinámica*. (6a ed.). Hispano Americana S.A. 668 pp.
- MAIZTEGUI, A.; Sabato, J. 1965. *Física*. (8a ed.). Kapelusz. 450 pp.
- MORAN, J. M; Shapiro, H. N. 2004. *Fundamentos de la Termodinámica Técnica*. (2a ed.). Reverté S.A. 871 pp.
- RIVADENEIRA PAZMIÑO, E. 2012. Termodinámica II. [Archivo de Video]. https://www.youtube.com/watch?v=zgmKag5Wm0c&list=PLKoPE99M_ulWQEM9VgTIK05aXdNwcxjz

13. ANEXO

13.1. Glosario

Combustibles. A los combustibles derivados del petróleo (: combustibles fósiles), se los puede dividir en livianos y pesados, los cuales se separan mediante un proceso de destilación fraccionada o *cracking*. El posible orden, según este criterio de clasificación, es: gas, gasolina, diésel y fueloil (o *bunker*). Este último ya forma parte de los pesados. Cabe señalar, por otra parte, que los livianos tienen mayor poder calorífico. El combustible que generalmente se utiliza en las calderas es el fueloil #6 (o *bunker #6*) también llamado, a veces, crudo reducido, término que se debe al hecho de que todavía no ha completado su proceso de fraccionamiento.

Diagrama de Energía o *Diagrama de Cuerpo Libre*. Gráfico que define con cierta aproximación las fronteras del sistema y los flujos de energía que intervienen en los procesos. En otras palabras, es un esquema del sistema termodinámico en el cual están representados el ingreso y egreso de masa y energía.

Energía Interna. También denominada energía molecular o térmica debida a la estructura de las moléculas y de los átomos. Einstein la define como la masa, cuando dice *la masa es energía*, se refiere a la energía interna.

Intercambiador de Calor. Es aquel equipo o dispositivo en el que ocurre una transmisión de calor de un flujo a otro flujo que puede o no ser de la misma sustancia (caldera, condensador, entre otros).

Masa como Energía. Se sabe que la energía puede ingresar a un sistema como w , q o m , y esto se justifica para la masa porque con ella ingresa la entalpía: energía interna + energía de flujo .

Rendimiento. En términos generales, el rendimiento se mide con el siguiente *ratio*:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Producto (o Producción)}}{\text{Consumo}} \quad [1].$$